

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

I. N. Sidorov, V. I. Mitryaikin, A. V. Gorelov, L. P. Shabalin, Strength analysis of composite rotor helicopter blade, having percussive damage, by limit equilibrium theory, *Zhurnal SVMO*, 2019, Volume 21, Number 3, 343–352

DOI: 10.15507/2079-6900.21.201903.343-352

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

March 24, 2025, 16:34:53



## ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

DOI 10.15507/2079-6900.21.201903.343-352

УДК 629.735.45.05

**Исследование прочности композитной лопасти несущего винта вертолета, имеющей ударные повреждения, по теории предельного равновесия**© И. Н. Сидоров<sup>1</sup>, В. И. Митряйкин<sup>2</sup>, А. В. Горелов<sup>3</sup>, Л. П. Шабалин<sup>4</sup>

**Аннотация.** Приведены результаты расчета предельного состояния лопасти несущего винта вертолета «АНСАТ» при различных режимах полета с учетом возможного повреждения лопасти в комлевом сечении. Для оценки прочности использован метод вариации упругих постоянных, основанный на теории предельного равновесия и позволяющий получать одновременно верхнюю и нижнюю границу предельной нагрузки. При этом вектор напряжений в слоях пакета, определяемый согласно закону деформирования, ассоциированному предельной поверхности текучести этих слоев, выражается через шестимерный вектор обобщенных усилий и анализ предельного состояния по напряжениям сводится к анализу предельного состояния в пространстве обобщенных усилий. Определены коэффициенты запаса прочности лопасти в комлевом сечении в зависимости от азимутального угла поворота лопасти для случая, когда все обобщенные усилия изменяются пропорционально одному параметру нагружения. Предложена возможность использования внутренней диагностики мест повреждений с помощью рентгеновской компьютерной томографии на основе медицинского рентгеновского томографа фирмы «Siemens».

**Ключевые слова:** теория предельного равновесия, коэффициент запаса, метод вариации упругих постоянных, композитная лопасть несущего винта вертолета, повреждения

**1. Введение**

Лопасть несущего винта (НВ) в процессе эксплуатации, являясь незащищённой частью вертолета, может получать повреждения в виде отверстий в различных её частях, например, при попадании в лопасть острого металлического предмета. В работах [1–2]

<sup>1</sup>**Сидоров Игорь Николаевич**, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики и математики, ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ» (420066, Татарстан, г. Казань, ул. Бондаренко, д. 34), доктор физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6674-9776>, [sidorovin@mail.ru](mailto:sidorovin@mail.ru)

<sup>2</sup>**Митряйкин Виктор Иванович**, профессор кафедры машиноведения и инженерной графики, ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ» (420066, Татарстан, г. Казань, ул. Бондаренко, д. 34), доктор технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3805-910X>, [vmitryaykin@bk.ru](mailto:vmitryaykin@bk.ru)

<sup>3</sup>**Горелов Алексей Вячеславович**, старший преподаватель кафедры приборостроения чистопольского филиала «Восток», ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ» (420066, Татарстан, г. Казань, ул. Бондаренко, д. 34), кандидат технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1300-5110>, [a.gorelov-kai@yandex.ru](mailto:a.gorelov-kai@yandex.ru)

<sup>4</sup>**Шабалин Леонид Павлович**, научный сотрудник кафедры производства летательных аппаратов, ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» (420066, Татарстан, г. Казань, ул. Бондаренко, д. 34), кандидат технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6246-7699>, [leonid.shabalin@gmail.com](mailto:leonid.shabalin@gmail.com)

предложен алгоритм расчёта, приведены результаты расчёта нижней границы нагрузки в комлевом сечении лопасти НВ вертолёта, соответствующей её предельному состоянию для режима висения, а также сделан вывод, что оценка прочности лопасти должна проводиться только по предельной нагрузке. Оценка предельного состояния лопасти основана на методе вариации упругих постоянных, рассмотренном в работах [3–6]. Цель настоящей работы – определение коэффициента запаса статической прочности (нижней границы предельной нагрузки) лопасти НВ в комлевом сечении, имеющей повреждения в виде отверстий, для различных скоростей горизонтального полета вертолёта; выявление экспериментальных повреждений лопасти при ударных воздействиях и сравнение их с расчётными.

## 2. Постановка задачи

Исследуемая лопасть НВ крепится к торсиону (Рис. 2.1), рассмотренному в работе [7]. И в комлевом сечении (Рис. 2.2) состоит из двух основных элементов: лонжерона и хвостового отсека, наружные обводы которых соответствуют аэродинамическому профилю НАСА-23012. Материал лопасти – многослойный стеклопластик Т-25(ВМ). Лонжерон в поперечном сечении представляет собой многослойную профилированную трубу. Наружная поверхность носовой части лонжерона покрыта слоем резины, поверх которого установлена защитная стальная оковка. Хвостовой отсек состоит из верхней и нижней многослойных обшивок, сотового заполнителя, подкрепляющего обшивки, и хвостового стрингера. Соединение всех элементов выполнено склеиванием. Пределы прочности при растяжении, сжатии и сдвиге в осях ортотропии слоя материала Т-25(ВМ) по данным ВИАМ, которые использовались при расчетах, следующие:

$$\bar{\sigma}_1^+ = 933 \text{ МПа}, \bar{\sigma}_1^- = 615 \text{ МПа}, \bar{\sigma}_2^+ = 110 \text{ МПа}, \bar{\sigma}_2^- = 244 \text{ МПа}, \bar{\tau}_{12} = 11 \text{ МПа},$$

где индекс 1 соответствует направлению вдоль нитей основы, 2 – поперек нитей основы; индексы для пределов прочности «+» и «-» обозначают растяжение и сжатие; схема укладки слоев лонжерона и хвостовой обшивки по отношению к оси лопасти соответственно:  $[0^\circ / \pm 45^\circ / 0^\circ / \pm 45^\circ / 0^\circ]$  и  $[0^\circ / \pm 45^\circ / 0^\circ]$ ; порядок чередования слоев снаружи внутрь лопасти; толщина каждого слоя 0,28 мм.

Согласно алгоритму, предложенному в работе [1], в расчетах реальная лопасть заменялась аналогом, состоящим из участков. На Рис. 2.3 точками показаны границы участков, цифрами – номера участков.

Повреждения моделировались отверстиями в виде полос по всей длине участка поперечного сечения комлевой части лопасти с постоянными характеристиками (Рис. 2.1). При этом в сечении лопасти (Рис. 2.3) на участке, соответствующем этой полосе, пределы прочности слоев пакета уменьшались на 6 порядков по сравнению с соответствующими параметрами неповрежденных участков.

## 3. Расчет нижней границы коэффициента предельной нагрузки композитной лопасти несущего винта вертолета «АНСАТ»

В алгоритме, предложенном в работе [1], предельный вектор напряжений в слоях пакета определяется согласно закону деформирования, ассоциированному предельной поверхности текучести этих слоев. При этом вектор напряжений выражается через шестимерный вектор обобщенных усилий, и анализ предельного состояния по напряжениям так же, как в работе [8], сводится к анализу предельного состояния в пространстве обобщенных усилий.

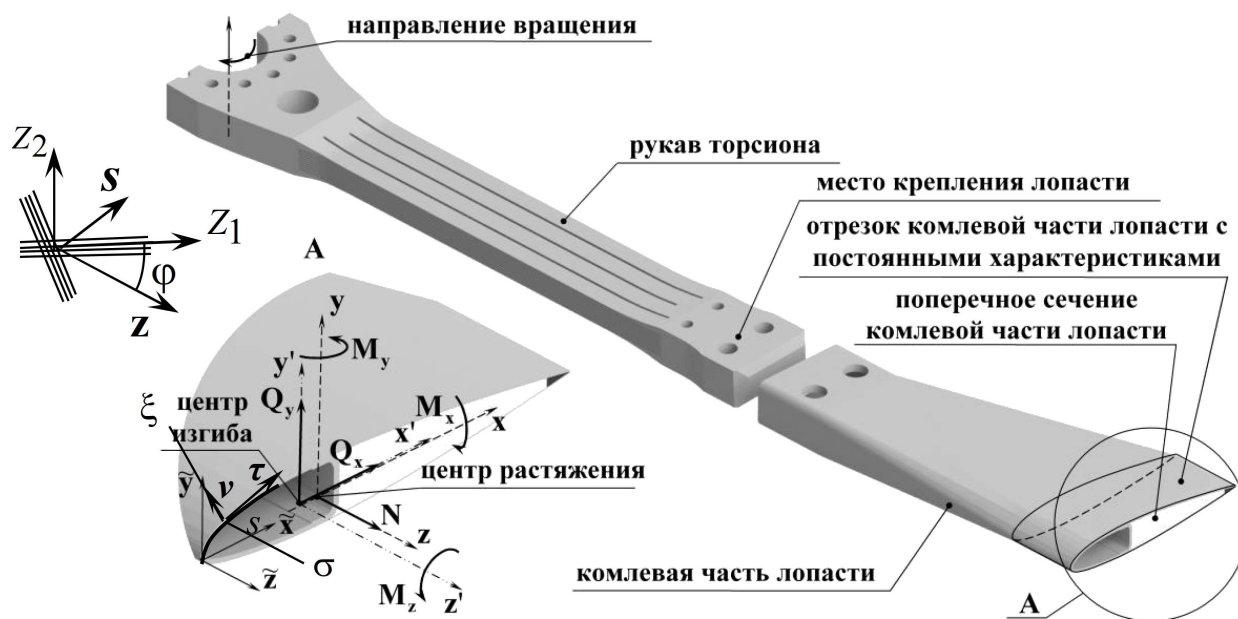


Рис. 2.1. Основные элементы несущего винта вертолета

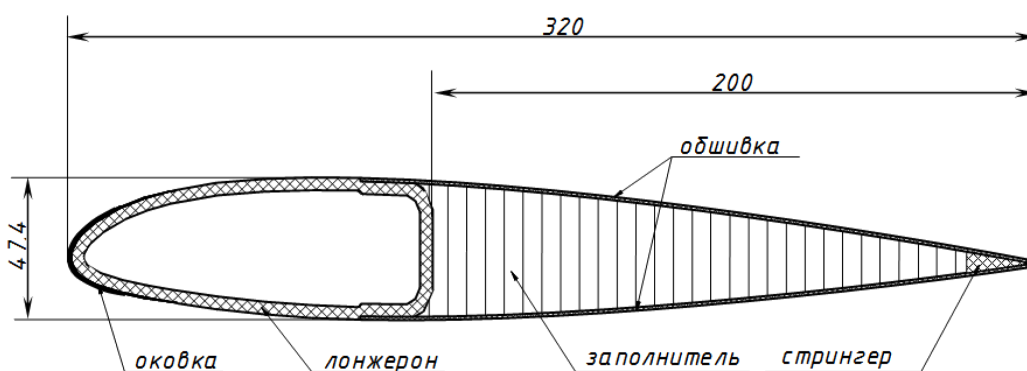


Рис. 2.2. Основные элементы лопасти

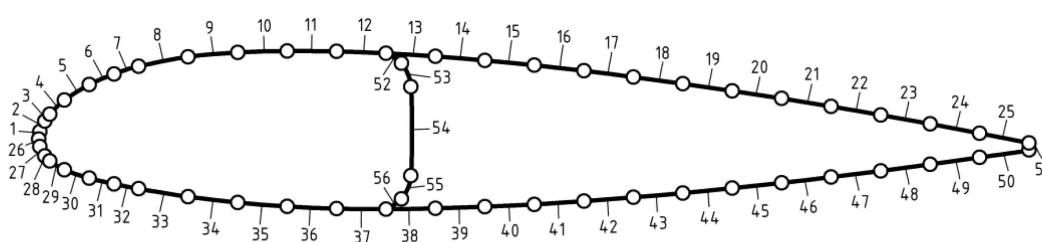


Рис. 2.3. Разбиение аналога лопасти на участки

Основные допущения и положения теории предельного равновесия и идеального жестко-пластического тела, за который принимается материал слоёв композитной лопасти несущего винта вертолета «АНСАТ» следующие.

1. В пакете слоёв лопасти реализуется плоско-напряженное состояние и в нормально-

связанной системе координат  $z s \xi$  (Рис. 2.1) для компонент напряжений в этих осях выполняются неравенства  $\sigma_{\xi\xi}, \sigma_{s\xi}, \sigma_{z\xi} \ll \sigma_{zz}, \sigma_{ss}, \sigma_{zs}$ . На Рис. 2.1  $\tau(s), \nu(s)$  – орты касательной и нормали к базовому контуру  $\sigma$ ;  $s$  – текущая длина базового контура;  $\xi$  – нормальная координата вдоль  $\nu$ .

2. Принимается, что пластическое течение в элементах лопасти начинается при достижении вектором  $\sigma = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}]^T$  ( $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$  – нормальные и касательное напряжения в осях ортотропии (Рис. 2.1)) в осях ортотропии поверхности текучести, уравнение которой имеет вид  $((a, l) - \text{скалярное произведение векторов } a, l, \text{ материал слоя разнопрочный})$

$$f(\sigma) = (P\sigma, \sigma) + (b, \sigma) = 1, \quad P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}, \quad b = [p_1 \ p_2 \ 0]^T, \quad (3.1)$$

где  $p_i = (\bar{\sigma}_i^- - \bar{\sigma}_i^+) / (\bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_i^-)$ ;  $p_{ii} = 1 / (\bar{\sigma}_i^+ \bar{\sigma}_i^-)$ ;  $f = 1 / \bar{\tau}_{12}^2$ ;  $i = 1, 2$ .

Уравнение (3.1) при повороте осей на угол  $\varphi$  относительно оси  $\xi$  преобразуется как

$$f(\sigma_z) = (C(\varphi)\sigma_z, \sigma_z) + (d(\varphi), \sigma_z) = 1, \quad (3.2)$$

$$\sigma = B(\varphi)\sigma_z, \quad \sigma_z = [\sigma_{zz} \ \sigma_{ss} \ \sigma_{sz}]^T,$$

$$C(\varphi) = B^T(\varphi)PB(\varphi); \quad d(\varphi) = B^T(\varphi)b, \quad B(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & \sin 2\varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & -\sin 2\varphi \\ -\frac{1}{2} \sin 2\varphi & \frac{1}{2} \sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{bmatrix},$$

и с учетом гипотезы о малости нормальных напряжений на площадках параллельных оси лопасти по сравнению с нормальными напряжениями в её поперечном сечении  $\sigma_{ss} \ll \sigma_{zz}, \sigma_{sz}$  в уравнении (3.2) вектор  $\sigma_z$  заменяется на  $\sigma_z = [\sigma_{zz} \ \sigma_{sz}]^T$ , а трехмерные матрица  $C(\varphi)$  и вектор  $d(\varphi)$  переходят к двумерным  $\tilde{C}(\varphi)$  и  $\tilde{d}(\varphi)$ . Уравнение предельной поверхности (3.2) при этом переходит к виду

$$\tilde{f}(\tau_z) = \frac{1}{\lambda^2} \left( f(\tau_z) + \frac{1}{4} (\tilde{d}, \tilde{C}^{-1} \tilde{d}) \right) = (\hat{C}\tau_z, \tau_z) = 1, \quad \tau_z = \sigma_z - s_z, \quad (3.3)$$

$$\hat{C} = \frac{1}{\lambda^2} \tilde{C}, \quad s_z = -\frac{1}{2} \tilde{C}^{-1} \tilde{d}, \quad \lambda = \frac{1}{2} \sqrt{4 + (\tilde{d}, \tilde{C}^{-1} \tilde{d})}.$$

3. В соответствии с работами [1–2] для вектора напряжений в осях  $z s \xi$  согласно закону деформирования, ассоциированному предельной поверхности текучести (3.3) имеем представление

$$\sigma_z = s_z + \tau_z = s_z + \hat{e}\varepsilon_z^p = s_z + t_{(-)} \hat{e}kT_{\tau 0}, \quad \varepsilon_z^p = [\varepsilon_{zz}^p, 2\varepsilon_{sz}^p]^T, \quad (3.4)$$

$$\hat{e}(\varepsilon_{zz}^p, \mu) = \begin{bmatrix} E_z(\varepsilon_{zz}^p, \mu) & 0 \\ 0 & G_{sz}(\varepsilon_{zz}^p, \mu) \end{bmatrix}, \quad \mu = \left[ 1, \frac{2\varepsilon_{sz}^p}{\varepsilon_{zz}^p} \right]^T, \quad \Lambda(\mu) = \frac{1}{\sqrt{(\mu, \tilde{C}^{-1}\mu)}},$$

$$E_z(\varepsilon_{zz}^p, \mu) = \frac{\lambda \left( \tilde{c}_{11}^{(-1)} + \tilde{c}_{12}^{(-1)} \mu \right) \Lambda(\mu)}{|\varepsilon_{zz}^p|}, \quad G_{sz}(\varepsilon_{zz}^p, \mu) = \frac{\lambda \left( \tilde{c}_{12}^{(-1)} / \mu + \tilde{c}_{22}^{(-1)} \right) \Lambda(\mu)}{|\varepsilon_{zz}^p|},$$

где  $\hat{e}(\varepsilon_{zz}^p, \mu)$  – матрица «фиктивных» модулей упругости;  $\varepsilon_{sz}^p, \varepsilon_{zz}^p$  – компоненты вектора пластической деформации;  $k$  – матрица податливостей поперечного сечения

лопасти на растяжение, изгиб и кручение [1];  $T_{\tau 0}$ , ( $|T_{\tau 0}| = 1$ ) – заданный единичный вектор обобщенных усилий, формирующий в сечении лопасти вектор «упругих» напряжений  $\tau_{z0(e)}$  (Рис. 3.1);  $t_{(-)}$  – нижняя граница параметра нагружения.

4. Для определения нижней и верхней границ предельной нагрузки лопасти НВ вертолета рассматривается элемент конструкции (ЭК), состоящий из части торсиона НВ, к которой крепится лопасть (Рис. 2.1), и части лопасти в её комлевом сечении, наиболее нагруженной от действия центробежной силы и веса вертолета. Рассматриваются лишь задачи статического деформирования ЭК, и для расчета нижней и верхней границ предельной нагрузки используются экстремальные принципы А. А. Гвоздева [9]. В качестве статически возможного состояния ЭК принимается такое, для которого удовлетворены статические граничные условия на поверхности ЭК, уравнения равновесия в каждой его точке, пластические деформации в концевой части торсиона пренебрежимо малы, и вектор напряжений в комлевой части лопасти удовлетворяет условию  $(\hat{C}\tau_{z(-)}, \tau_{z(-)}) \leq 1$ . Определение вектора напряжений  $\sigma_{z(-)}$ , соответствующего статически возможному состоянию ЭК, осуществляется на основе представления (3.4) и с помощью метода, предложенного в работе [10]. Согласно этому методу, вектор напряжений элемента сечения вычисляется в главных центральных осях (Рис. 2.1) на основе компонент вектора обобщенных усилий  $T_z = [Q_x \ Q_y \ N \ M_x \ M_y \ M_z]^T$ , приложенных в соответствующих центрах сечения. Вектору напряжений  $\sigma_z = s_z + \tau_z$  соответствует шестимерный вектор обобщенных усилий  $T_z = T_s + T_\tau$ , в котором компоненты вектора  $T_s$  вычисляются в главных центральных осях сечения с помощью  $s_z$ . В предельном состоянии ЭК поверхностям текучести слоев комлевой части лопасти в пространстве напряжений соответствует предельная поверхность в пространстве усилий и выход вектора  $T_z$  на эту поверхность эквивалентен выходу на неё вектора  $T_\tau$ , исходящего из  $T_s$  (Рис. 3.1 а).

Представим вектор эксплуатационных «рабочих» нагрузок на лопасть как сумму  $T_{az}^p + T_{az}^{(0)p}$ , где  $T_{az}^{(0)p} = [t_1 Q_{x(az)}^p \ t_2 Q_{y(az)}^p \ t_3 N_{az}^p \ t_4 M_{x(az)}^p \ t_5 M_{y(az)}^p \ t_6 M_{z(az)}^p]^T$  – вектор постоянных нагрузок,  $t_i$  ( $i = \overline{1, 6}$ ) – параметр, принимающий значение 1 в случае постоянной нагрузки с номером  $i$  и 0 – в противном случае.

Введём однопараметрический вектор  $T_{az}^{(0)p} + t^p T_{az}^p$  (рис.3.1б), где  $t^p$  – параметр нагружения. Задача вычисления параметра нагружения  $t_{(-)}^p$  ( $t_{(-)}^p$  – параметр, определяющий запас по эксплуатационной нагрузке (Рис.3.1 б)) эквивалентна задаче сравнения проекции предельного вектора обобщенных усилий  $T_{az}^{(-)} = T_s - T_{az}^{(0)p} + T_\tau^*$  на направление, определяемое эксплуатационным вектором  $T_{az}^p$ , с модулем этого вектора (Рис.3.1 б).

Таким образом, определение параметра нагружения  $t_{(-)}^p$  сводится к двум итерационным процессам: 1) определение предельного вектора  $T_{\tau n}^*$ , ( $n = 0, 1, 2 \dots$ ) (параметра  $t_{n(-)}$ ), исходящего из заданного вектора  $T_s$  (Рис.3.1 б), с помощью метода [10]; 2) вычисление текущего параметра нагружения  $t_{n(-)}^p = (T_s - T_{az}^{(0)p} + T_{\tau n}^*, T_{az}^p) |T_{az}^p|^2$  и определение  $t_{(-)}^p = \lim_{n \rightarrow \infty} t_{n(-)}^p$ .

Расчеты вычисления запаса  $t_{(-)}^p$  лопасти несущего винта выполнялись на основе данных об эксплуатационных нагрузках, представленных в работе [1]. Положительные направления нагрузок и точки их приложения показаны на (Рис.2.1). Нагрузка изменялась с шагом в  $30^\circ$  по азимуту  $\psi$  начиная от хвоста вертолета. Числовые значения модуля вектора «рабочих» нагрузок  $|T_{az}^p|$  ( $t_i = 0, \ i = \overline{1, 6}$ ) по азимуту  $\psi$  представлены на Рис. 3.2 а.



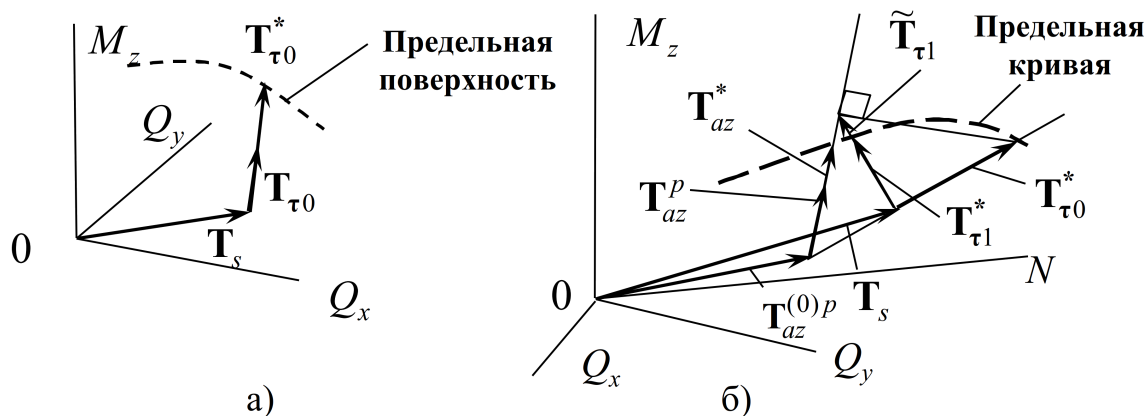


Рис. 3.1. Этапы алгоритма в пространстве обобщенных усилий: а) - определение предельного вектора  $T_{\tau n}^*$  б) - вычисление текущего параметра нагружения  $t_{n(-)}^p$

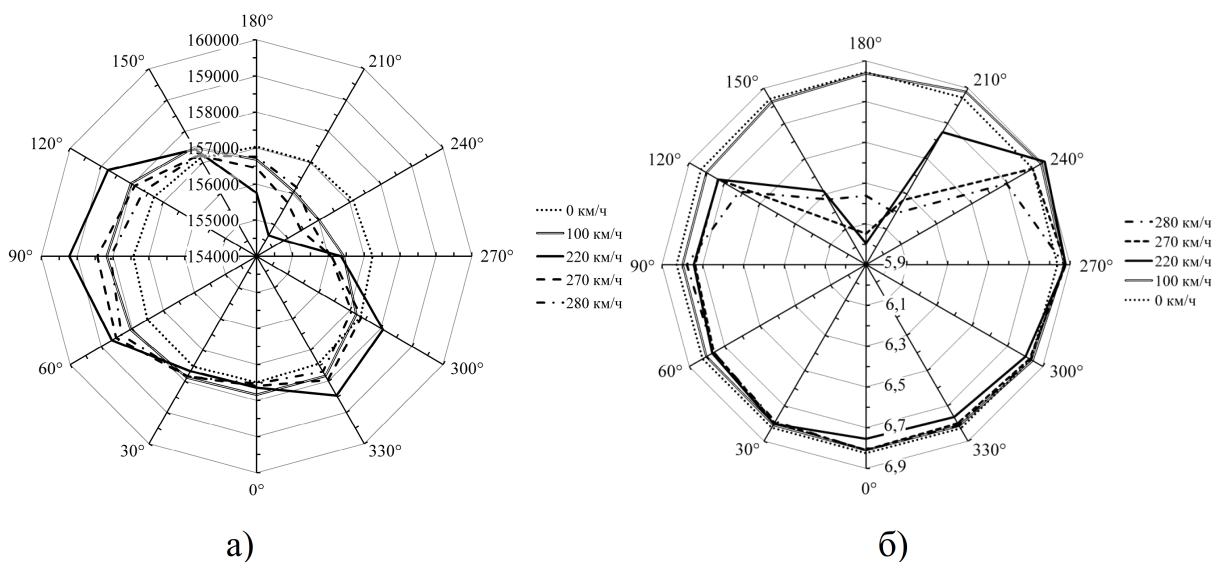


Рис. 3.2. Диаграммы по азимуту для: а) нагрузок; б) коэффициентов запаса

#### 4. Результаты расчета коэффициента запаса статической прочности для неповрежденного и поврежденного сечения

Проведена серия расчетов определения коэффициентов  $t_{(-)}^p$  для неповрежденного комлевого сечения лопасти, значения которых представлены на Рис.3.2 б).

Для режима висения (Рис. 4.1 а) и полета на скорости 220 км/ч (Рис. 4.1 б) проведена серия расчетов по определению коэффициента запаса статической прочности  $t_{(-)}^p$  лопасти, имеющей повреждения в комлевом сечении. Расчетные значения представлены на Рис. 4.1.

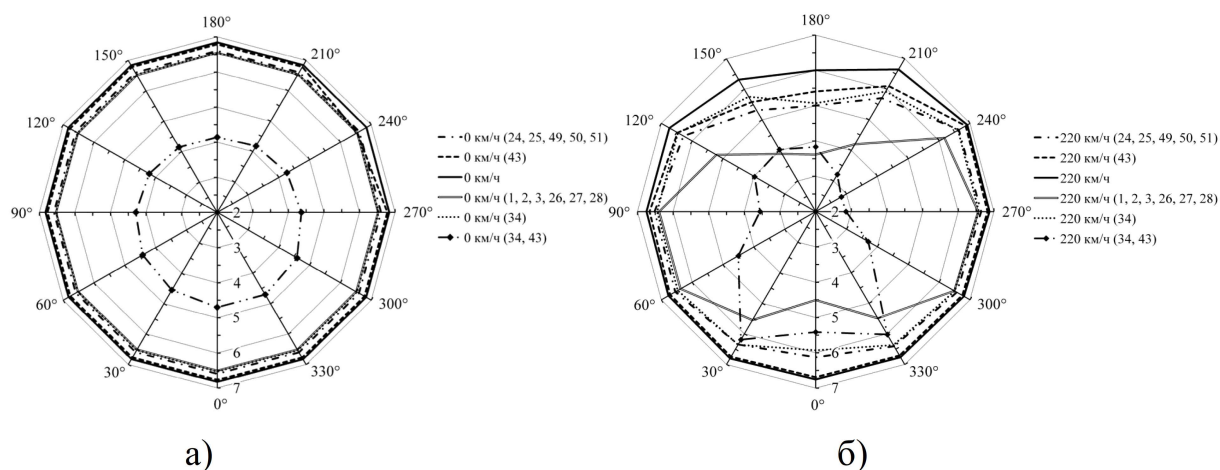


Рис. 4.1. Диаграммы по азимуту для коэффициента запаса поврежденной лопасти: а) режим висения; б) полет на скорости 220 км/ч

В таблице 4.1 указаны жесткости неповрежденного и поврежденных сечений, координаты центров растяжения  $(\tilde{x}_t, \tilde{y}_t)$ , изгиба  $(\tilde{x}_b, \tilde{y}_b)$ , в которых прикладывались нагрузки, а также угол поворота  $\alpha_t$  главных центральных осей, проходящих через центр растяжения.

Таблица 4.1. Параметры комлевого сечения лопасти

Вариант повреждения	Жесткость на				Координаты центров				Угол поворота осей $\alpha_t$ , град
	растяжение, Н	кручение, Н·м <sup>2</sup>	изгиб относительно главной центральной оси		растяжения		изгиба		
			X, Н·м <sup>2</sup>	Y, Н·м <sup>2</sup>	$\tilde{x}_t$ , м	$\tilde{y}_t$ , м	$\tilde{x}_b$ , м	$\tilde{y}_b$ , м	
—	64851000	12429	17773	398290	0,1004	0,0043	0,0845	0,0054	-0,88
(1, 2, 3, 26, 27, 28)	62124000	3056,2	17713	371340	0,1047	0,0044	0,1832	0,0041	-1,03
(34)	62125000	3056,2	16767	392770	0,1023	0,0051	0,1105	0,0236	-1,23
(43)	64271000	8456,9	17603	392450	0,0995	0,0045	0,08087	0,0281	-0,73
(24, 25, 49, 50, 51)	62436000	8456,7	17744	293670	0,0925	0,0045	0,0530	0,0060	-0,79
(34, 43)	61545000	26,9	16594	387140	0,1014	0,0053	0,1060	0,0426	-1,08

В скобках указаны номера поврежденных участков, соответствующих Рис. 2.3. При этом предполагалось, что изменения жесткостей и координат центров сечения поврежденной лопасти не сильно влияют на изменения расчетных нагрузок в комлевом сечении, а минимальный коэффициент запаса для варианта повреждения (34, 43) дает нижнюю оценку, которая в реальности, возможно, не реализуется.

## 5. Заключение

Таким образом, предложен алгоритм, и на его основе создана программа расчета нижней границы предельной нагрузки, действующей на комлевое сечение композитной лопасти НВ вертолета при различных режимах полета. Приведены результаты расчета запаса



прочности лопасти по предельной нагрузке при повреждениях лопасти в различных участках комлевого сечения. Внешняя визуальная и внутренняя диагностики поврежденных образцов с использованием рентгеновской компьютерной томографии на основе медицинского рентгеновского томографа фирмы «Siemens» [11, 12] позволят производить оценку остаточных запаса прочности и несущей способности лопасти НВ вертолета.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках проекта №19-08-00577 РФФИ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. В. Горелов, И. Н. Сидоров, “Расчет нижней границы предельной нагрузки композитной лопасти несущего винта вертолета по теории предельного равновесия. Основные этапы алгоритма”, *Изв. Вузов. Авиационная техника*, 2011, № 3, 3–8.
2. А. В. Горелов, И. Н. Сидоров, “Расчет нижней границы предельной нагрузки композитной лопасти несущего винта вертолета по теории предельного равновесия. Результаты расчета”, *Изв. Вузов. Авиационная техника*, 2011, № 4, 12–14.
3. Р. А. Каюмов, “Метод вариации упругих характеристик в задаче о предельной нагрузке”, *Прикладная механика и техническая физика*, 1990, № 3, 134–139.
4. R. A. Kayumov, “A method for two-sided limiting load estimation”, *Strength of Materials*, **24**:1 (1992), 64–70.
5. Р. А. Каюмов, “Об оценке несущей способности конструкций при произвольных условиях текучести”, *Прикладная механика и техническая физика*, 1993, № 1, 115–120.
6. И. Г. Терегулов, Р. А. Каюмов, Э. С. Сибгатуллин, *Расчет конструкций по теории предельного равновесия*, ФЭН, Казань, 2003, 180 с.
7. О. О. Дунай, Ю. А. Денисов, И. Н. Сидоров, “Экспериментальное исследование демпфирующих свойств композитного торсиона беспарнирной втулки несущего винта вертолета”, *Изв. Вузов. Авиационная техника*, 2009, № 3, 3–4.
8. К. Э. Сибгатуллин, Э. С. Сибгатуллин, “Оценка прочности анизотропных брусьев произвольного поперечного сечения в общем случае их сложного сопротивления”, *Механика твердого тела*, 2010, № 1, 84–92.
9. А. А. Гвоздев, *Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия*, Стройиздат, М., 1949, 280 с.
10. А. В. Горелов, И. Н. Сидоров, *Расчёт напряженно-деформированного и предельного состояния композитной лопасти несущего винта вертолётa «АНСАТ»*, Деп. в ВИНТИ 17.07.2006, Казань, 2006, 40 с.
11. В. И. Митряйкин, Н. В. Павлова, А. Д. Лустин, “Диагностика ударных повреждений лопастей вертолета на компьютерном томографе”, *Инновационные подходы в современной науке*, 2017, № 2(2), 33–40.
12. В. И. Митряйкин, Т. А. Зайцева, Е. В. Кротова, “Кротова Диагностика состояния композитных элементов конструкций на спиральном компьютерном томографе”, *Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении: Материалы докладов X школы-семинара молодых ученых и специалистов академика РАН В. Е. Алемасова* (Казань, 13–15 сентября 2016 г.), 2016, 272–273.

Поступила 08.06.2019

MSC2010 74G70

## Strength analysis of composite rotor helicopter blade, having percussive damage, by limit equilibrium theory

© I. N. Sidorov<sup>1</sup>, V. I. Mitryaikin<sup>2</sup>, A. V. Gorelov<sup>3</sup>, L. P. Shabalin<sup>4</sup>

**Abstract.** Authors model the limiting state of the helicopter «ANSAT» rotor blade at different flight modes, taking into account the possible damage to the blade in the butt section. The method of variation of elastic constants, based on the limit equilibrium theory and allowing to obtain both upper and lower limits of the limit load, is used to estimate the strength. The stresses in the layers determined in accordance with the deformation law of the associated limit yield surface of these layers, are expressed in terms of the six-dimensional vector of generalized forces. Analysis of the limit stress state is reduced to the analysis of the limit state in the space of the generalized forces. The safety factors of the blade's butt section depending on the azimuth angle of rotation of the blade are determined for the case when all the generalized forces are proportional to one loading parameter. The possibility of making internal diagnostics of damage areas using x-ray computer tomography is announced. It is proposed to use medical Siemens x-ray tomograph to perform such diagnostics.

**Key Words:** limit equilibrium theory, safety factor, method of variation of elastic constants, composite rotor blade of the helicopter, damage

### REFERENCES

1. A. V. Gorelov, I. N. Sidorov, "A lower bound estimate of the critical load for helicopter main rotor composite blade according to the limit equilibrium theory. The basic steps of an algorithm", *Russian Aeronautics*, **54:3** (2011), 233–241.
2. A. V. Gorelov, I. N. Sidorov, "A lower bound estimate of the critical load for helicopter main rotor composite blade according to the limit equilibrium theory. Analysis results", *Russian Aeronautics*, **54:4** (2011), 341–345.
3. R. A. Kayumov, "[The method of variation of elastic characteristics in the ultimate load problem]", *Prikladnaja mehanika i tehniceskaja fizika*, 1990, no. 3, 134–139 (In Russ).
4. R. A. Kayumov, "A method for two-sided limiting load estimation", *Strength of Materials*, **24:1** (1992), 64–70.

<sup>1</sup>**Igor N. Sidorov**, Head of the Department of Theoretical and Applied Mechanics and Mathematics, Kazan National Research Technical University n. a. A. N. Tupoleva – KAI (34 Bondarenko St., Kazan 420066, Tatarstan), Dr. Sci (Physics and Mathematics), ORCID:<http://orcid.org/0000-0001-6674-9776>, [sidorovin@mail.ru](mailto:sidorovin@mail.ru)

<sup>2</sup>**Viktor I. Mitryaikin**, Professor of the Department of Mechanical Engineering and Engineering Graphics, Kazan National Research Technical University n. a. A. N. Tupoleva – KAI (34 Bondarenko St., Kazan 420066, Tatarstan), Dr. Sci (Technical Sciences), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3805-910X>, [vmityaykin@bk.ru](mailto:vmityaykin@bk.ru)

<sup>3</sup>**Alexey V. Gorelov**, Senior Lecturer of the Instrument Engineering Department, Chistopol Branch, Vostok, Kazan National Research Technical University n. a. A. N. Tupoleva – KAI 34 Bondarenko St., Kazan 420066, Tatarstan), Ph.D. (Technical Sciences), ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1300-5110>, [a.gorelov-kai@yandex.ru](mailto:a.gorelov-kai@yandex.ru)

<sup>4</sup>**Leonid P. Shabalin**, Research, Department of Aircraft Production, Kazan National Research Technical University n. a. A. N. Tupoleva – KAI (34 Bondarenko St., Kazan 420066, Tatarstan), Ph.D. (Technical Sciences), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6246-7699>, [leonid.shabalin@gmail.com](mailto:leonid.shabalin@gmail.com)

5. R. A. Kayumov, “[On the assessment of the bearing capacity of structures under arbitrary flow conditions]”, *Prikladnaja mehanika i tehničeskaja fizika*, 1993, no. 1, 115–120 (In Russ).
6. I. G. Teregulov, R. A. Kajumov, Je. S. Sibgatullin, [*Structural analysis according to the theory of limit equilibrium*], FJeN, Kazan, 2003 (In Russ), 180 p.
7. O. O. Dunai, Y. A. Denisov, I. N. Sidorov, “Experimental study of damping properties of a composite torsion bar in the helicopter main rotor hingeless hub”, *Russian Aeronautics*, **52:3** (2009), 259–263.
8. K. E. Sibgatullin, E. S. Sibgatullin, “Estimate of strength of anisotropic bars of arbitrary cross-section in the general case of their combined stress”, *Mechanics of Solids*, **45:1** (2010), 67–73.
9. A. A. Gvozdev, [*Calculation of the bearing capacity of structures by the method of limit equilibrium*], Strojizdat, M., 1949 (In Russ), 280 p.
10. A. V. Gorelov, I. N. Sidorov, [*Calculation of the stress-strain and ultimate state of the rotor composite blade of the ANSAT helicopter*], Dep. in VINITI 17.07.2006, 946–B2006, Kazan, 2006 (In Russ), 40 p.
11. V. I. Mitrjajkin, N. V. Pavlova, A. D. Lustin, “[Diagnosis of impact damage to helicopter blades on a computer tomograph]”, *Innovacionnye podhody v sovremennoj nauke*, 2017, no. 2(2), 33–40 (In Russ).
12. V. I. Mitrjajkin, T. A. Zajceva, E. V. Krotova, “[Diagnostics of the state of composite structural elements on a spiral computed tomograph]”, *Problemy teplomassoobmena i gidrodinamiki v jenergomashinostroenii: Materialy dokladov X shkoly-seminara molodyh uchenyh i specialistov akademika RAN V. E. Alemasova* (Kazan, 13 – 15 September 2016), 2016, 272–273 (In Russ).

*Submitted 08.06.2019*