

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Г. Дьячков, Г. А. Кобзев, П. М. Панкратов,
Распределение сил осцилляторов в центрально-
симметричных моделях "сжатого" атома водорода,
ТВТ, 1985, том 23, выпуск 1, 1–9

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.171

13 января 2025 г., 16:09:47



УДК 535.343

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ОСЦИЛЛЯТОРОВ
В ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫХ МОДЕЛЯХ
«СЖАТОГО» АТОМА ВОДОРОДА*Дьячков Л. Г., Кобзев Г. А., Панкратов П. М.*

Исследована возможность описания влияния неидеальности на оптические спектры плазмы вблизи порогов фотоионизации при помощи центрально-симметричных моделей атома с короткодействующим потенциалом. Показано, что усредненная плотность сил осцилляторов атома водорода $\bar{d}f/dE = f_n(dE/dn)^{-1}$ в таких моделях не зависит от способа деформации хвоста кулоновского электрон-ионного потенциала (превращения его в короткодействующий) и совпадает с аналогичной величиной для недеформированного кулоновского потенциала. Она соответствует квазиконтинууму уширенных и слившихся спектральных линий. Эффектов типа «окна прозрачности» в центрально-симметричных потенциальных моделях не возникает. Проведено сопоставление с результатами предыдущих работ. Предполагается, что для адекватного описания припороговых спектров в неидеальной плазме необходимо учесть наличие плазменных микрополей, взаимодействие высоковозбужденных электронов с ближайшими заряженными частицами.

В [1] рассмотрена возможность нереализации части верхних уровней атома в неидеальной плазме и обсуждаются два наблюдаемых следствия такой нереализации: уменьшение интенсивности суммарных рекомбинационных спектров по сравнению с рассчитанными в слабонеидеальном приближении (относительное просветление плазмы) и появление провала («окна прозрачности») в распределении сил осцилляторов вблизи порога фотоионизации. Представления, развитые в [1], согласовывались с имеющимися к тому времени экспериментальными данными и нашли подтверждение в ряде последующих работ [2–7]. Нереализация уровней качественно объяснялась в [1] на основе модельных представлений о действии плазменных микрополей на высоковозбужденные состояния или о выдавливании этих состояний в непрерывный спектр в результате эффективного искажения кулоновского потенциала на больших расстояниях, превращения его в короткодействующий.

Определенное значение для построения последовательной теории оптических свойств неидеальной плазмы имеют попытки исследования моделей, качественно отражающих влияние неидеальности на оптические свойства плазмы и дающих возможность выполнить некоторые оценки и расчеты. Такие модели рассматривались в целом ряде работ. Для некоторых из них отправным пунктом являются понятия теории твердого тела, такие, как атомная ячейка, трансляционная симметрия и т. п. (см., на-

пример, [8, 9]). В основе других лежит представление о парном взаимодействии, используемое в теории разреженных газов и слабонеидеальной плазмы. При этом парный потенциал взаимодействия некоторым образом искажается, что учитывает влияние окружающих частиц. Кулоновский потенциал электрон-ионного взаимодействия либо преобразуется в короткодействующий [4, 10–15] и остается при этом сферически-симметричным, либо на него накладывается плазменное микрополе [16–21], снимающее сферическую симметрию. Эти два момента рассматривались в [1] в качестве причины нереализации высоковозбужденных уровней. Вычисление волновых функций и матричных элементов при отсутствии сферической симметрии весьма трудоемко, поэтому при рассмотрении влияния микрополей на интенсивность излучения обычно применяется метод эффективных заселенностей [16–23], предполагающий, что дипольные матричные элементы остаются неизменными, а микрополе влияет только на заселенность возбужденных уровней.

Модели со сферически-симметричными короткодействующими потенциалами более просты и доступны для расчетов. Представление о короткодействии наиболее радикально реализуется в модели «ограниченного атома», которая неоднократно применялась для расчета термодинамических свойств плотной плазмы (библиографию по этому вопросу см. в [24]). Сделана также попытка использовать ее при описании оптических свойств [4]. Однако «ограниченный атом», ввиду конечности его объема, не обладает непрерывным спектром, что исключает возможность последовательного рассмотрения в рамках этой модели припороговых эффектов в распределении сил осцилляторов, на которые обращено внимание в [1]. В [11, 13] исследовалась примыкающая к порогу фотоионизации область распределения сил осцилляторов атома водорода в неидеальной плазме при помощи моделей с короткодействующими потенциалами, которые обладают непрерывным спектром. В [11] на основе приближенных вычислений приведены аргументы в пользу существования заметного «окна прозрачности» в припороговой области спектра. Авторы [12, 13], проведя численный расчет, приходят к выводу об отсутствии «окна прозрачности».

Целью данной работы является исследование возможности описания эффектов неидеальности вблизи порогов фотоионизации («окон прозрачности») при помощи сферически-симметричного короткодействующего модельного потенциала без привлечения представления о разрушающем действии плазменных микрополей на высоковозбужденные состояния.

Рассмотрим, какие искажения возникнут в распределении сил осцилляторов атома водорода, если кулоновский потенциал на больших расстояниях деформирован, что эффективно учитывает взаимодействие с окружающими частицами. Конкретный вид деформации в первом приближении не имеет значения. Важно лишь, что потенциал становится короткодействующим. Сила осциллятора, усредненная по магнитному квантовому числу, выражается формулой [25] (здесь и далее используются атомные единицы)

$$f_{n_0 l_0, n l} = \frac{1}{3} \frac{2l_m}{2l_0 + 1} \omega (M_{n_0 l_0}^{n l})^2, \quad l = l_0 \pm 1, \quad (1)$$

где $\omega = E_{n l} - E_{n_0 l_0}$ — энергия фотона, $l_m = \max\{l_0, l\}$,

$$M_{n_0 l_0}^{n l} \approx \int_0^{\infty} R_{n_0 l_0}(r) R_{n l}(r) r^3 dr \quad (2)$$

— радиальный дипольный матричный элемент; $R_{n l}(r)$ — радиальные волновые функции. Будем полагать, что начальное состояние $n_0 l_0$ является слабозбужденным ($n_0 \approx 1$) и влиянием деформации потенциала на него можно пренебречь, $E_{n_0 l_0} = -1/2n_0^2$, а конечное состояние является высоковозбужденным и лежит в припороговой области, $n \gg 1$, $|E_{n l}| \ll 1$. Существенный вклад в матричный элемент (2) вносит только область значений $r \sim 1$, в которой сосредоточена волновая функция начального состояния.

В этой области конечная энергия электрона мала по сравнению с потенциальной энергией, $|E_{nl}| \ll r^{-1}$ и волновую функцию конечного состояния можно записать в виде

$$R_{nl}(r) = (\pi/r)^{1/2} a_{nl} J_{2l+1}(\sqrt{8r}), \quad (3)$$

где J_ν — функция Бесселя; a_{nl} — нормирующий множитель, зависящий от вида деформации хвоста кулоновского потенциала. Для недеформированного кулоновского потенциала он равен $(2/\pi n^3)^{1/2}$. Для простоты будем полагать радиальную волновую функцию начального состояния безузельной, $l_0 = n_0 - 1$. Тогда

$$R_{n_0 l_0} = 2^{n_0} n_0^{-n_0-1} [(2l_0+1)!]^{-1/2} r^{l_0} \exp(-r/n_0) \quad (4)$$

и матричный элемент (2) с функциями (3) и (4) нетрудно проинтегрировать. Учитывая, что в принятом приближении можно положить $\omega \simeq \simeq |E_{n_0 l_0}| = 1/2n_0^2$, получим

$$f_{nl} = \frac{2^{2l_0+3} \pi l_m}{3(2l_0+1)(2l_0+1)!} (2n_0)^{2l_m+2} \exp(-4n_0) a_{nl}^2 \quad (5)$$

(индекс $n_0 l_0$, соответствующий начальному состоянию, здесь и далее опускаем).

Если в (2) заменить R_{nl} на волновую функцию непрерывного спектра $R_{E'l}$, нормированную по шкале энергий

$$\int R_{E'l} R_{E'l'} r^2 dr = \delta(E-E'), \quad (6)$$

и подставить матричный элемент в (1), то получим плотность сил осцилляторов df/dE для переходов в непрерывный спектр. В припороговой области $E \ll 1$ аналогично (5) получим

$$\frac{df}{dE} = \frac{2^{2l_0+3} \pi l_m}{3(2l_0+1)(2l_0+1)!} (2n_0)^{2l_m+2} \exp(-4n_0) a_{E'l}^2, \quad (7)$$

где $a_{E'l}$ зависит от деформации кулоновского потенциала на больших расстояниях. При отсутствии деформации $a_{E'l} = (2/\pi)^{1/2}$.

Зависимость от деформации потенциала, а также от конечного состояния в (5) и (7) целиком содержится в нормирующих множителях a_{nl} и $a_{E'l}$. Используя хорошо известные аналитические свойства решений радиального уравнения Шредингера [26, 27], можно выразить a_{nl} через аналитическое продолжение функции Йоста $f_l(k)$ в комплексную плоскость импульса k

$$a_{nl}^2 = -(2i/\pi) (l!)^2 (2|E_{nl}|)^{l+1} [f_l'(i\kappa_{nl}) f_l(-i\kappa_{nl})]^{-1}, \quad (8)$$

где $E_{nl} = -\kappa_{nl}^2/2$ — энергия связанного nl -состояния, $\kappa_{nl} > 0$, $f_l' = df_l/dk$. Множитель $a_{E'l}$ вычисляется ниже в квазиклассическом приближении.

Для дальнейших вычислений необходимо задать вид потенциала. Пусть D — его эффективный радиус действия. При $r < D$ можно полагать, что потенциал близок к кулоновскому. Пренебрегая формой потенциала в области $r \sim D$, воспользуемся простой моделью

$$V(r) = \begin{cases} -1/r, & r < D, \\ 0, & r > D, \end{cases} \quad (9)$$

допускающей аналитическое решение уравнения Шредингера. Энергетический спектр s -электрона в таком потенциале рассматривался в [28]. В [29] показано, что потенциал (9) может быть использован для моделирования электрон-ионного взаимодействия в плазме достаточно высокой плотности. Наличие потенциального барьера при $r = D$ приводит к запиранию внутри «атомной ячейки» электронов с энергиями $-D^{-1} < E < 0$, что отражает корреляцию электронов в распределении их по ячейкам [29].

Следует отметить, что потенциал (9) имеет нефизический разрыв при $r = D$. Следствием этого является возникновение резонансов в непрерывном спектре, связанных с отражением от потенциальной стенки. Более правиль-

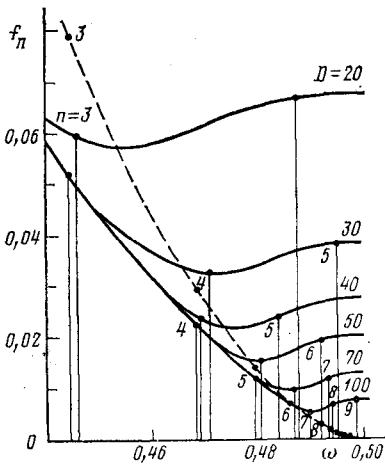


Рис. 1

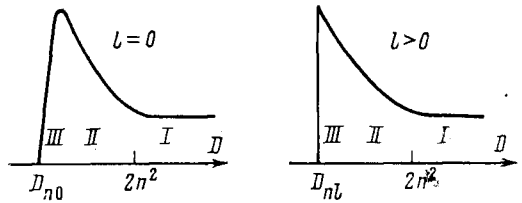


Рис. 2

Рис. 1. Силы осцилляторов f_{nl} серии Лаймана для потенциала (9) при различных значениях параметра D . Сплошные линии соединяют приближенные значения f_{nl} , вычисленные по (5), штриховая линия соединяет точные значения [25] для кулоновского потенциала ($D = \infty$)

Рис. 2. Качественная зависимость f_{nl} от D при фиксированном n . В области I $|E_{nl}| = 1/2n^2 > D^{-1}$, II $-D^{-2} < |E_{nl}| < D^{-1}$, III $-|E_{nl}| < D^{-2}$

ным был бы выбор гладкого потенциала. Однако важно то, что модель (9) позволяет получить аналитическое решение. Поэтому проведем расчет с потенциалом (9), а результат усредним по некоторому интервалу значений D так, чтобы резонансные пики «размазались» по области ΔE между резонансами. Такая процедура соответствует эффективному сглаживанию резкого края потенциальной ямы. Подробнее она обсуждается ниже.

Энергии связанных состояний в потенциале (9) определяются из решения уравнения [28]

$$1 - \frac{K_{l+\frac{1}{2}}(\kappa D)}{K_{l+\frac{1}{2}}(\kappa D)} = \frac{l+1+\kappa^{-1}}{l+1} \frac{F(l+1+\kappa^{-1}, 2l+3, -2\kappa D)}{F(l+1+\kappa^{-1}, 2l+2, -2\kappa D)}, \quad (10)$$

где K_ν — функция Макдональда; $F(a, b, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Вычисление a_{nl} проводится по формуле (8).

Результаты расчета сил осцилляторов серии Лаймана ($n_0=1, l_0=0, l=1$) для нескольких значений параметра D показаны на рис. 1. Характерно, что в области деформации кулоновского спектра ($0,5-D^{-1} \leq \omega < 0,5$) спектральные линии становятся более редкими, а силы осцилляторов значительно возрастают. Разрежение спектральной серии связано с короткодействием потенциала и выдавливанием высоковозбужденных уровней в континуум, рост сил осцилляторов — со сжатием атома и возрастанием вероятности пребывания электрона во внутренней области атома, где сконцентрирована волновая функция начального состояния. С увеличением перекрытия волновых функций растет вероятность дипольного перехода. Интегрально по возмущенной части спектра оба эффекта (уменьшение числа линий и увеличение их силы) компенсируют друг друга. В самом деле, рассмотрим усредненную плотность сил осцилляторов, которая определяется плавной кривой, имеющей при $E=E_n$ значения

$$\overline{df/dE} = f_n (dE_n/dn)^{-1}. \quad (11)$$

Она соответствует «размазыванию» сил осцилляторов спектральных линий по промежуткам между линиями. Черта сверху отличает ее от точной, точечной плотности сил осцилляторов дискретного спектра

$$df/dE = \sum_n f_n \delta(E - E_n), \quad E < 0. \quad (12)$$

Производная dE_n/dn в (11) имеет смысл некоторого среднего расстояния между уровнями и определяется по наклону кривой $E(n)$, проведенной через точки (n, E_n) [30]. Расстояние между уровнями в квазиклассическом приближении соответствует изменению разности фаз в точках поворота на π . Поэтому процедура (11) эквивалентна усреднению по квазиклассической фазе ξ на краю потенциальной ямы в интервале ее изменения на π . Ниже в квазиклассическом приближении показано, что в непрерывном спектре усредненный таким образом квадрат коэффициента a_{E_l} равен $2/\pi$. Тогда для континуума, продолжающего серию Лаймана, из (7) получим $\overline{df/dE} = (1/3)2^8 \exp(-4) = 1,56$. Для дискретного спектра (11) дает такое же значение при всех D и $n \gg 1$. Это означает, что $\overline{a_{n_l}^2} = a_{n_l}^2 (dE_{n_l}/dn)^{-1} = 2/\pi$. Проведенные расчеты показывают, что в припороговой области это соотношение справедливо для произвольного $l > 0$

$$\overline{a_{n_l}^2} = 2/\pi. \quad (13)$$

Отдельно рассмотрим случай конечных s -состояний, $l=0$. При отсутствии центробежного барьера экспоненциальное затухание волновой функции при $E_{n_0} \rightarrow 0$ становится бесконечно медленным. При $\kappa_{n_0} D < 1$ вероятность пребывания электрона в потенциальной яме падает и, следовательно, уменьшается перекрытие с волновой функцией начального состояния. Поэтому вблизи порога континуума ($|E_{n_0}| < D^{-2}$) сила осциллятора падает, в пороге она обращается в нуль. Однако ширина этой припороговой области значительно меньше, чем расстояние между уровнями¹, и снижение силы осциллятора может проявиться только, если в эту область попадает s -уровень. Качественная зависимость f_{n_l} от D (при фиксированном n) для $l=0$ и $l>0$ показана на рис. 2. В области I n -й уровень находится глубже области возмущения и совпадает с кулоновским $|E_n| = 1/2n^2 > D^{-1}$, f_{n_l} соответствует силе осциллятора изолированного атома. В области II уровень сдвигается вверх, а сила осциллятора растет вследствие сжатия атома. В области III $E_{n_0} \rightarrow 0$ и $f_{n_0} \rightarrow 0$, а f_{n_l} при $l>0$ остается конечной. При $D = D_{n_l}$ уровень достигает континуума и исчезает. Различие в поведении f_{n_0} и f_{n_l} связано с тем, что «исчезнувшее» l -состояние продолжает существовать в непрерывном спектре в виде квазистационарного состояния.

Непрерывный спектр рассмотрим в квазиклассическом приближении, справедливом при $E \ll 1$. Нетрудно убедиться, что функция R_{E_l} , записанная в виде (3), в области $(l+1/2)^2 \ll r \ll E^{-1}$ асимптотически совпадает с квазиклассической волновой функцией

$$R_{E_l}(r) = a_{E_l} [r p_l^{1/2}(r)]^{-1} \cos \xi(r), \quad (14)$$

где при $r < D$

$$\xi(r) = \int_{r_1}^r p_l(r') dr' - \beta_l \pi, \quad \beta_l = \begin{cases} 3/4, & l=0 \\ 1/4, & l>0, \end{cases}$$

$p_l(r)$ — квазиклассический импульс; r_1 — левая точка поворота. Условие (6) требует, чтобы в (14) при $r > D$ $a_{E_l} = (2/\pi)^{1/2}$. Сшивка в точке разрыва потенциала дает значение a_{E_l} при $r < D$. Для энергий, превышающих высоту центробежного барьера $E > E_b = (l+1/2)^2/2D^2$, получим

$$a_{E_l}^2 = \frac{2}{\pi} \frac{(p_l^-/p_l^+) [1 + \text{tg}^2 \xi(D)]}{1 + [(p_l^-/p_l^+) \text{tg} \xi(D)]^2}, \quad (15)$$

где $p_l^\pm = p_l(D \pm 0)$. При $E < E_b$

$$a_{E_l}^2 = \frac{2}{\pi} \frac{(p_l^-/|p_l^+|) W_l [1 + \text{tg}^2 \xi(D)]}{[1 - (p_l^-/|p_l^+|) \text{tg} \xi(D)]^2 + \frac{W_l^2}{4} [1 + (p_l^-/|p_l^+|) \text{tg} \xi(D)]^2} \quad (16)$$

¹ Это легко проверить тем же способом, каким в Приложении выводится соотношение (II.1)

где

$$W_l = \exp \left[-2 \int_D^{r_3} |p_l(r)| dr \right]$$

— коэффициент прохождения через барьер; $r_3 = (l + 1/2)/k$ — точка поворота справа от барьера. В области энергий ниже вершины барьера величина $a_{E_l^2}$, а следовательно, и плотность сил осцилляторов экспоненциально мала, $df/dE \sim W_l$, и в пороге обращается в нуль вместе с W_l . Исключение составляют узкие области шириной

$$\Delta E = \frac{W_l}{1 + (|p_l^+|/|p_l^-|)^2} \left(\frac{\partial \xi(D)}{\partial E} \Big|_{E=E_r} \right)^{-1}$$

около значений E_r , удовлетворяющих уравнению

$$\operatorname{tg} \xi(D) = |p_l^+|/|p_l^-|. \quad (17)$$

При $E = E_r$ плотность сил осцилляторов имеет экспоненциально высокие резонансные пики $df/dE|_{E=E_r} \sim W_l^{-1}$. Уравнение (17) определяет положение квазистационарных уровней E_r , с которыми связано появление резонансов. Легко убедиться, что в квазиклассическом приближении связанные уровни в потенциале (9) также определяются уравнением (17). Таким образом, квазистационарные уровни E_r являются выдавленными в непрерывный спектр связанными уровнями.

Из (15) и (16) видно, что df/dE , помимо E_r , имеет максимумы, связанные с разрывностью потенциала (9). Они появляются, когда $\operatorname{tg} \xi(D) = 0$ и чередуются с минимумами, соответствующими $\operatorname{tg} \xi(D) = \infty$. Эти осцилляции обусловлены отражением электрона от резкого края потенциальной ямы. Поскольку разрыв потенциала носит нефизический характер и введен только для удобства вычислений, осцилляции также являются нефизическими и от них следует избавиться, например, проведя усреднение по квазиклассической фазе на краю потенциальной ямы $\xi(D)$ в интервале длиной π . Для $E > E_b$ после усреднения (15) по $\xi(D)$ получим

$$\overline{a_{E_l^2}} = 2/\pi, \quad (18)$$

что совпадает со значением $a_{E_l^2}$ в случае любого непрерывного потенциала, в частности кулоновского.

Выше отмечалось, что усреднение по $\xi(D)$ эквивалентно процедуре (11) построения непрерывной плотности сил осцилляторов в дискретном спектре. Следовательно, в припороговой области $E < E_b$ непрерывного спектра, где возможно появление квазистационарных уровней E_r , усреднение по $\xi(D)$ можно рассматривать как естественное распространение процедуры (11) на квазидискретный спектр. В такой интерпретации оно будет оправдано и в том случае, если модельный потенциал не имеет разрыва. При усреднении стираются все детали спектра с характерной шириной, меньшей, чем расстояние между уровнями ΔE_n . Значит, при $E_b \ll \Delta E_n$ наличием центробежного барьера вообще можно пренебречь. В этом случае после усреднения плотность сил осцилляторов в припороговой области как в дискретном, так и в непрерывном спектре обращается в

$$\frac{\overline{df}}{dE} = \frac{2^{2l_0+4} l_m}{3(2l_0+1)(2l_0+1)!} (2n_0)^{2l_m+2} e^{-4n_0},$$

что следует из (5), (7), (13), (18), и совпадает с плотностью сил осцилляторов для кулоновского потенциала.

Пусть теперь $E_b \gg \Delta E_n$, что возможно, как показано в Приложении, для достаточно больших l . Тогда фаза $\xi(D)$ как функция энергии изменяется значительно быстрее, чем коэффициент прохождения. Воспользуемся этим для усреднения $a_{E_l^2}$ по $\xi(D)$ на интервале π в припороговой области $E < E_b$. Полагая, что W_l и p_l^\pm в (16) при изменении $\xi(D)$ на π изменяются слабо, снова получим (18). Чтобы не создавалось впечатление, что этот результат есть следствие специфических свойств модели (9), в частности разрывно-

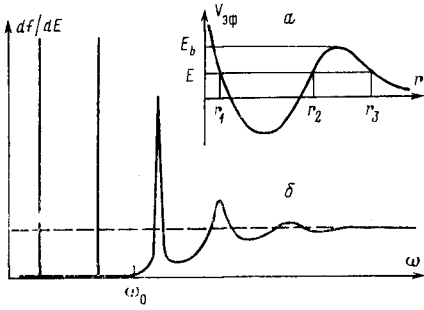


Рис. 3

Рис. 3: *a* – эффективный потенциал $V_{эф}(r) = V(r) + (l+1/2)^2/2r^2$ в случае гладкого потенциала $V(r)$; *б* – качественный вид df/dE (сплошная кривая) и $\overline{df/dE}$ (штриховая) для этого потенциала при $\Delta E_n \ll E_b$, ω_0 – граница непрерывного спектра

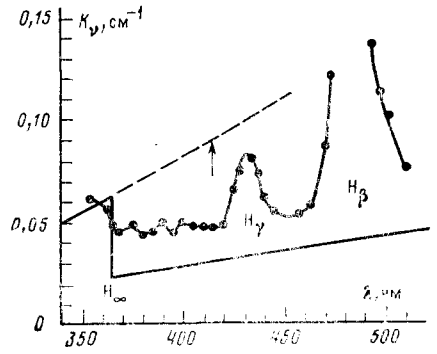


Рис. 4

Рис. 4. Коэффициент поглощения аргоно-водородной плазмы (80% $H_2 + 20\%$ Ar) при $T = 12\ 200\ K$, $p = 2,4\ MPa$ вблизи порога (H_∞) бальмеровского континуума водорода. Точки – эксперимент [35], явно выражены линии H_β и H_γ . Сплошная линия – расчет [36] рекомбинационно-тормозного континуума, континуума H^- и вклада Ar; штриховая – с учетом продолженного в длинноволновую сторону вклада бальмеровского континуума. Вертикальной стрелкой отмечен инглис-теллеровский «сдвиг» порога фотоионизации

сти потенциала, рассмотрим произвольный гладкий потенциал, показанный с учетом центробежного потенциала на рис. 3, *a*. Предполагается, что при $r > r_1$ справедливо квазиклассическое приближение. При $E < E_b$ и нормировке (6) во внутренней области $r_1 < r < r_2$ имеем

$$a_{E_l}^2 = \frac{(W_l/\pi) (1 + \operatorname{tg}^2 \xi)}{(W_l/4 - \operatorname{tg} \xi)^2 + (W_l/4 + \operatorname{tg} \xi)^2}, \quad (19)$$

$$W_l = \exp\left(-2 \int_{r_2}^{r_3} |p_l| dr\right), \quad \xi = \int_{r_1}^{r_2} p_l dr - \frac{\pi}{2}.$$

Квазистационарные уровни E_r определяются уравнением $\operatorname{tg} \xi = W_l/4$. Поскольку в пороге $W_l \rightarrow 0$, то это уравнение переходит в обычное правило квантования $\operatorname{tg} \xi = 0$ для связанных состояний [31]. Как и прежде, имеем резонансные пики $df/dE|_{E=E_r} \sim W_l^{-1}$ на фоне подавленного континуума $df/dE \sim W_l$. При $\Delta E_n \ll E_b$ усреднение по ξ снова дает (18). Сила осциллятора, приходящаяся на припороговую область $E < E_b$, концентрируется около значений $E = E_r$, в промежутках становится экспоненциально малой, но в среднем по области остается неизменной. Качественный вид df/dE для гладкого потенциала в случае $\Delta E_n \ll E_b$ показан на рис. 3, *б*. Сплошная линия изображает df/dE до усреднения, при этом в дискретном спектре имеем сумму δ -функций (12). Усредненная плотность сил осцилляторов $\overline{df/dE}$ совпадает с кулоновской.

В непрерывном спектре $E > 0$ пороговое поведение определяется зависимостью [32]

$$df/dE \sim k^{2l+1}, \quad (20)$$

которая справедлива для любого короткодействующего потенциала. Ее легко получить из (7) и (16) или (19), если учесть, что интеграл под знаком экспоненты в W_l при $k \rightarrow 0$ логарифмически расходится на верхнем пределе. При этом область справедливости (20) ограничена значениями

$$E \ll \min\{E_b, \Delta E_n\}. \quad (21)$$

Можно говорить о непрерывности df/dE в пороге, если сшивку производить с величиной (12). Можно рассматривать также непрерывность $\overline{df/dE}$. Неправильной, однако, в случае короткодействующего потенциала.

является сшивка df/dE при $E > 0$ с $\overline{df/dE}$ при $E < 0$ в виде (11), как это сделано в [10]. Такая операция справедлива только для потенциалов, имеющих точку сгущения дискретного спектра в пороге континуума, например для кулоновского, поскольку для них $\overline{df/dE} = df/dE$ при $E > 0$, но перенос ее на случай короткодействующего потенциала некорректен. Снижение $\overline{df/dE}$ в предпороговой области в [10] связано не с непрерывностью df/dE , как объясняется в [10], а с неправильным использованием кулоновской плотности состояний $(dE_n/dn)^{-1} = n^3$ для дебаевского потенциала². Пересчет $\overline{df/dE}$ с f_n из [10] и dE_n/dn по данным [33] показывает, что в случае дебаевского потенциала $\overline{df/dE}$ так же, как и в случае потенциала (9), совпадает с соответствующей величиной для кулоновского потенциала. Аналогичный вывод следует из численных расчетов [12, 13] для двух модельных короткодействующих потенциалов.

Таким образом $\overline{df/dE}$ не зависит от способа искажения кулоновского потенциала на больших расстояниях (при сохранении сферической симметрии) и совпадает с аналогичной величиной для неискаженного кулоновского потенциала.

Очевидно, что в реальных плазменных условиях величине $\overline{df/dE}$ при $E < 0$ можно сопоставить квазиконтинуум уширенных и слившихся спектральных линий. С целью выделить предмет обсуждения в [1] рассмотрен случай, когда «окно прозрачности» появляется при отсутствии слияния линий. Подобная ситуация — уменьшение интенсивности и исчезновение неслившихся линий — наблюдалась в ртутной [2] и воздушной [3] плотной плазме, а также в спектре гелиеподобных ионов кремния в лазерной плазме [34]. Возможно, однако, что слияние спектральных линий в квазиконтинуум $\overline{df/dE}$ сопровождается подавлением этого квазиконтинуума. Такой случай, по-видимому, реализован в эксперименте [35], обсуждавшемся в [36] (см. рис. 4). В [10–13] в области дискретного спектра усилия были направлены на поиск именно такого эффекта. Однако, как показано в данной работе, центрально-симметричные модели с короткодействующими потенциалами такой эффект не описывают. В области непрерывного спектра в [10–13] вычислялась неусредненная плотность сил осцилляторов df/dE , которая, согласно (20), в пороге всегда обращается в нуль. Но ширина припорогового провала, как следует из (21) и численных расчетов [10, 12, 13], очень мала.

В [12, 13] на основе результатов численных расчетов получено свидетельство отсутствия провала в распределении сил осцилляторов для двух модельных центрально-симметричных потенциалов, что согласуется с результатами данной работы³. Однако перенос представления об отсутствии провала с модели на реальную атомную систему в плотной плазме в общем случае неверен. Полученные в данной работе и в [12, 13] результаты свидетельствуют о том, что в центрально-симметричных моделях не могут быть воспроизведены эффекты неидеальности типа провала в распределении сил осцилляторов, соответствующие экспериментальным данным [23, 34, 35]. Сферически-симметричный потенциал, на взгляд авторов данной работы, пригоден для моделирования сжатого давлением нейтралов атома в плазме с небольшой степенью ионизации, так как не учитывает влияния ближайших заряженных частиц, пространственных флуктуаций микропотенциала. Появление «окна прозрачности» следует, видимо, отнести на счет взаимодействия высоковозбужденных электронов с ближайшими заряженными частицами. Для его исследования необходима модель, учитывающая это взаимодействие.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Найдем условия, при которых $\Delta E_n \ll E_b$. Пусть n_1 — последний уровень, на котором обрезание потенциала сказывается еще слабо, т. е. $|E_{n_1}| = 1/2n_1^2 \sim D^{-1}$. Тогда для

² На это указывалось также в [12].

³ В [12, 13] также проведен расчет спектра с учетом уширения линий. Контур линий считался гауссовым с шириной, постоянной для всех линий и значительно превышающей расстояние между линиями в припороговой области. Очевидно, в этом случае спектр в припороговой области должен совпадать с $\overline{df/dE}$. Такой результат и получен в [12, 13].

$n > n_1$, расстояние между уровнями в потенциале (9) $\Delta E_n \sim n_1^{-3} \sim (2/D)^{3/2}$. Сравнивая эту величину с E_b , получим условие

$$l^2 \gg 4\sqrt{2D}. \quad (\text{П.1})$$

Но, поскольку при заданном D число уровней конечно, возникает вопрос, существуют ли такие значения D и l , при которых условие (П.1) выполняется. Чтобы ответить на него, найдем критические значения D_{nl} , при которых nl -уровни переходят в континуум, $E_{nl}(D_{nl})=0$. Используя разложение вырожденных гипергеометрических функций по функциям Бесселя [37], уравнение (10) в пределе $\kappa \rightarrow 0$ можно свести к $J_{2l}(2\sqrt{2D})=0$. Таким образом, (10) имеет решение $\kappa_{nl}=0$ при $D=D_{nl} \equiv (1/8)j_{2l,1}^2$, где $j_{\nu, m}$ — m -й нуль J_ν . Следовательно, для существования l -уровней необходимо, чтобы

$$D > (1/8)j_{2l,1}^2. \quad (\text{П.2})$$

При больших l можно воспользоваться асимптотическим разложением нуля функции Бесселя [37]

$$j_{\nu, 1} = \nu + 1,86\nu^{-1/2} + 1,03\nu^{-1} + O(\nu^{-3/2}). \quad (\text{П.3})$$

Сопоставляя (П.1) — (П.3), видно, что при

$$4l \ll 4\sqrt{2D} \ll l^2 \quad (\text{П.4})$$

будет существовать большое количество l -уровней и $\Delta E_n \ll E_b$. Очевидно, для достаточно больших l найдутся значения D , при которых условие (П.4) выполняется.

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23.XII.1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобзев Г. А., Куриленков Ю. К., Норман Г. Э. ТВТ, 1977, т. 15, № 1, с. 193.
2. Куриленков Ю. К., Минаев П. В. ЖЭТФ, 1978, т. 74, с. 563.
3. Гаврилова Т. В. ЖТФ, 1979, т. 49, № 3, с. 652.
4. Беспалов В. Е., Грязнов В. К., Фортгов В. Е. ЖЭТФ, 1979, т. 76, № 1, с. 140.
5. Волков В. А., Титаров С. И., Ткаченко Б. К. Физика плазмы, 1980, т. 6, № 5, с. 1145.
6. Андреев С. И., Гаврилова Т. В. Оптика и спектроскопия, 1980, т. 49, № 3, с. 469.
7. Жуков Б. Г., Масленников В. Г., Тумакаев Г. К. ЖТФ, 1981, т. 51, № 10, с. 2194.
8. Никифоров А. Ф., Орлов Н. Ю., Уваров В. Б. Вопросы атомной науки и техники, 1979, вып. 4(6), с. 36.
9. Rozsnay J. F. JQSRT, 1973, v. 13, № 12, p. 1285.
10. Weisheit J. C., Shore B. W. Astrophys. J., 1974, v. 194, № 2, p. 519.
11. Ветчинин С. П., Куриленков Ю. К. ТВТ, 1980, т. 18, № 2, с. 225.
12. Höhne F. E., Zimmermann R. J. Phys. B., Atom. Mol. Phys., 1982, v. 15, № 15, p. 2551.
13. Хёне Ф. Э., Циммерман Р. ТВТ, 1983, т. 21, № 4, с. 640.
14. Davis J., Blaha M. JQSRT, 1982, v. 27, № 3, p. 307.
15. Cauble R. JQSRT, 1982, v. 28, № 1, p. 41.
16. Unsöld A. Z. Astrophys., 1948, B. 24, H. 4, S. 355.
17. Vujnovic V. JQSRT, 1970, v. 10, № 8, p. 929.
18. Ruždjak V., Vujnovic V. Astron. Astrophys., 1977, v. 54, № 3, p. 751.
19. Гурович В. Ц., Энгельшт В. С. ЖЭТФ, 1977, т. 72, № 2, с. 445.
20. Ковальская Г. А., Севастьяненко В. Г. В сб.: Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики. Новосибирск: Наука, 1977, с. 11.
21. Севастьяненко В. Г. Препринты № 30, 32 Инст. теор. и прикл. механ. СО АН СССР. Новосибирск, 1981.
22. Авилова И. В., Норман Г. Э. ТВТ, 1964, т. 2, № 4, с. 517.
23. Боровик Ф. Н., Сыркин М. И. Оптика и спектроскопия, 1983, т. 54, № 5, с. 776.
24. Грязнов В. К., Иосилевский И. Л. и др. Теплофизические свойства рабочих сред газофазного ядерного реактора. М.: Атомиздат, 1980, с. 41.
25. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: Физматгиз, 1960, с. 402.
26. Тейлор Дж. Теория рассеяния. М.: Мир, 1975.
27. Де Альфаро В., Редже Т. Потенциальное рассеяние, М.: Мир, 1966.
28. Росточкин В. И. ЖЭТФ, 1966, т. 50, № 6, с. 1586.
29. Хомкин А. Л. ТВТ, 1981, т. 19, № 4, с. 673.
30. Фано У., Кулер Дж. Спектральные распределения сил осцилляторов в атомах. М.: Наука, 1972, с. 26.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974, с. 205.
32. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971, с. 386.
33. Rogers F. J., Graboske H. C., Harwood D. J. Phys. Rev. A. Gen. Phys., 1970, v. 1, № 6, p. 1577.
34. Weisheit J. C., Tarter C. B., Scofield J. H., Richards L. M. JQSRT, 1976, v. 16, № 8, p. 659.
35. Кольков А. А. ТВТ, 1979, т. 17, № 4, с. 675.
36. Кобзев Г. А., Куриленков Ю. К. V Всес. конф. по физ. низкотемпературной плазмы. Тез. докл., Киев, 1979, с. 340.
37. Справочник по специальным функциям/Под ред. Абрамовица М., Стиган И. М.; Наука, 1979, с. 192, 323.