КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

НОВЫЕ ИЗДАНИЯ КЛАССИКОВ МАТЕМАТИКИ

По истории математики за последнее время вышло довольно много книг и статей. Среди них имеются и оригинальные исследования, и популярные сочинения, и издания классиков. Мы остановимся здесь на последних.

В 1947 и 1948 гг. издание трудов классиков математики начало принимать широкий размах.

Особенное значение—и научное, и воспитательное, и патриотическое—имеет издание отечественных классиков науки. Следует признать, что ещё сравнительно недавно этому делу не уделялось должного внимания. В последние годы вопросы истории нашего Отечества и, в частности, истории русской науки привлекли пристальное внимание советской общественности; это немедленно отразилось и на издательской деятельности. Стали выходить полные собрания сочинений Остроградского, Лобачевского и Чебышева, отдельные их работы или сборники работ, а также труды других классиков русской математики. В 1947 и 1948 гг. были изданы: IV том сочинений Н. И. Лобачевского, II, III и IV тома сочинений П. Л. Чебышева, «Избранные труды» А. А. Маркова, «Избранные труды» А. М. Ляпунова, «Научные работы» С. В. Ковалевской; отдельные мемуары публиковались также в «Успехах математических наук». Несмотря на огромные успехи советской математики и на её серьёзные отличия и в целях, и в методах, и в проблематике от старых русских математических школ, математики СССР во многом продолжают и совершенствуют лучшие традиции своих предшественников. Труды великих русских классиков математики отнюдь не утратили стимулирующего значения и в наши дни и нет сомнения в том, что их публикация будет содействовать дальнейшему прогрессу советской науки.

С изданием сочинений русских классиков математики тесно связано и решение задачи о роли русской науки во всемирном её развитии. В силу «несчастия ложного о себе понятия» у части русской интеллигенции прежних времён великие достижения учёных нашего народа оставались не вполне ясными для нас самих. Нередко математические теоремы носили—и до сих пор носят—имена их вторых изобретателей—иностранцев, нередко мы, по простой неосведомлённости, недооцениваем труды своих предшественников. Если, например, фигура Лобачевского, как геометра, высится перед нами во весь рост, то его весьма интересные и оригинальные работы по алгебре и некоторым отделам анализа незаслуженно остаются в тени до сего дня. Изучение русской математической литературы XVIII—XIX веков принесло уже немало нового для создания действительно научной истории математики, не искажённой в угоду буржуазно-националистическим или космополитическим целям. Большая часть этой работы лежит ещё впереди, и издание русских классиков математики окажет существеннейшую помощь в этом деле.

Наряду с изданием классиков отечественной математики продолжалось также издание переводов классических математических произведений. Вместе с переводом первых шести книг «Начал» Евклида, служивших почти безупречным воплощением математического метода в течение 21 века, вышел и новый перевод «Оснований геометрии» Гильберта. Наряду со «Всеобщей арифметикой» Ньютона, перевод которой, как и евклидовых «Начал», рассчитан более всего на преподавателей средней школы, издана «Начертательная геометрия» Монжа, которую с большой пользой могут прочитать преподаватели и студенты высшей технической школы. Опубликованы были, далее, мемуары «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» А. Пуанкаре и «Сочинения» Римана.

Все эти издания представляют интерес не только для специалистов по истории науки или её любителей, но и для больших групп учащейся молодежи, педагогов, научных работников. И именно потому, что эти изящно оформленные книги не будут «задёрнуты траурной тафтой» на книжных полках их владельцев,—именно поэтому появление их в печати является делом большой культурной важности.

При издании трудов классиков науки особенное значение имеют поясняющие их статьи и примечания. Редакции каждого такого издания приходится решать довольно сложную задачу: обязанностью её является с минимальной затратой листажа и времени читателя сообщить ему запас сведений, достаточный для первоначальной ориентировки в комментируемом труде или вообще в творчестве автора. Наибольшая трудность связана здесь с тем, что читателями той или иной книги могут оказаться, и даже наверное окажутся, люди очень различной квалификации. Нам представляется, что в целом рецензируемые издания отредактированы хорошо; однако, как мы покажем, в некоторых случаях к редакторам и комментаторам можно предъявить довольно серьёзные претензии.

Четвёртый том сочинений Лобачевского посвящён алгебре [1]). В него вошли курс «Алгебра или вычисление конечных» и мемуар по теории двучленных уравнений, а также подробный обзор и выдержки из той рукописи Лобачевского, которая первоначально была предназначена к изданию в качестве учебника алгебры для гимназий, а затем легла в основу только что названного университетского курса.

Руководство Лобачевского по алгебре очень интересно. Лобачевский писал его, когда заканчивался период развития алгебры Ньютона-Эйлера,—период, в котором усилия сосредоточены были на вычислении корней уравнений,—и когда, вместе с тем, закладывались основы современной алгебры. В главном «Алгебра» Лобачевского завершала линию развития, шедшую от «Всеобщей арифметики» Ньютона. Если теорема Штурма (сочинение, которого Лобачевский не видел, как это сказано в его предисловии) подводила итог поискам критериев для различения характера корней алгебраического уравнения, то изложенный в последнем параграфе «Алгебры» Лобачевского метод многократного возведения в квадрат корней давал наилучшее средство для отыскания с любой степенью точности любых корней численных уравнений. Указав в предисловии, что «решение уравнений составляло всегда главный предмет алгебры», Лобачевский отмечал, что «решение уравнений в числах, какое здесь предложено в ст. 257 Главы XVII, хотя не для всякого случая, кажется, заслуживает внимания по краткости и лёгкости вычисления в сравнении с другими, известными мне способами».

Вместе с тем, справедливо считая, что самые принципы алгебры были в его время далеки от совершенства, Лобачевский, с характерным для него стремлением к точному и полному анализу основных понятий, нашёл нужным «воротиться снова к началам и теперь уже всю строгость почитать у места». В связи с этим первые главы отведены были разъяснению счёта и первых четырёх операций, а также анализу тех свойств, которые у Лобачевского специального наименования не имели, но которые мы называем сочетательным, переместительным и распределительным. В 30-е годы прошлого века самая постановка всех этих проблем даже в университетских руководствах была новостью. Несомненным нововведением Лобачевского явилось также включение в учебный курс начал теории детерминантов с приложением к системам линейных уравнений.

Во вступительной статье и в примечаниях редактора тома Н. Г. Чеботарёва, безвременно скончавшегося в 1947 г., даны общий обзор сочинения Лобачевского и некоторые пояснения к тексту. Н. Г. Чеботарёв сделал при этом большую и важную работу. Однако «Алгебре» Н. Г. Чеботарёв уделил, повидимому, меньше внимания, чем статье «Понижение

---

[1]) Н. И. Лобачевский. Полное собрание сочинений под общей редакцией В. Ф. Кагана, А. П. Котельникова, В. В. Степанова, Н. Г. Чеботарёва, П. А. Широкова. Главный редактор В. Ф. Каган. Том четвёртый. Сочинения по алгебре. Гостехиздат, М.-Л., 1948, стр. 472, цена 20 руб.

степени в двухчленном уравнении, когда показатель без единицы делится на 8», которую он снабдил детальными и глубокими комментариями. В результате вводная статья не содержит достаточно полной оценки курса Лобачевского и не свободна от отдельных неточностей. Так, несправедливо в целом утверждение, что в «Алгебре» «законы: коммутативный, ассоциативный и дистрибутивный, нигде в явном виде не высказаны» (стр. 12), и вообще недостаточен разбор глав курса, посвящённых элементарным операциям. Неверно далее, замечание, что алгебру Эйлера «ни в каком случае нельзя рассматривать как учебник алгебры» (стр. 20).

Справедливо замечая, что «Алгебра» Лобачевского «очень оригинальна и в своё время несомненно являлась выдающимся событием в математической литературе», Н. Г. Чеботарёв ошибается, считая её первым в России курсом высшей алгебры: в России была написана и опубликована в 1769 г. «Универсальная арифметика» Эйлера, а ещё ранее, в 1752 г., издан был курс алгебры («Начальное основание математики», ч. 1) Н. Е. Муравьёва, включавший и высшие разделы этой дисциплины. Н. Г. Чеботарёв ошибочно приписывает Лобачевскому (стр. 22) изложенный им, задолго до него известный, способ решения кубического уравнения $x^3+ax+b=0$ подстановкой $x=y-\frac{a}{3y}$. Справедливо отметив, что Лобачевский предложил (1832) метод квадрирования корней раньше Греффе (1837) и что этот метод неправильно назван именем последнего, Н. Г. Чеботарёв совершенно не уделил внимания освещению истории вопроса в целом. Между тем это было бы чрезвычайно интересно сделать. Правда, в приложенной к тому «Исторической заметке» проф. Н. Н. Парфентьева приводятся сведения, убедительно показывающие приоритет Лобачевского перед Греффе. Однако, в этой заметке указывается, что аналогичным методом пользовался также Данделен, причём автор заметки считает справедливым, «чтобы при изложении этого метода и пользовании им были называемы все три автора, повидимому, независимо открывшие метод» (стр. 432). К сожалению, ни в заметке проф. Парфентьева, ни в вводной статье редактора тома не проведено более точного сравнения трудов всех трёх авторов и не освещено дальнейшее развитие вопроса. Заметим ещё, что давать в приложениях перевод статьи Греффе от 1832 г. вообще не стоило, ибо в ней Греффе сообщил доказательство сходимости процесса приближений с помощью метода рекуррентных рядов Д. Бернулли-Эйлера. Основное содержание этой статьи вошло и в книгу Греффе 1837 г. в качестве раздела, предшествовавшего разделу «Разрешение численных уравнений посредством последовательного возведения корней в квадрат»; впрочем, некоторое родство между обоими методами, конечно, имеется.

Выход этого тома следует только приветствовать. Мы привыкли связывать имя Н. И. Лобачевского с его великим открытием неевклидовой геометрии. Четвёртый том даёт возможность познакомиться с идеями великого русского учёного, лежащими далеко за пределами неевклидовой геометрии.

Во II и III томах полного собрания сочинений П. Л. Чебышева собраны его мемуары по анализу и теории вероятностей,—во II томе работы 1843—1867 гг. и в III томе работы 1868—1894 гг.[1]). Характеристика содержания этих двух томов совпала бы с характеристикой значительной части научного творчества основателя петербургской математической школы и завела бы нас очень далеко. Мы остановимся только на комментариях.

Общий стиль издания сочинений Чебышева существенно отличается от стиля издания трудов Лобачевского: в первом отсутствуют вводные статьи. Это объясняется тем, что

[1]) Полное собрание сочинений П. Л. Чебышева. Том II. Математический анализ. Отв. редакторы акад. С. Н. Бернштейн, акад. А. Н. Колмогоров, проф. Н. И. Ахиезер, проф. В. Л. Гончаров. Издательство АН СССР, М.—Л., 1947, стр. 520, цена 32 руб. То же, том III, Математический анализ. Отв. редакторы проф. Н. И. Ахиезер, акад. С. Н. Бернштейн, проф. В. Л. Гончаров, акад. А. Н. Колмогоров. Издательство АН СССР, 1948, стр. 414, цена 30 руб.

в 1945 г. вышли два выпуска «Научного наследия П. Л. Чебышева», содержащие превосходные и обстоятельные характеристики как творчества великого математика, так и позднейшего развития его идей. Кстати, участниками сборников и авторами комментариев в собрании сочинений Чебышева являются, как правило, одни и те же лица.

Авторы примечаний ко II и III томам, Н. И. Ахиезер, С. Н. Бернштейн, В. В. Голубев, В. Л. Гончаров и А. Н. Колмогоров, несколько облегчили читателю изучение трудов Чебышева. В их небольших комментирующих статьях содержатся ценные пояснения, указания исторического характера, иногда подробно рисующие дальнейшее развитие проблем и методов Чебышева, некоторые уточнения его результатов или формулировок и т. п. Очень интересны те разделы комментариев, которые свидетельствуют о продолжающемся поныне влиянии основателя петербургской математической школы и одновременно демонстрируют преобладающую роль русских и советских учёных в разработке поставленных Чебышевым проблем. Вместе с тем, комментарии отличаются некоторой разнородностью и иногда чрезвычайно кратки. В то время, например, как комментарии В. Л. Гончарова к «Теории механизмов, известных под названием параллелограммов» и ко второму мемуару по теории приближения сравнительно подробно знакомят с постановкой и дальнейшим расширением самой проблемы, Н. И. Ахиезер в примечании к статье «О предельных величинах интегралов» лишь воспроизводит соответствующий мемуар Маркова, отсылая в остальном читателя к своей (очень обстоятельной и интересной) работе, помещённой в «Научном наследии». В итоге, при изучении трудов Чебышева, читателю следует постоянно иметь под руками сборник «Научное наследие», ибо без него комментарии, опубликованные в сочинениях Чебышева, будут весьма часто недостаточными. К этому следует добавить, что в некоторых случаях было бы желательно иметь более подробные пояснения чисто математического характера к самому тексту работ Чебышева, например, к мемуарам по интегрированию иррациональных дифференциалов, комментированным В. В. Голубевым [1]).

Том избранных сочинений А. А. Маркова [2]), изданный в связи с недавно исполнившимся двадцатипятилетием со дня его кончины, будет встречен советскими математиками с большой радостью. В нём собраны различные мемуары Маркова по теории непрерывных дробей и теории приближения функций, а также записи двух читанных им и изданных литографически в 1906 г. курсов лекций о непрерывных дробях и лекций о функциях, наименее уклоняющихся от нуля. Все эти работы нашего знаменитого соотечественника до сих пор были многим математикам недоступны, а между тем их влияние на развитие математики и её преподавание в нашей стране велико.

Редактор Н. И. Ахиезер, немало сделавший для популяризации научного наследия А. А. Маркова, поступил правильно, выбрав для издания в первую очередь названные два курса и некоторые важнейшие его работы, опубликованные частью в Известиях Академии наук, частью в Сообщениях Харьковского математического общества, частью в различных иностранных журналах и многим недоступные. Вместе с опубликованной в «Успехах математических наук» за 1948 г. (№ 5) магистерской диссертацией Маркова «О бинарных квадратичных формах положительного определителя», статьи в «Избранных трудах» позволяют ознакомиться с важнейшими достижениями Маркова в теории чисел, теории непрерывных дробей и теории приближения функций. Совершенно непредставленными остались при этом исследования по теории дифференциальных уравнений, не игравшие, впрочем, столь значительной роли в научном творчестве Маркова. Обе эти публикации следует, однако, рассматривать только как предварительные, ибо несомненно, что на очереди должно стоять издание полного собрания сочинений этого замечательного русского математика, в том числе его классических учебных руководств.

---

[1]) Мы не можем подвергнуть здесь разбору IV том сочинений Чебышева, посвящённый теории механизмов, ибо он вышел позднее сдачи этой статьи в печать.

[2]) А. А. Марков, Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций, наименее уклоняющихся от нуля. Биографический очерк и примечания Н. И. Ахиезера. Гостехиздат, М.—Л., 1948, стр. 412, цена 15 руб. 25 коп.

Н. И. Ахиезер снабдил «Избранные труды» А. А. Маркова небольшой биографической справкой на 3 страницах, а также примечаниями, в которых воспроизвёл тесно связанную с исследованиями Маркова статью К. А. Поссе «К вопросу о предельных значениях интегралов или сумм». Примечания содержат библиографические сведения (не указано только место и время издания работы «О предельных величинах интегралов», стр. 388), исправления отдельных неточностей и указания относительно позднейшей разработки изучавшихся Марковым вопросов. Взаимным связям между различными работами Маркова в примечаниях места уделено очень мало. Досадно, что в «Избранных трудах», по которым многие и многие советские читатели, знающие только курсы А. А. Маркова по теории вероятностей и теории конечных разностей, впервые будут изучать его исследования в других областях, дан столь краткий биографический очерк. Этот очерк не содержит ни развёрнутой оценки научной деятельности Маркова, ни характеристики его, как гражданина. Отсутствует библиографический список всех печатных и литографированных трудов А. А. Маркова. Мы полагаем также, что стоило бы сказать несколько слов и о К. А. Поссе, фамилия которого у молодёжи часто ассоциируется лишь с курсом дифференциального и интегрального исчисления, да и то лишь в комбинации с фамилией И. И. Привалова.

Не меньшее значение, чем издание трудов Чебышева и Маркова, имеет публикация избранных трудов А. М. Ляпунова[1]). Замечательные исследования Ляпунова по теории дифференциальных уравнений и по вопросам устойчивости привлекают ныне всё более пристальное внимание учёных,—характерно, например, что появившийся в 1908 г. французский перевод его докторской диссертации был в 1947 г. воспроизведён фотографически в Annals of mathem. studies. Подготовка полного собрания сочинений этого крупнейшего и оригинальнейшего представителя петербургской математической школы, к сожалению, ещё не начата. Тем отраднее, что к тридцатилетию кончины Ляпунова советские читатели получили прекрасно изданный сборник его трудов, в котором представлены почти все основные направления его творчества.

В сборнике, именно, опубликованы: предисловие и первая глава из докторской диссертации «Общая задача об устойчивости движения» (1892), мемуар «О некоторых вопросах, связанных с задачей Дирихле» (1898), статьи «Об одной теореме теории вероятностей» (1900), «Новая форма теоремы о пределе вероятности» (1901), затем «Исследования в теории фигуры небесных тел» (1903) и, наконец, обработанная Ляпуновым незадолго до смерти лекция в Одесском университете «О форме небесных тел» (1918), содержавшая обзор истории вопроса. Эти работы содержат ряд важнейших результатов Ляпунова по общей теории устойчивости, по теории фигур равновесия вращающейся жидкости, близких к эллипсоидальным фигурам, по теории потенциала и гармоническим функциям и по предельным теоремам теории вероятностей.

Значение издания этого сборника особенно возрастает благодаря ценным приложениям к трудам самого Ляпунова: комментариям, статьям и библиографии. Основное место в этих приложениях занимают две статьи В. И. Смирнова,—краткая биография А. М. Ляпунова и весьма обширный «Очерк научных трудов А. М. Ляпунова» (стр. 341—350). Составив этот очерк, В. И. Смирнов тем самым впервые с достаточной подробностью охарактеризовал и основные результаты, содержащиеся в многочисленных работах Ляпунова, и ход развития его идей. Не касаясь трудов по теории потенциала (охарактеризованных в примечаниях Л. Н. Сретенского) и теории вероятностей (получивших оценку в комментарии—статье С. Н. Бернштейна), В. И. Смирнов распределил остальные труды А. М. Ляпунова по следующим отделам: 1) Устойчивость равновесия и движения механических систем с конечным числом степеней свободы, 2) Существование фигур равно-

---

[1]) А. М. Ляпунов, Избранные труды. Редакция акад. В. И. Смирнова. Комментарии акад. С. Н. Бернштейна, чл.-корр. АН СССР Л. Н. Сретенского и чл.-корр. АН СССР Н. Г. Четаева. Издательство АН СССР, 1948, стр. 540, ц. 32 р.

Докторская диссертация и некоторые другие работы Ляпунова были переизданы ещё в книге под тем же названием в 1935 г.

весия вращающейся жидкости, близких к эллипсоидальным, 3) Устойчивость фигур равновесия вращающейся жидкости и 4) Разное. В конце очерка автор рассказал о значении открытий Ляпунова для современной математики.

Если статья В И. Смирнова, совместно с названными комментариями, весьма основательно знакомит с творчеством Ляпунова, то библиография, составленная А. М. Лукомской, окажет чрезвычайно большую пользу всем, желающим детальнее изучить научное наследие Ляпунова, его биографию и примыкающую к его трудам литературу. Библиография содержит 369 названий и разбита на три отдела. В первом собраны сведения о сочинениях самого Ляпунова, их переводах, отзывах и рефератах о них, во втором—материалы о его жизни, включая краткие заметки в протоколах АН и т. п., а в третьем основная научная литература по ляпуновской тематике с 1885 по 1947 г. В целом это издание нам представляется во многих отношениях образцовым изданием классика математики.

Как известно, все научные труды С. В. Ковалевской, которая вынуждена была долгое время проживать за границей, первоначально были опубликованы на иностранных языках. Лишь в 1940 г. две работы Ковалевской по теории вращения твёрдого тела были опубликованы на русском языке в переводе П. Я. Полубариновой-Кочиной. В настоящее время П. Я. Полубаринова-Кочина выпустила в свет полное издание научных трудов Ковалевской, в которые вошли мемуары по теории уравнений с частными производными, по абелевым интегралам, механике и т. д.[1]). П. Я. Полубаринова-Кочина снабдила работы Ковалевской обширными примечаниями исторического и специального характера (в которых, между прочим, приложена статья А. М. Ляпунова «Об одном свойстве дифференциальных уравнений задачи о движении тяжёлого твёрдого тела, имеющего неподвижную точку») и не менее обширной библиографией трудов как самой Ковалевской, так и о ней; быть может особо стоит отметить насчитывающий 64 названия список литературы по теории вращения твёрдого тела. П. Я. Полубаринова-Кочина составила также обстоятельный очерк жизни С. В. Ковалевской, в котором содержится и оценка её научной деятельности.

Русские учёные, как те, которые непосредственно продолжили ряд исследований Ковалевской (Н. Е. Жуковский, П. А. Некрасов, Г. Г. Аппельрот), так и те, которые стояли в стороне от разрабатывавшейся ею тематики (П. Л. Чебышев, В. Я. Буняковский), всегда высоко ставили её труды.

В своих примечаниях и статье П. Я. Полубаринова-Кочина ясно и убедительно показывает, что работы Ковалевской, последовавшие за её первыми исследованиями по анализу, всё ближе примыкали к тематике, изучавшейся в русских научных центрах. «Логические построения Вейерштрасса,—пишет П. Я. Полубаринова-Кочина,—не остались самодовлеющими в её научных исследованиях. Они имели большое значение для всех её работ, в том числе и для задачи о вращении, однако переход Ковалевской к прикладным вопросам—приложению математики к механике, сближает её с направлениями, которые складывались в русских математических школах. После работы о вращении твёрдого тела, несомненно, установился бы полный научный контакт между Ковалевской и её соотечественниками, если бы она не умерла так скоро после своего научного триумфа. Многочисленные отклики на её работу русских учёных последовали уже после её смерти» (стр. 335). Письма Вейерштрасса, перевод которых приложен к рецензируемому изданию, подчёркивают оригинальность и знаменитой диссертации Ковалевской, в которой была доказана теорема существования голоморфного решения системы уравнений в частных производных так называемого нормального вида и приведён неожиданный и простой пример уравнения, которое, не имея нормальной формы, не имеет и голоморфного решения (стр. 344, 360, 352).

---

[1]) С. В. Ковалевская, Научные работы. Редакция и комментарии чл.-корр. АН СССР П. Я. Полубариновой-Кочиной. Издательство АН СССР, М.—Л., 1948, стр. 368, цена 22 руб. 60 коп.

Среди изданий иностранных классиков математики на первом месте, разумеется, следует отметить выпуск первых шести книг «Начал», Евклида[1]). Это по счёту шестой русский перевод «Начал», но следует признать, что наличие первых пяти ни в коей мере не могло удовлетворить советских читателей. Дело не только в том, что все старые издания стали библиографической редкостью и переведены устаревшим языком. Важно ещё и то, что в XIX в. проведена была большая работа по восстановлению наиболее вероятного оригинального текста «Начал», и новый перевод выполнен именно с наиболее вероятного (гейберговского) текста. Важно далее и то, что советское издание «Начал» будет первым полным русским переводом этого сочинения. Первое издание 1739 г. являлось переводом не самых «Начал», а переработки 1—6 и 11—12 книг, сделанной А. Такэ (1654), второе (1769 г.), переведенное к тому же с французского, также содержало лишь 1—6 и 11—12 книги; те же книги вошли в перевод с греческого 1784 г. Известный перевод с греческого Ф. И. Петрушевского (1819 и 1835) не содержал 10 и 13 книг, а перевод М. Е. Ващенко-Захарченко не содержал 7—9 книг и, отличаясь вообще вольностью, страдал заодно рядом неточностей.

Новый перевод Д. Д. Мордухай-Болтовского, как указано им самим, выполнен «как можно ближе к греческому тексту, порой даже в ущерб гладкости изложения». К сожалению, «гладкость изложения» при этом действительно пострадала. Хотя в целом перевод читается легко, но иногда он определённо режет слух. «Значит,—читаем мы, например, на стр. 83,—соединяющая A с B прямая не попадёт вне круга. Подобным вот образом докажем, что и не на самый обвод; значит, внутрь». Вряд ли такие обороты и такая лаконичность речи являются необходимым условием близости перевода к оригиналу. В каждом языке есть свой, к тому же меняющийся во времени, стиль речи, и нам думается, что перевод «Начал» на любой современный язык должен—в отношении благозвучия—по возможности производить не худшее впечатление на слух современного читателя, чем их оригинал производил на древних греков. Неясно также, почему, например, общепринятому «пересекает» предпочтено слово «сечёт». Ведь счёл же переводчик возможным употребить термин «построить» параллелограмм вместо точного воспроизведения употреблявшегося Евклидом слова «составить» (стр. 53) и заменить «неопределённо» продолженную прямую Евклида на прямую, «продолженную в обе стороны неограниченно» (стр. 14).

К переводу приложены чрезвычайно подробные комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского, занимающие 221—446 стр. книги. Комментарии эти касаются вопросов истории математики и её методики. Это—небольшая энциклопедия по истории таких понятий, как плоскость, угол, отношение и т. п. и по истории изложения различными авторами тех или иных разделов геометрии. Обнаруживая глубокое знакомство их автора с колоссальной литературой, посвящённой «Началам», примечания представляют несомненный интерес и натолкнут многих читателей на самостоятельные размышления, а быть может, и дальнейшие исследования. Мы не будем подробно задерживаться на вопросах, по которым не согласны с Д. Д. Мордухай-Болтовским, и сделаем о комментариях лишь два замечания.

Во-первых, непонятно, что при наличии двух титульных редакторов и одного издательского (В. Н. Молодшего), библиографические справки полны неточностей. То не приведено место издания, то год, или же указано время не первого, а одного из последующих изданий, то не полностью сообщается название сочинения и т. д.

Во-вторых, в некоторых примечаниях имеются спорные утверждения. Так, в примеч. 17 к 1 кн. говорится, что евклидово определение параллельных страдает тем недостатком, что «такое определение не может быть проверено; оно заключает некоторый признак, в отсутствии которого мы можем убедиться только без конца продолжаемым процессом. Это определение совершенно не соответствует настроению античного ума, отвергавшего бесконечное». С этим Д. Д. Мордухай-Болтовской связывает и ранние поиски доказатель-

[1]) Начала Евклида. Книги I—VI. Перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. Гостехиздат, М.—Л., 1948, стр. 448, цена 19 руб.

ства 5-го постулата (стр. 236). Нам думается, что нет оснований превращать Евклида в эмпирика, для которого, скажем, доказательство параллельности двух перпендикуляров к одной прямой состояло бы в попытке фактической проверки их непересекаемости. Вряд ли, далее, античные математики отвергали бесконечное во всех его формах (напомним о теореме Евклида о числе всех простых чисел). Но совсем непонятно, почему автор примечаний полагает, что указанный им дефект отпал бы при определении параллельных как прямых эквидистантных. Ведь убедиться в том, что две прямые всюду эквидистантны, можно—в смысле Д. Д. Мордухай-Болтовского—лишь тем же бесконечно продолжающимся процессом, который требуется для установления того, что две прямые нигде не пересекаются.

В примечании 2 к V кн. говорится: «Можно доказывать свойства пропорций, сводя отношения к дробям, но отождествлять отношение с дробью равносильно отождествлению длины окружности с пределом периметра, вписанного в последнюю многоугольника» (стр. 370). Так ли плохо последнее отождествление? И как поймут эту аналогию читатели, и среди них учителя?

Изданием первых шести книг «Начал» Евклида издательство положило начало большому культурному делу. Следует лишь пожелать, чтобы остальные книги «Начал» вышли в свет как можно скорее.

«Основания геометрии» Гильберта вышли на русском языке вторым изданием (перевод А. В. Васильева вышел в 1923 г.)[1]). При том интересе, который имеют ныне проблемы частью решённые, частью лишь разбиравшиеся Гильбертом, переиздание этого современного аналога евклидовых «Начал» весьма полезно: в сущности глубокое понимание каждого из этих двух сочинений требует знакомства с обоими. Новое русское издание отличается от старого и тем, что оно выполнено с 7-го немецкого издания, значительно улучшенного и дополненного Гильбертом, и чрезвычайно высоким качеством редакционного аппарата. П. К. Рашевский и И. С. Градштейн стремились сделать книгу Гильберта столь же доступной, как обычный университетский учебник, для этой цели присоединили к ней 82 примечания, исправляющих отдельные случайные промахи и восполняющих многочисленные сознательные пробелы в изложении «Оснований». Редактор и переводчик проделали при этом очень большую и серьёзную работу. Достаточно указать для примера, что доказательство 9 теоремы (о разбиении плоскости всяким простым многоугольником на две области и о некоторых их свойствах), про которое Гильберт сказал, что оно не представляет «особых трудностей», заняло всё же в примечаниях 10 страниц петитом и основано на 10 леммах.

Во вступительной статье П. К. Рашевского намечены основные вехи развития вопроса об основаниях геометрии до работ Паша, Пеано и Пиери и дан подробный обзор труда Гильберта, содержащий также ценные указания относительно тех изменений, какие претерпели «Основания геометрии» от первого издания 1899 г. к седьмому, 1930 г.

Особое место П. К. Рашевский уделил различению геометрии физического мира и геометрии, как математической системы. В этой связи заметим мимоходом, что не все замечания П. К. Рашевского на наш взгляд справедливы. Говоря о возникновении неевклидовой геометрии, он пишет, что логическое развитие геометрии могло частично происходить вопреки «наглядным представлениям, заимствованным из физического опыта» (стр. 18). Несомненно, что идеи неевклидовой геометрии шли в разрез с представлениями большинства учёных первой половины XIX в. Но эти евклидовы представления были заимствованы не прямо из самого физического опыта, но из совокупности физико-математических и философских идей, возникших на основе одной из геометрических систем, способных отображать с известным приближением реальные свойства физического пространства. Почему истори-

---

[1]) Д. Гильберт, Основания Геометрии. Перевод с 7-го немецкого издания И. С. Градштейна под редакцией и со вступительной статьёй П. К. Рашевского. Гостехиздат, М.—Л., 1948, стр. 491, цена 18 руб.

чески возникла первой именно евклидова система—вопрос особый (быть может, в связи с убеждением в возможности точного подобия предметов). Но во всяком случае, по нашему мнению, пространственная интуиция человека не является изначально евклидовой, а кое в чём она последней противоречит (сходящиеся—зрительно—параллели). П. К. Рашевский пишет, что наши наглядные представления не могут одновременно соответствовать всем мыслимым геометриям. Нет, скорее, наоборот, элементы пространственных представлений присущие человеку до прохождения курса геометрии, могут уживаться со многими геометриями.

П. К. Рашевский бегло коснулся также вопроса о философско-математических воззрениях Гильберта. Согласно П. К. Рашевскому «хотя философские моменты и аргументация Гильберта иногда носят идеалистический характер, нетрудно вскрыть объективное материалистическое содержание его теории», ибо теория доказательства Гильберта «рекомендует обращаться с логико-математическими знаками в конечном счёте просто так, как если бы это были предметы материального мира» (стр. 48—49). Мы не думаем, что дело решается последним замечанием и полагаем, что советским ученым следует более глубоко и критически изучить вопрос о реальном значении и содержании методологических высказываний Гильберта.

Добавим только, что редактор не счёл нужным дать примечания к статьям Гильберта, являющимся приложениями к «Основаниям». Он мотивировал это тем, что «дополнительные статьи рассчитаны на читателя-специалиста» (стр. 52). Это несправедливо: по крайней мере работы «О бесконечном», «Обоснования математики» и «Проблемы обоснования математики» привлекут внимание многих читателей и тот или иной комментарий к ним был бы вполне уместен.

К области геометрии, но только не оснований этой дисциплины, а её приложений, относится и «Начертательная геометрия» Монжа [1]). Труд Монжа, блестяще сочетавший в себе достоинства оригинальной научной монографии и учебного руководства и написанный с большой простотой и изяществом, впервые вышел в свет более полутораста лет назад, но не утратил свежести и в наше время. Преподавателям, инженерам, архитекторам будет весьма интересно ознакомиться как с общей манерой изложения Монжа, всюду убедительно и наглядно демонстрирующего практическое назначение общей теории, так и с различными методическими замечаниями учёного-якобинца. «Для наиболее эффективного изучения математики,—писал Монж—ученик должен как можно раньше привыкнуть чувствовать соответствие между операциями анализа и геометрии; с одной стороны, он должен уметь записывать аналитически все те движения в пространстве, которые он может себе представить, с другой же стороны,—представлять себе постоянно в пространстве движущуюся картину, записью которой является каждая из аналитических операций» (стр. 92). Эти слова звучат актуально до сих пор. Ведь и в современной технической школе связь между курсами начертательной геометрии и общим курсом математики нередко бывает недостаточной. Такой же интерес имеют с точки зрения преподавания связи, устанавливаемые Монжем между геометрией начертательной и геометрией дифференциальной.

Д. И. Каргин снабдил русский перевод примечаниями и статьёй, содержащей очерк жизни Монжа и характеристику «Начертательной геометрии». Д. И. Каргин несколько переоценил при этом место «Начертательной геометрии» в творчестве Монжа, назвав её главным научным трудом Монжа (стр. 252): дифференциально-геометрические работы Монжа во всяком случае не уступают по глубине и значительности его открытиям в начертательной геометрии. С другой стороны, Д. И. Каргин не рассказал ничего ни о влиянии, оказанном «Начертательной геометрией» Монжа на математику XIX в., ни о развитии этой дисциплины в нашей стране [2]). В обширном указателе литературы, составленном

---

[1]) Г. Монж, Начертательная геометрия, перевод В. Ф. Газе. Комментарии и редакция проф. Д. И. Каргина. Под общей ред. чл.-корр. АН СССР Т. П. Кравца. Издательство АН СССР, Л., 1947, стр. 292, цена 20 руб.

[2]) Этих вопросов Д. И. Каргин коснулся, впрочем, в статье, помещённой в сборнике «Гаспар Монж» (Изд. АН СССР, 1947).

А. М. Лукомской, бросаются в глаза некоторые пробелы (не приведены 4 том лекций **М.** Кантора, русский перевод статей Стройка и т. д.).

Выдающийся интерес для студентов-математиков и вообще для всех изучающих теорию дифференциальных уравнений представляет издание серии мемуаров А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями», в которых французский учёный одновременно с А. М. Ляпуновым, хотя и в ином плане, заложил основы качественных методов исследования решений [1]). Советское издание этих работ Пуанкаре тем ценнее, что к переводу, помимо примечаний А. А. Андронова, в которых отмечены некоторые неточности в изложении Пуанкаре и приведены литературные указания, приложено несколько статей советских учёных. Содержание этих статей в достаточной мере определяется их названиями [2]), а в своей совокупности они дают довольно полный обзор дальнейшего развития вопроса в трудах Ляпунова, Данжуа, Бендиксона [3]), Петровского и др. В результате книга может служить ценным пособием для изучающих качественные методы решения дифференциальных уравнений. Как отметил в предисловии В. В. Степанов, «в противоположность Ляпунову Пуанкаре не всегда строг в доказательствах своих теорем; некоторые его утверждения являются ошибочными»,—но эти неточности или ошибки оговорены в комментариях: зато наглядность и изящество изложения Пуанкаре, его умение легко и быстро ввести в самую суть вопроса смогут многих привлечь к дальнейшему изучению теории, применение которой в математическом естествознании и технике становится всё более и более широким.

Нельзя только не выразить сожаления по поводу довольно большого числа опечаток в этом издании и недоумения в связи с тем, что в книге не указаны оригинальное название, место и год издания публикуемых мемуаров.

Мы коснёмся ещё последнего из изданий классиков—«Сочинений» Римана [4]), которые без сомнения являются серьёзнейшим вкладом в нашу математическую литературу. При выборе материала В. Л. Гончаров включил в русское издание все основные мемуары, написанные самим Риманом, оставив в стороне лишь некоторые фрагментарные работы, а также обработки лекций Римана по дифференциальным уравнениям с частными производными, эллиптическим функциям и теории электричества и магнетизма. До сих пор на русском языке опубликованы были только статьи «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» (в пер. Д. М. Синцова) и «Разложение функций в тригонометрические ряды» (в пер. С. Н. Бернштейна).

В рамках нашего обзора нет никакой возможности, да и надобности давать оценку трудов Римана и их значения в развитии математики последних 80 лет. Роль их действительно велика, но не превосходит роли трудов некоторых других математиков XIX в., вроде Лобачевского, Гаусса, Чебышева, Галуа, Кантора и др., как это, видимо, полагает

---

[1]) А. Пуанкаре, О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. Перевод с французского Е. Леонтович и А. Майер под редакцией и с примечаниями А. А. Андронова и с дополнениями Е. Леонтович, А. Майера, В. Степанова, И. Петровского и Ю. Рожанской. Гостехиздат, М.—Л., 1947, стр. 392, цена 14 руб.

[2]) Вот их список: Общая качественная теория (Е. Леонтович и А. Мейер), Центр (А. Мейер), Интегральные кривые на поверхности тора (В. В. Степанов), О поведении интегральных кривых системы обыкновенных дифференциальных уравнений вблизи особой точки (обзор современного состояния вопроса) (И. Г. Петровский), Особые точки векторных полей (Ю. А. Рожанская).

[3]) Перевод мемуара Бендиксона был напечатан в «Успехах математических наук», вып. IX, 1941.

[4]) Б. Риман, Сочинения. Перевод с немецкого под редакцией, с предисловием, обзорной статьёй и примечаниями проф. В. Л. Гончарова. Гостехиздат, М.—Л., 1948, стр. 543, цена 25 руб.

В. Л. Гончаров (с сочувствием цитирующий в вводной статье слова Клейна: «никто другой не оказал более решительного влияния на современную математику, чем Риман»). Мы скажем лишь несколько слов о примечаниях и только что цитированной вводной статье. В целом и те и другая производят хорошее впечатление. В примечаниях редактор использовал и новые данные, например, опубликованные по рукописям Римана в 1932 г. Зигелем ранее неизвестные представления дзета-функции, позднее вновь найденные другими лицами. В примечания В. Л. Гончаров включил также принадлежащий Вейлю и весьма глубокий комментарий к мемуару «О гипотезах». Статью свою В. Л. Гончаров посвятил общей характеристике научного творчества Римана. В ней имеется немало спорных моментов [1]), но и много интересных замечаний и большой фактический материал. На частных недостатках мы не станем особенно задерживаться. Нам думается, например, что комментируя работу Римана «О числе простых чисел...» необходимо было рассказать о достижениях Чебышева, а в примечаниях к «Опыту обобщения действий интегрирования и дифференцирования» отметить самостоятельные изыскания по этому вопросу А. В. Летникова. Следовало бы также в отдельных случаях быть более точным в исторических справках и, скажем, не утверждать, что у Эйлера функция задавалась формулой и от формулы не отделялась (стр. 8): взгляды Эйлера по этому вопросу были сложнее. Таких мелких промахов, впрочем, избежать трудно. Нельзя также не упрекнуть редактора в том, что он в своей статье не сообщил никаких биографических данных о Римане; в издании «Сочинений» этого учёного нельзя даже найти дат его рождения и смерти!

Подводя итог, мы видим, что за последние два года наметился серьёзный сдвиг в издании классиков математики. Следует пожелать лишь, чтобы плодотворная работа в этом направлении успешно развивалась и далее. Большая часть работы здесь ещё впереди: не закончены издания сочинений Лобачевского, Остроградского и Чебышева, нет собрания сочинений Маркова и Ляпунова, нет сборников избранных трудов Имшенецкого, Коркина, Сонина, Стеклова, нет, наконец, сборников работ Лейбница, Абеля, Кантора и т. д.

Нужно надеяться, что ближайшие годы принесут дальнейшие количественные и качественные успехи в столь важном научном и культурном мероприятии, как издание классиков математики.

А. П. Юшкевич

Б. А. Фукс, Теория аналитических функций многих комплексных переменных. Гостехиздат, М.—Л., 1948, стр. 472, цена 18 руб.

Теория аналитических функций многих комплексных переменных содержит большое число весьма глубоких и значительных результатов. Однако долгое время, при наличии уже сложившейся и достаточно широко развитой теории, в математической литературе отсутствовала книга, в которой эта теория систематически излагалась бы с позиций, доступных любому читателю, знакомому с теорией аналитических функций одного переменного.

Рецензируемая монография Б. А. Фукса заполняет этот ощутимый пробел и несомненно будет способствовать более широкому распространению теории аналитических функций многих комплексных переменных. Содержание книги исключительно богато, причём почти все результаты приведены с доказательствами. Часть материала выделена мелким шрифтом, который может быть при первом знакомстве опущен без ущерба для целостности представления о всей теории. В книге учтены работы до 1945 года включительно, в частности последние работы самого автора и К. Ока. Систематизация теории и классификация результатов проведены довольно удачно, что весьма важно для моно-

---

[1]) Например, неоднократно встречающееся в самом начале статьи слишком общее замечание, что труды Римана по теории функций выросли из одного зерна—общего понятия о функции в духе Дирихле. Не менее существенны были в этой связи некоторые физические воззрения Римана и его стремление к наглядности мышления, подчёркнутые Ф. Клейном, а В. Л. Гончаровым, отмечаемые лишь мимоходом, в одной строке.