А. Л. Куракин, Теоретическое выражение живучести сложных систем, *Матем. моделирование*, 1996, том 8, номер 10, 15–24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

том **8** номер **10** год **1996**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

УДК 574:519.7

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ЖИВУЧЕСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

© *А.Л. Куракин*

Институт океанологии им.П.П. Ширшова РАН

Концептуальное отличие живучести естественных систем от надежности искусственных (технических) систем сводится к различиям целевых установок функционирования: техническая система функционирует для достижения той внешней цели, для которой она *служит*, тогда как активность живой системы направлена в конечном счете на самосохранение. Качественное отличие вероятностной *схемы живучести* от *схемы эффективности* сводится к учету обратного влияния "внешней" эффективности на надежность. ("Живая система гибнет оттого, что ее активность достаточно долго оказывалась безрезультатной".) Количественное выражение этих особенностей позволяет строить функцию вероятностей продолжительности жизни такой системы, активность которой компенсирует неблагоприятные воздействия окружающей среды. При выводе общего решения (в виде производящей функции) используется аналитический аппарат рекуррентных событий.

THEORETICAL EXPRESSION OF COMPLEX SYSTEMS SURVIVABILITY

A.L. Kurakin

Conceptual difference of natural (biological) systems survivability from technical systems reliability is reduced to distinctions of functioning intentions: technical system works for achievement of external aim (for its purpose), whereas the alive system activity is intended for self-preservation. In terms of stochastic modeling the difference of survivability is reduced to feed-back influence of "external" activity of the system to its vitality. (Alive system dies because its activity appears to be futile long enough.) Mathematical expression of these features provides the probabilistic function of life durations. In inference of the general expression (as generating function) the analytics of recurrent events is used.

Введение

Проблема установления пределов допустимого воздействия на окружающую среду (оценка экологического риска) в конце концов сводится к задаче оценки устойчивости (живучести) существующих форм жизни. Живучесть отдельных организмов обычно устанавливается эмпирически - путем острых токсикологических экспериментов, обеспечивающих (статистические) данные о риске гибели особей определенного вида в определенных условиях воздействия тех или иных токсикантов.

Для систем более высокого иерархического уровня (популяций, биоценозов и др.) экспериментальные исследования живучести невозможны в связи со следующими обстоятельствами:

а) уникальностью всех достаточно сложных форм жизни,

б) практической невозможностью перебрать сочетания всех видов бионтов (порядка 10^6 [1]) со всеми известными токсикантами (порядка 10^4) хотя бы по отдельности (не говоря уже о невозможности проверки эффекта комплексных воздействий).

Требование априорности экологических оценок означает необходимость использования теоретических моделей устойчивости.

Однако построению подобных моделей препятствует незнание основных "механизмов" жизни - процессов, принципиально отличающих именно живые системы.

Между тем, анализ внутреннего устройства системы, или "микротеория" в принципе не является единственным путем к описанию ее функционирования. Возможен и прямо альтернативный подход - "макротеория", или моделирование отклика системы на внешние воздействия безотносительно к внутренним механизмам формирования реакции ([2]).

Такого рода макротеория сложных систем (или *системология* [3]) содержит расчетные методы оценки *эффективности*[1] сложных систем именно по окончательному результату, а более конкретно в терминах достижения или недостижения системой ее *цели*. По сути всего лишь двух качественных признаков достаточно для того, чтобы можно было говорить о применимости методов теории потенциальной эффективности (см. также [4]) - этими внешними признаками являются:

а) целенаправленное поведение системы,

б) смертность системы (в технике - конечная надежность).

Однако, несмотря на универсальность подхода, до сих пор эта теория фактически применялась лишь к искусственным (техническим) системам - (см., напр., [5]). То, что именно технические образы оказались определяющими в концепции эффективности сложных систем, явствует из понимания эффективности (см. [4, §1.5, а также гл.7.]) как вероятности достижения цели, тогда как состояние жизни системы играет в этих рассмотрениях исключительно служебную роль необходимого условия для достижения цели.

При попытках преодолеть эту проблему путем формальных математических обобщений до сих пор удавалось лишь выявить те существенные причины, по которым известные выражения эффективности сложных систем не могут быть непосредственно использованы для оценок живучести. Так например, в работе [8] было показано, что для оценок эффективности могут быть использованы два различных аналитических выражения, которые соответствуют двум ситуациям, различным по своему существу:

1) недостижение цели и гибель (отказ) системы в течение заданного времени T функционирования по смыслу эквивалентны: являются одинаковой *неудачей*,

---

[1] Таким образом, понятие цели (не являющееся общепринятым для сложившейся системы естественных наук) в теорию сложных систем вводится аксиоматически - в связи с констатацией факта существования в природе систем с целенаправленным поведением. (О концептуальных отличиях аппарата, используемого для оценок экологической устойчивости сложных систем, см. также [6], [7].)

2) смерть системы после достижения цели уже не является неудачей.

Характерно, что в обоих случаях (которыми исчерпываются известные варианты функций для оценки эффективности) *успехом* при функционировании системы полагается однозначно лишь *достижение цели*. При этом никак не отражено то принципиальное для естественных систем обстоятельство, что "внешняя" активность живой системы направлена в конечном счете на поддержание жизни. Тавтологию "живая система живет чтобы жить" надо понимать, по меньшей мере, как принципиальную несводимость жизнеспособности (сложного качества) к надежности (отдельному качеству). Для получения адекватного математического выражения живучести надлежит учесть то обстоятельство, что в активности естественной системы превалирует смысловая установка на самосохранение.

Жизнь, как некое состояние, и состояние активности, непременное для всего живого, интуитивно отождествлены в понятии *жизнедеятельности*. Разумеется, что количественный анализ живучести должен начаться с явного различения подобных компонентов (или признаков) жизнедеятельности. Однако столь же очевидно и то, что способ их разграничения должен предусматривать возможность их последующего объединения: позволяющего учесть в конечном итоге не только влияние надежности на активность, но и обратное влияние активности на надежность.

Следует отметить еще одно обстоятельство, общее как для известных оценок эффективности сложных систем, так и для оценок живучести, предлагаемых в данной статье.

Поскольку цель вводится без привычных в подобных случаях обоснований или доказательств, то, строго говоря, можно сказать, что цель системе приписывается (всего лишь из здравого смысла), чтобы затем (при сделанном предположении) уже более строгим образом поставить задачу об определении вероятности того, что такая цель будет достигнута. Но фактически гипотеза цели никак не снижает строгости теории - поскольку подобное предположение вполне можно отнести к чисто терминологическим условностям: некое событие мы просто называем далее "успехом".

Тем не менее, прежде, чем приступить к соответствующим расчетным выкладкам, необходимо еще раз уделить внимание понятию живучести по существу его отличия от эффективности.

Концептуальная постановка задачи

Итак, в выражении качества живучести надлежит количественно отразить два следующих обстоятельства: (а) то, что жизнь является необходимым условием для активности системы, и (б) то, что активность живой системы направлена, опять же, на поддержание жизни.

Как отмечалось, связь (а) уже отражена в известных выражениях [8] - где достижение цели системы рассматривается при условии, что система жива. А условие (б), которое надлежит отразить как активное самовосстановление системы, имеет тот количественный смысл, что каждое достижение цели должно приводить к временному улучшению надежности системы.

Из последнего замечания очевидно, что в нашей модели живучести речь идет о такой цели, которая в течение времени жизни системы может достигаться ею, вообще говоря, многократно.

В этом обстоятельстве заложено принципиальное отличие того подхода, который нам требуется для анализа живучести, от известных рассмотрений эффективности системы, имевших в виду однократное достижение цели. Поэтому для более определенного различения этих моделей по существу, цель, достигаемую системой многократно (напр., насыщение, размножение и т.п.), будем называть *результатом.*

При анализе *эффективности* системы [8] критичным являлось случайное время до первого (и единственного рассматриваемого) успеха (достижения цели). А при переходе к анализу живучести столь же существенным оказывается и время, прошедшее после последнего успеха (достижения результата). Качественное отличие вероятностной *схемы живучести* от *схемы эффективности* должно сводиться к учету обратного влияния "внешней" эффективности на надежность. Смысл этого отличия, можно выразить так: "Система гибнет оттого, что ее активность достаточно долго оказывалась безрезультатной".

В терминах вероятностной задачи суть качества живучести можно выразить следующим образом: "Жизнь продолжается, пока случаи достижения результата успевают опередить случай гибели системы."

В качестве примера таких повторяющихся *результатов*, которые своим появлением предотвращают гибель, можно привести процесс вскармливания потомства. Каждый случай доставки пищи (в гнездо) способствует выживанию - как благодаря повышению сопротивляемости (птенцов), так и благодаря снижению вероятности нападения хищников при появлении взрослых особей.

Математическая постановка задачи

Представим состояния φ_i системы в дискретные моменты времени i $(i=1,2,\ldots,t)$ в виде пары случайных величин ν_i и δ_i (т.е. $\varphi_i=(\nu_i;\ \delta_i)$). Причем первая (т.е. величина ν_i, характеризующая "внутреннее" состояние системы) может принимать одно из двух альтернативных значений (или состояний) a или $\bar{a}$, вторая (величина δ_i, характеризующая "внешнее" состояние системы) может принимать одно из двух значений b или $\bar{b}$. Состояние a является событием, состоящим в том, что система жива, $\bar{a}$ является событием, состоящим в том, что система мертва. (Причем смерть необратима, т.е. после $\bar{a}$ не может следовать a - что с точки зрения нашей вероятностной схемы означает прекращение дальнейшего рассмотрения.) Состояние b является событием, состоящим в том, что на данном шаге получен результат, $\bar{b}$ - результат не получен на данном шаге. При этом случай получения результата на некотором t-м шаге с учетом необходимого условия $\nu_i=a$ $(i=\overline{1,t})$ (т.е. с учетом условия существования живой системы вплоть до рассматриваемого момента) представится в виде

$$\begin{array}{llllllll} i: & 1 & 2 & 3 & \ldots & t-1 & t & \\ \nu_i: & a & a & a & \ldots & a & a & \qquad (1) \\ \delta_i: & \bar{b} & \bar{b} & \bar{b} & \ldots & \bar{b} & b. & \end{array}$$

А случай гибели системы на t-м шаге после получения последнего из результатов представится в виде

$$\begin{array}{llllllll} i: & 1 & 2 & 3 & \ldots & t-1 & t & \\ \nu_i: & a & a & a & \ldots & a & \bar{a} & \qquad (2) \\ \delta_i: & \bar{b} & \bar{b} & \bar{b} & \ldots & \bar{b} & \bar{b}. & \end{array}$$

Для количественной характеристики опасности гибели в единицу времени в теории надежности используется параметр λ (называемый мгновенной вероятностью отказа). Эффект активного самовосстановления системы (условие (б)) можно представить таким образом, что каждое достижение результата приводит к снижению параметра λ. Например, предположение, что сразу после достижения результата гибель невозможна, означает, что достижение результата приводит λ к нулю. При этом λ надо полагать функцией от числа шагов i времени t, прошедших с момента последнего достижения результата, т.е.

$$\lambda=\lambda(i), \qquad (3)$$

имея в виду, что по сути λ является вероятностью $\mathcal{P}\{\nu_i=\overline{a}\}$ события $\{\nu_i=\overline{a}\}$, (т.е. вероятностью того, что ν_i примет значение $\overline{a}$; $\lambda_i\equiv\mathcal{P}\{\nu_i=\overline{a}\}$).

При естественном предположении о неубывающем характере поведения λ в промежутках между успехами, поведение функции (3) может быть представлено в общем виде, показанном на рис. 1.

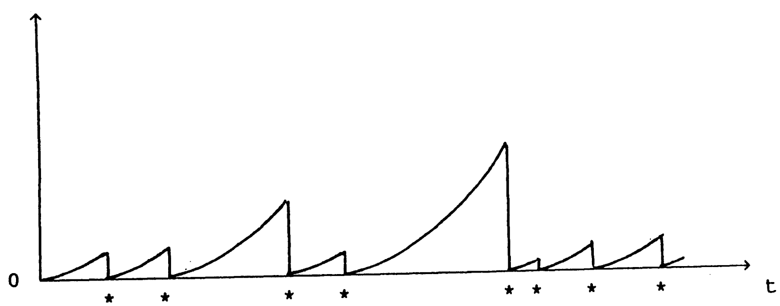

Рис. 1. Примерный вид поведения мгновенной вероятности λ гибели естественной (самосохраняющейся) системы.
Звездочками (*) вдоль оси t времени обозначены моменты и т.п.).

Для представления процессов, характеризующихся возрастанием λ во времени, в теории надежности используются следующие функции (см., например, [9]): гамма-распределение Пирсона вида

$$p_R(t)=\frac{1}{(k-1)!\,\vartheta}\left(\frac{t}{\vartheta}\right)^{k-1}e^{-t/\vartheta} \qquad \text{при} \qquad k>1, \qquad (4)$$

распределение Вейбулла

$$p_R(t)=\frac{\delta}{\gamma}\,t^{\delta-1}\cdot e^{-t(\delta/\gamma)} \qquad \text{при} \qquad \delta>1, \qquad (5)$$

нормальное распределение

$$p_R(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-(t-\mu)/2\sigma^2}. \qquad (6)$$

Примем следующие обозначения для рассматриваемых случайных величин:

ι - случайное число шагов до первого достижения события $\{\varphi=(a;\ b)\}$ (схема (1)),

ϑ - случайное число шагов до события $\{\varphi=(a;\ b)\}$,

ζ - случайное число шагов до события $\{\varphi=(\overline{a};\overline{b})\}$ (схема (2)), отсчитываемых от последнего из имевших место событий $\{\varphi=(a;b)\}$.

Из схемы (1) можно видеть, что случайная величина ι (а следовательно и случайная величина ϑ) является несобственной, т.е. могущей не принимать никакого числового значения. Поскольку эта случайная величина имеет смысл времени (числа шагов до некоторого события), то в ряде задач таким случаям ставится в соответствие бесконечное значение случайной величины. Действительно: бесконечное ожидание есть событие, состоящее в том, что некое ожидаемое событие так и не произошло.

Однако в нашей задаче ожидаемое событие $\{\varphi=(a;\ b)\}$ является не только последним шагом, отсчитывающим значение величины ϑ, но и начальным шагом отсчета значения величины ζ. А в случае, если события $\{\varphi=(a;\ b)\}$ не было, отсчет значения величины ϑ надлежит вести прямо с нуля. В самом деле, поскольку при этом $\xi=\vartheta+\zeta=\zeta$, то $\vartheta=0$.

Итак, требуется найти вид функции $p_\xi(t)=\mathcal{P}\{\xi=t\}$ вероятностей $\mathcal{P}\{\xi=t\}$ суммарной случайной величины $\xi=\vartheta+\zeta$, причем случайная величина ϑ числа шагов до события $\{\varphi=(a;\ b)\}$ определена следующим образом:

$$\vartheta=\begin{cases} t & \text{при} \quad t = 0,1,2,\ldots \\ 0 & \text{при} \quad t \neq 0,1,2,\ldots \end{cases} \tag{7}$$

Аналитическое выражение продолжительности жизни

Событие $\{\iota=i\}$, состоящее в том, что случайная величина ι числа шагов до достижения цели равна i, соответствует определению рекуррентного события $\mathcal{E}_i$ [10, гл.XIII]. Если использовать для вероятности этого события (как события достижения результата в первый раз) принятое в [10] обозначение f_i $(f_i\equiv\mathcal{P}\{\iota=i\})$, то искомая вероятность $\mathcal{P}\{\vartheta=i\}$, обозначаемая там же как u_i $(u_i\equiv\mathcal{P}\{\vartheta=i\})$, есть вероятность достижения результата на i-м шаге в любой (не обязательно первый) раз. (Разницу в обозначениях шагов времени переменными t и i будем полагать несущественной.) Производящая функция $g_\vartheta(s)$ вероятности $u_i\equiv\mathcal{P}\{\vartheta=i\}$ связана с производящей $g_\iota(s)$ вероятности $f_i\equiv\mathcal{P}\{\iota=i\}$ известным соотношением вида

$$g_\vartheta(s)=\frac{1}{1-g_\iota(s)}. \tag{8}$$

Производящую функцию вероятностной функции $p_\xi(t)$ будем обозначать как $g_\xi(s)$, причем индекс (в данном случае ξ) используется для различения случайных величин, которым соответствуют обе функции.

При учете выражения (7) вероятность $p_\xi(t)\equiv\mathcal{P}\{\xi=t\}$ может быть представлена сверткой вида

$$p_\xi(t)=(1-f)p_\zeta(t)+u_1p_\zeta(t-1)+u_2p_\zeta(t-2)+\ldots+u_np_\zeta(0), \tag{9}$$

где $(1-f)$ - вероятность того, что событие $\{\varphi=(a;b)\}$ ни разу не произойдет.

Полагая (как и в [10]) тут значение u_0 единицей и заменяя f значением производящей $g_\iota(s)$ в точке $s=1$, получим для производящих связь вида

$$g_\xi(s)=(g_\vartheta(s)-g_\iota(1))g_\zeta(s), \tag{10}$$

где $g_\zeta(s)$ - производящая функция распределения $p_\zeta(t)$ случайной величины ζ времени t $(p_\zeta(t)\equiv\mathcal{P}\{\zeta=t\})$ жизни системы при ее безрезультатном функционировании.

Выражения функций $p_\iota(t)$ и $p_\zeta(t)$ нетрудно получить из базисных схем (1) и (2). В предположении независимости событий ν_i и δ_i имеем

$$p_\iota(t)=Q_R(t)p_{\bar{R}}(t), \tag{11}$$

$$p_\zeta(t) = p_R(t)Q_{\bar{R}}(t), \tag{12}$$

где $Q_R(t) \equiv \mathcal{P}\{\tau > t\}$ - вероятность того, что случайный момент τ гибели системы наступит позже времени t,

$p_R(t) \equiv \mathcal{P}\{\chi = t\}$ - вероятность того, что случайный момент χ достижения результата системой наступит при значении t ($\delta_i = \bar{b}$ при $i < t$ и $\delta_t = b$),

$p_R(t) \equiv \mathcal{P}\{\tau = t\}$ - вероятность того, что случайный момент τ гибели системы наступит при значении t ($\nu_i = a$ при $i < t$ и $\nu_t = \bar{a}$),

$Q_R(t) \equiv \mathcal{P}\{\chi > t\}$ - вероятность недостижения результата на всем промежутке времени t ($\delta_i = b$ при $i = \overline{1, t}$).

Заметим, что выражение (11) было получено в работе [8] для непрерывного времени. В этом случае вероятности $Q(t)$ и $p(t)$, входящие в правые части выражений (11) и (12), связаны следующими соотношениями:

$$1 - Q_R(T) = \int_0^T p_R(t)dt, \tag{13}$$

$$1 - Q_{\bar{R}}(T) = \int_0^T p_{\bar{R}}(t)dt. \tag{14}$$

Будем полагать, что функция $Q_{\bar{R}}(T)$ (в книге [4] использовалась дополнительная к $Q_{\bar{R}}(T)$ вероятность - функция $P_{\bar{R}}(T)$ "внешней эффективности") описывается предельным законом (доказательства предельных законов приведены в [4], гл. 3-5,7) вида

$$Q_{\bar{R}}(T) = e^{-\beta T}, \tag{15}$$

где β - константа (в [4] называемая параметром $f_{\bar{R}}$ внешней эффективности) представляющая вероятность достижения результата системой в единицу времени T. (Обозначения t и T для времени используются для формального различения переменных при интегрировании). Соответствующая предельному закону (15) плотность распределения

$$p_{\bar{R}}(t) = \beta e^{-\beta t} \tag{16}$$

имеет в дискретном времени t вид

$$p_{\bar{R}}(t) = \beta(1-\beta)^t, \tag{17}$$

а соответствующая вероятность $Q_{\bar{R}}(t)$ в дискретном времени выразится как

$$Q_{\bar{R}}(t) = (1-\beta)^{t+1}. \tag{18}$$

Используя известную связь вида

$$g[Q(t)] = \frac{1 - g[p(t)]}{1 - s} \tag{19}$$

для соответствующих функциям $Q(t)$ и $p(t)$ производящих $g[Q(t)]$ и $g[p(t)]$ [10, с.271, ф-ла (1.7)], а также следующее элементарное свойство производящих:

$$g[p(t)ab^t] = ag(bs), \tag{20}$$

где $g(s)=g[p(t)]$, из (11) имеем выражение для производящей $g_l(s)$ функции $p_l(t)$:

$$g_l(s)=\beta\frac{1-g_R((1-\beta)s)}{1-(1-\beta)s}, \tag{21}$$

а из (12) - выражение производящей $g_\zeta(s)$ функции $p_\zeta(t)$

$$g_\zeta(s)=(1-\beta)g_R((1-\beta)s), \tag{22}$$

где $g_R(s)$ – производящая заданного распределения $p_R(t)$.

Подставляя выражение (21) в (8), имеем

$$g_\vartheta(s)=\frac{1-(1-\beta)s}{(1-\beta)(1-s)+\beta g_R((1-\beta)s)}, \tag{23}$$

и подставляя (23), (21) и (22) в (10), получаем производящую искомого распределения в виде:

$$g_\xi(s)=\left(\frac{1-(1-\beta)s}{(1-\beta)(1-s)+\beta g_R((1-\beta)s)}+g_R(1-\beta)-1\right)(1-\beta)g_R((1-\beta)s). \tag{24}$$

В качестве интегрального параметра живучести в практических оценках используется математическое ожидание $\mathrm{E}\xi$ случайной величины ξ, которое может быть вычислено по формуле вида

$$\mathrm{E}\xi=g'_\xi(1)/g_\xi(1), \tag{25}$$

где $g'_\xi(1)$ – значение производной $g'_\xi(s)$ производящей функции $g_\xi(s)$ при $s=1$, $1/g_\xi(1)$ – нормирующий коэффициент, необходимость которого вызвана тем, что функция $p(t)$ не является распределением.

Соотношения для численного расчета

При возможности представить распределение $p_R(t)$ функциями вида (4) или (6), соответствующие им выражения производящих могут быть подставлены в формулу (24). (Для распределения (5) выражение производящей неизвестно.)

При необходимости все соответствующие выкладки можно повторить по аналогии и для непрерывных величин, используя вместо производящих характеристические функции. Очевидно, что и в непрерывной области можно говорить о рекуррентных событиях, описывая вероятности их возникновения функциями, аналогичными f_l и u_l.

Однако принципиальным препятствием использования аналитического аппарата вообще может оказаться вопрос об обоснованности представления реальных вероятностей (в первую очередь – вероятности $p_R(t)$) известными типами распределений. Одной из причин возможных затруднений такого рода является существенное непостоянство параметров экологической обстановки, выражающееся в пространственно-временной неоднородности распределений токсикантов и др. В связи с этим далее приводятся основные соотношения для непосредственного машинного расчета.

Исходными данными являются вероятности состояний случайных величин ν_l и δ_l, т.е. надо полагать известными числовые последовательности:

$$\lambda_l^*=\mathcal{P}\{\nu_l=\overline{a}\} \tag{26}$$

и

$$\beta_i^* = \mathcal{P}\{\delta_i = \&\},\qquad(27)$$

где λ_i^* и β_i^* суть экспериментальные оценки вероятностей λ_i и β_i гибели системы и достижения результата системой в последовательные моменты i времени t.

Например, если задача сводится к оценке живучести популяции, исходно находящейся в "теплющемся" состоянии, то λ_i вероятность – вымирания популяции (в результате снижения численности до критического уровня), β_i – вероятность скачка численности (после которого λ_{i+1} надо полагать практически равной нулю).

Распределения величины χ, входящие в правые части выражений (11) и (12), рассчитываются по формулам (17), (18), а соответствующие распределения величины τ – по формулам вида

$$p_R(t) = \lambda_{t+1} \prod_{i=1}^{t} (1-\lambda_i),\qquad(28)$$

$$Q_R(t) = \prod_{i=1}^{t+1} (1-\lambda_i),\qquad(29)$$

где в качестве λ_i и β_i могут использоваться соответствующие эмпирические значения λ_i^* и β_i^*. Далее вычисляются произведения (11) и (12) и величина f, являющаяся суммой вида

$$f = \sum_{t=1}^{T} p_\iota(t).\qquad(30)$$

Переход от вероятности $p_\iota(t)$ к вероятности $p_\vartheta(t)$ осуществляется по исходной рекуррентной формуле (9), которую теперь удобно будет переписать в виде, не использующем условных обозначений $u_i \equiv p_\vartheta(i)$:

$$p_\vartheta(t) = \sum_{i=0}^{t-1} p_\vartheta(i) p_\iota(t-i),\qquad(31)$$

где $p_\vartheta(0) = 1-f$, $t=\overline{1,T}$ (T – общая длина ряда данных).

Наконец, искомые вероятности $p_\xi(t)$ продолжительности жизни рассчитываются непосредственно как свертка функций $p_\vartheta(t)$ и $p_\zeta(t)$

$$p_\xi(t) = \sum_{i=1}^{t} p_\vartheta(i) p_\zeta(t-i).\qquad(32)$$

В тех случаях, когда эффект достижения результата не сводим к "пилообразному" изменению λ, в оценках живучести можно учесть изменчивость численности в соответствии со следующим выражением:

$$P_S = \int_X \mathcal{P}\{\eta = x\} B(x, N_{cr})dx,\qquad(33)$$

где P_S – искомая вероятность гибели популяции в течение заданного цикла (например, сезона), $\mathcal{P}\{\eta = x\}$ – (сезонное) распределение численности, $B(x,N_{cr})$ – вероятность вымирания популяции с x до критического уровня N_{cr}, X – диапазон (сезонного) изменения значений x численности. Оценки биномиальных сумм $B(x,N_{cr})$ возможны по формулам, полученным в [4, П1.2–1.3].

Заключительные замечания

В то время как надежность искусственных систем обеспечивается физической устойчивостью, которая сродни прочности структуры, живучесть естественных систем достигается совершенно иными средствами и качествами. В том, что эти качества живых систем могут быть даже прямо противоположны физической прочности, нередко усматривался, по меньшей мере, отличительный признак живого. («Твердое ломается, острое тупится» - многозначительно замечал по этому поводу еще китайский философ Лао-цзы [11, с.291]).

В связи с этим следовало бы еще раз подчеркнуть, что в данном рассмотрении (как и вообще в подходе теории сложных систем) не используется никаких предположений о "внутренних механизмах жизни". Используется лишь два элементарных предположения: (1) что система, живя во времени, постоянно совершает некие *попытки*; и (2) что успехи при этих попытках *как-то* способствуют выживанию (а значит - снижают вероятность гибели системы в последующие моменты времени).

Первое предположение является простой констатацией, или, можно сказать, трюизмом о существовании целенаправленного поведения. Второе по сути есть предположение о полезности (небессмысленности) этого поведения, повторяющее те положения, которые восходят, среди прочего, к принципу естественного отбора.

Одним из возможных практических применений модели живучести является объяснение результатов токсикологических экспериментов. Например, известен тот факт, что увеличение продолжительности вредного воздействия при пропорциональном уменьшении интенсивности (т.е. при постоянной экспозиции) приводит к снижению смертности. Качественно его объясняют общими соображениями о том, что за большее время эксперимента в подопытных организмах успевает произойти больше компенсационных процессов. В данном случае подобного рода временные зависимости могут быть отражены количественно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биоразнообразие. Степень изученности. – М.: Наука, 1994, 143с.
2. *С. Директор, Р. Popep.* Введение в теорию систем. – М.: Мир, 1974, 464с.
3. *Б.С. Флейшман.* Основы системологии. – М.: Радио и связь, 1982, 368с.
4. *Б.С. Флейшман.* Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. – М.: Сов. радио, 1971, 224с.
5. *А.Л. Куракин.* Методы оценки эффективности автоматизированных систем сбора и обработки океанологической информации. // Мониторинг океана. – М.: ИО АН СССР, 1986, с.67-82.
6. *Б.С. Флейшман.* Системотехника и инженерная экология. Вопросы философии, 1983, N 3, с.68-76.
7. *А. Л. Куракин.* Фундаментальная наука и проблема выживания человечества. / Параплюс (Изд-во НИИ Управления), 1995, N 1 с.3-11, N 2 с.3-17.
8. *А.Л. Куракин, Б.С. Флейшман.* Два варианта функции осуществимости. // Автоматика. 1984, N 2, с.81-82.
9. *Г.Р. Херд.* Некоторые статистические методы и средства анализа и предсказания надежности радиоэлектронной аппаратуры. // Проблемы надежности радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Оборонгиз, 1960, с. 71-89.
10. *В. Феллер.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Ч.1. – М.: Мир, 1984, 528с.
11. Древнекитайская философия. Собрание текстов в двух томах. т.1. – М.: Мысль, 1972, 363с.

Поступила в редакцию
29.05.95.