

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. N. Popov, V. M. Belyaev, E. P. Valueva,  
Calculation of heat exchange and resistance under  
conditions of turbulent flow in a round pipe of  
liquid with various types of dependence of physical  
properties on the temperature,  
*TVT*, 1977, Volume 15, Issue 6, 1220–1229

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt7296>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that  
you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.91

July 8, 2025, 23:53:27



УДК 536.2:532.542.4

## РАСЧЕТ ТЕПЛОТДАЧИ И СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ЖИДКОСТИ С РАЗЛИЧНЫМИ ТИПАМИ ЗАВИСИМОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Цигов В. Н., Беляев В. М., Валусев Е. П.*

Проведены расчеты теплоотдачи и сопротивления при турбулентном течении в круглой трубе жидкостей с различными типами зависимости физических свойств от температуры (вода, воздух и азот, азот при сверхкритическом давлении) в условиях сильной переменности физических свойств при нагревании и охлаждении. Для воды отношение коэффициентов вязкости при температурах стенки и жидкости изменялось в интервале 0,45–6; для газов при нагревании вдали от входа в трубу температурный фактор достигал 4,5, а при охлаждении 0,2; для азота при сверхкритическом давлении минимальное отношение плотностей  $\rho_c/\rho_{ж}$  составляло 0,1. Использовались методы расчета коэффициента турбулентного переноса импульса Голдмана, Шлыкова и Ван-Дрифта (стенка) [3, 11], а также зависимость, предложенная ранее в работах [7, 8] одного из авторов статьи, которая по совокупности сопоставлений результатов расчета с экспериментальными данными дала наилучшие результаты. Результаты расчета для газов, полученные с использованием этой зависимости, показали сильное влияние температурного фактора на теплоотдачу при нагревании и практически отсутствие этого влияния при охлаждении. Объясняется механизм влияния переменных свойств теплоносителя на возникновение ухудшенного режима теплоотдачи при турбулентном течении в сверхкритической области. Расчеты показали, что использование одномерной модели потока при экспериментальном определении местных значений коэффициента сопротивления трения для жидкости со сверхкритическими параметрами может приводить к серьезным ошибкам.

Одна из основных трудностей расчета теплоотдачи и сопротивления при турбулентном течении жидкости с переменными физическими свойствами заключается в правильном учете их влияния на турбулентный перенос импульса  $\epsilon_t$  и тепла. В [1–8] были предложены полуэмпирические методы расчета  $\epsilon_t$  при переменных физических свойствах.

В [1–4, 7, 8] метод расчета сводится по существу к заданию в той или иной форме связи между  $\epsilon_t$  при переменных и постоянных ( $\epsilon_t$ )<sub>п.с</sub> свойствах, причем  $\epsilon_t$  выражается через величины, характеризующие осредненный поток (скорость, координаты, геометрические размеры, физические свойства и т. д.). В основу методов расчета [5, 6] положено выражение  $\epsilon_t$  через энергию и масштаб турбулентности, определяемые из дифференциальных или алгебраических уравнений. Из-за полуэмпирического характера методов область применимости многих из них оказывается ограниченной в зависимости от характера изменения физических свойств жидкости с температурой и даже от того, нагревается или охлаждается жидкость. Так, например, результаты расчета теплоотдачи при течении воздуха в трубе с использованием метода Голдмана [2] хорошо описывают экспериментальные данные при нагревании и сильно отличаются от них в условиях охлаждения [9].

Для проверки применимости метода расчета  $\varepsilon_\tau$ , предложенного ранее [7, 8], к расчету теплообмена и сопротивления в теплоносителях с разной зависимостью свойств от температуры в данной работе проведены расчеты для капельной жидкости (вода), газа (воздух и азот) и жидкости при сверхкритическом давлении (азот). Метод, предложенный в [7, 8], основан на гипотезе, что зависимость длины пути смешения  $l=l(\tau_c, y, r_0, \rho, \mu)$  от определяющих ее величин при переменных свойствах остается той же, что и при постоянных. В результате, используя определение касательного напряжения  $\tau$  и формулу Прандтля, можно получить

$$\frac{\varepsilon_\tau}{\nu} = -\frac{1}{2} + \left\{ \frac{1}{4} + \left( \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} \right)_{п.с.} \left[ \left( \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} \right)_{п.с.} + 1 \right] \left| \frac{\tau}{\tau_c} \right| / \left| \frac{\tau}{\tau_c} \right|_{п.с.} \right\}^{1/2}. \quad (1)$$

В качестве зависимости для постоянных свойств  $(\varepsilon_\tau/\nu)_{п.с.}$  использовалась известная зависимость Рейхардта, уточненная в [10] с целью использования ее при малых числах Рейнольдса.

В соответствии с упомянутой гипотезой в переменной  $\eta = \sqrt{-\tau_c \rho y / \mu}$ , входящей в зависимость  $(\varepsilon_\tau/\nu)_{п.с.} = f_1(\eta, R)$ ,  $\rho$  и  $\mu$  берутся равными их локальным значениям, а модуль  $\left| \frac{\tau}{\tau_c} \right|_{п.с.} = f_2(R, \eta_0)$  вычисляется при том

же значении  $R$  и  $\eta_0 = \sqrt{-\tau_c \rho r_0 / \mu}$ , что и при переменных свойствах\*.  $R = r/r_0$  — безразмерный текущий радиус;  $r_0$  — радиус трубы,  $y = r_0 - r$ ;  $\tau_c$  — напряжение на стенке. Уравнение (1) использовалось для расчета сопротивления при адиабатном течении воздуха в трубе при числах Маха  $0 \div 2,6$  [8].

В данной работе расчеты теплоотдачи и сопротивления проведены также по методам Голдмана [2], Шлыкова [4] и Ван-Дрифта (с использованием в качестве определяющей температуры стенки) [11]\*\*.

**1. Метод расчета теплоотдачи и сопротивления.** Число Нуссельта и коэффициенты сопротивления находились на основании профилей температуры, скорости, распределения давления из решения системы дифференциальных уравнений движения, неразрывности и энергии

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial w_x}{\partial r} = -\frac{dP}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau), \quad \tau = \mu \left( 1 + \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} \right) \frac{\partial w_x}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho w_x)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho w_r r) = 0, \quad (3)$$

$$\rho w_x \frac{\partial h}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q) + w_x \frac{dP}{dx} + \tau \frac{\partial w_x}{\partial r},$$

$$q = \lambda \left( 1 + \frac{Pr}{Pr_t} \frac{\varepsilon_\tau}{\nu} \right) \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (4)$$

Здесь  $q$  — плотность радиального теплового потока;  $h$  — энтальпия;  $T$  — температура;  $P$  — давление;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $Pr$  и  $Pr_t$  — молекулярное и турбулентное числа Прандтля. (Для воды расчеты проводились только для условий течения вдали от входа и система (2) — (4) решалась интегральным методом, описанным в [8].) Для воздуха и азота система решалась конечно-разностным методом. На входе задава-

\* Если течение на входе в трубу гидродинамически стабилизировано, то  $\left| \frac{\tau}{\tau_c} \right|_{п.с.} = R$ .

\*\* Расчеты по [5, 6] не проводились, так как вопрос о том, насколько хорошо предложенные в [5, 6] уравнения общего типа описывают  $\varepsilon_\tau$  для круглой трубы, остается открытым даже в случае постоянных свойств.

лись однородное поле температуры  $T_0$ , стабилизированный профиль скорости  $w_x^0 = w_x^0(R, Re_0)$  и давление  $P_0(Re_0 = \rho w d / \mu_0, \rho w - \text{средняя по сечению массовая скорость } \rho w_x; d - \text{диаметр трубы})$ . На стенке задавались условия прилипания и плотность теплового потока  $q_c = q_c(x)^*$ , на оси — условия симметрии профиля температуры и скорости. В основу разностной аппроксимации системы (2)–(4) положена двухслойная неявная шеститочечная итерационная схема [12]. Разностная схема и аппроксимация граничных условий имели второй порядок точности по  $R$ .

Система конечно-разностных уравнений решалась методом прогонки, причем для нахождения профилей скорости  $w_x$  и энтальпии  $h$  (и соответствующей ей температуры  $T$ ) применялся метод нижней релаксации (с коэффициентом релаксации 0,85). Градиент давления определялся из условия постоянства расхода по длине трубы по методу [13]. В результате расчета определялись число Нуссельта и коэффициенты сопротивления

$$Nu_{ж} = \frac{q_c d}{\lambda_{ж}(T_c - T_{ж})}, \quad \xi_{ж}^p = -\frac{dP}{dx} / \frac{\overline{\rho w^2}}{2\rho_{ж}d}, \quad \xi_{ж}^{\tau} = -\frac{8\tau_c \rho_{ж}}{\rho w^2},$$

$$\xi_{ж}^i = \frac{di}{dx} / \frac{\overline{\rho w^2}}{2\rho_{ж}d}, \quad i = 2 \int_0^1 \rho w_x^2 R dR, \quad \xi_{ж}^p = \xi_{ж}^{\tau} + \xi_{ж}^i.$$

Здесь  $T_{ж}$  — среднемассовая температура торможения, определяемая по

$$\text{среднемассовой энтальпии торможения } H_{ж} = 2 \int_0^1 \frac{\rho w_x}{\rho w} \left( h + \frac{w_x^2}{2} \right) R dR; \quad \xi_{ж}^p,$$

$\xi_{ж}^{\tau}$ ,  $\xi_{ж}^i$  — коэффициенты сопротивления сил давления, трения и инерции (индекс «ж» означает, что свойства рассчитываются при  $T_{ж}$ ). Значения физических свойств находились с помощью квадратичной интерполяции табличных данных. Зависимость свойств воды и азота от давления не учитывалась. На каждом шаге по  $x$  проверялись балансы количества движения и тепла, расхождение которых не превышало, например, для азота при сверхкритических параметрах нескольких десятых долей процента. Сетка бралась так, чтобы точность определения указанных величин была не меньше 1%. Описанная методика была реализована в виде ФОРТРАН-программы на ЭВМ «Минск-32».

**2. Результаты расчета.** На рис. 1 представлены в сравнении с имеющимися экспериментальными данными, результаты расчета теплоотдачи и сопротивления трения, полученные при нагревании и охлаждении воды ( $0,45 < \mu_c / \mu_{ж} < 6$ ) в интервале чисел  $Re_{ж}$  от  $5 \cdot 10^3$  до  $10^5$  и  $Pr_{ж}$  от 1,9 до 8. ( $Nu_{ож}$  и  $\xi_{ож}$  — при постоянных свойствах и тех же значениях  $Re_{ж}$  и  $Pr_{ж}$ , что и при переменных [10]). Физические свойства воды брались из [18],  $Pr_c = 1$ .

Видно, что при нагревании результаты расчета и теплоотдачи и сопротивления трения с использованием зависимости (1) в пределах нескольких процентов согласуются с экспериментальными данными, причем расчеты показывают тот же характер влияния  $Re_{ж}$  на зависимость  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  и  $\xi_{ж}^{\tau}/\xi_{ож}$  от  $\mu_c/\mu_{ж}$ , что и эксперимент. Результаты расчета с использованием других методов определения  $\epsilon_{\tau}$  сильно отличаются от опытных данных. (Для сопротивления расчетная кривая с использованием зависимости [4] не нанесена, так как согласно ей  $\xi_{ж}^{\tau}/\xi_{ож} > 1$  и растет с уменьшением  $\mu_c/\mu_{ж}$ ).

При охлаждении результаты расчета  $\xi_{ж}^{\tau}$  с использованием (1) также хорошо совпадают с имеющейся экспериментальной зависимостью [16], в то время как расчетная кривая для  $\epsilon_{\tau}/\nu$  по [2] достаточно сильно от-

\* Расчеты для воздуха и азота проводились для тех же распределений  $q_c = q_c(x)$ , что имели место в соответствующих экспериментах.

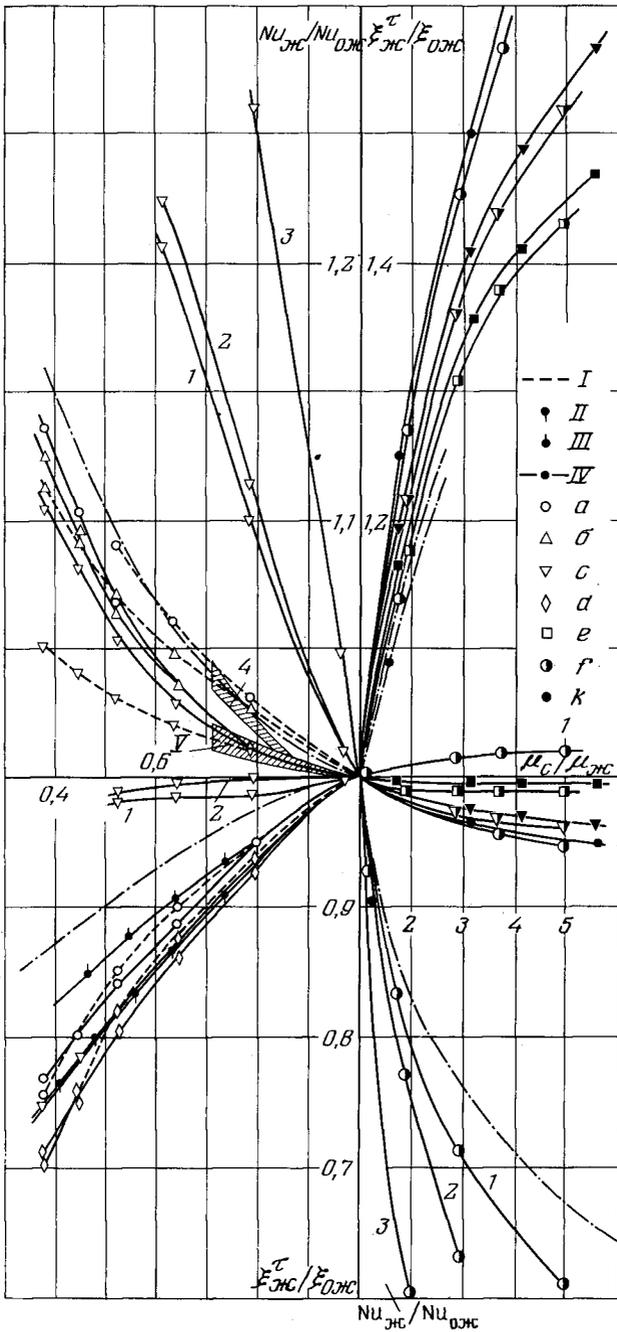


Рис. 1. Теплоотдача и сопротивление при турбулентном течении воды. Расчет — сплошные линии: 1 —  $\epsilon_x$  по [2]; 2 — по Ван-Дристу (стенка) [11]; 3 — по [4], без обозначения цифрами — по уравнению (1); заштрихованные области; 4 — расчет для условий эксперимента [17] с использованием (1). Эксперимент: I — [14]; II —  $Re_{жс}=2 \cdot 10^5$ ,  $T_{жс}=45^\circ \text{C}$ ,  $Pr_{жс}=4$  [15]; III —  $Re_{жс}=2 \cdot 10^5$ ,  $T_{жс}=45^\circ \text{C}$ ,  $Pr_{жс}=4$  [15]; IV — [16]; V —  $Re_{жс}=(14,5-101) \cdot 10^3$ ,  $T_{жс}=60^\circ \text{C}$ ,  $Pr_{жс}=3$  [17]. Обозначения режимов: форма обозначений — число  $Re_{жс}$  (a —  $10^5$ ; b —  $3,5 \cdot 10^4$ ; c —  $2 \cdot 10^4$ ; d —  $1,3 \cdot 10^4$ ; e —  $5 \cdot 10^3$ ); степень зачерненности — число  $Pr_{жс}$  (например, a —  $Pr_{жс}=7,8$  ( $T_{жс}=15,7^\circ \text{C}$ ); f —  $Pr_{жс}=2,2$  ( $T_{жс}=80^\circ \text{C}$ ); k —  $Pr_{жс}=1,9$  ( $T_{жс}=90^\circ \text{C}$ ))

личается от экспериментальной, а кривые, соответствующие зависимостям Ван-Дриста (стенка) и [4], не нанесены, ибо дают значения  $\xi_{ж}^{\tau}/\xi_{ож} < 1$ , причем уменьшающиеся с ростом  $\mu_c/\mu_{ж}$ . В случае охлаждения наблюдается отличие расчетных данных с использованием (1) от эмпирической зависимости Б. С. Петухова. От этой зависимости отличаются и расчетные кривые, полученные с использованием других способов расчета  $\epsilon_r$ , за исключением [2]. Причину отличия нашей расчетной кривой в настоящее время трудно установить. Можно отметить, что эксперимен-

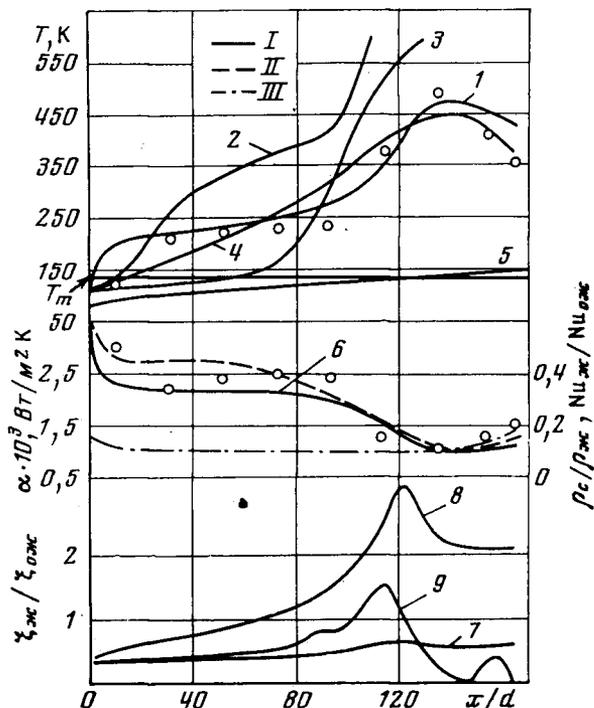


Рис. 2. Теплоотдача и сопротивление азота при сверхкритическом давлении  $P=50$  бар.  $o$  — опытные данные [21] ( $d=2,46$  мм,  $\rho w = 4120$  кг/м<sup>2</sup>с,  $T_0=85$  K); I — расчет:  $T_c$ : I —  $\epsilon_r$  по (1); 2 — по Ван-Дристу (стенка) [11]; 3 — по [4]; 4 — по [2]; 5 —  $T_{ж}$ ; 6 —  $\alpha$  ( $\epsilon_r$  по (1)); 7 —  $\xi_{ж}^{\tau}/\xi_{ож}$ ; 8 —  $\xi_{ж}^p/\xi_{ож}$ ; 9 —  $\xi_{ж}^{\tau}/\xi_{ож}$ ; II — расчет  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  с использованием (1); III — расчет  $\rho_c/\rho_{ж}$  с использованием (1)

тальные данные по теплоотдаче для воды имеются только до  $\mu_c/\mu_{ж} = 2,5$  [19]. Приведенная на рис. 1 зависимость для теплоотдачи при  $\mu_c/\mu_{ж} > 1$  получена Б. С. Петуховым в основном по экспериментальным данным на маслах. Причем данные для больших значений  $\mu_c/\mu_{ж} \approx 40$  получены при сравнительно малых значениях числа  $Re_{ж} = (3-5) \cdot 10^3$  [20]. Между тем не известно, имелось ли развитое турбулентное течение в опытах при сильно переменной вязкости и малых значениях числа Рейнольдса. Вероятно, нужны дополнительные экспериментальные и теоретические исследования, чтобы ответить на этот вопрос. Кроме того, при определении зависимости  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  от  $\mu_c/\mu_{ж}$  не учитывалось, что зависимость  $Nu_{ож}$  от  $Re_{ж}$  в области малых значений  $Re_{ж}$  ( $< 10^4$ ) отличается от обычно используемых зависимостей [10] (уточненные значения  $Nu_{ож}$  в области  $3000 < Re_{ж} < 5000$  при  $Pr=8-10$  оказываются меньшими на 10-30%).

На рис. 2 представлены результаты расчета температуры стенки  $T_c$  и коэффициента теплоотдачи  $\alpha = q_c / (T_c - T_{ж})$  для азота в сравнении с экспериментальными данными, полученными в одном из режимов работы [21]. Этот режим выбран специально, поскольку в нем наряду с силь-

ной переменностью физических свойств по сечению ( $\rho_c/\rho_{ж}$  до 0,1) имело место ухудшение теплоотдачи (пик температуры стенки) при  $x/d \approx 130$ , а влияние естественной конвекции при этом было незначительным. Параметр, характеризующий это влияние  $Gr_{ж}/Re_{ж}^2$ , был меньше 0,01 [22]. В этом экспериментальном режиме  $q_c$  изменялась от  $2,5 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup> на входе до  $3,5 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup> в области пика температуры стенки. Число  $Re_{ж}$  увеличивалось от  $2 \cdot 10^4$  на входе до  $1,7 \cdot 10^5$  на выходе. Использовались физические свойства азота из [23, 24]. Число  $Pr_t$  принималось равным 1. Наилучшее и достаточно хорошее совпадение по  $T_c$  (а значит и по  $\alpha$ ) с экспериментом имеет место при использовании зависимости (1). Неплохое согласование и при применении метода Голдмана. В то же время использование методов Ван-Дрифта (стенка) и Шлыкова приводит к сильно завышенным значениям  $T_c$ . Приведенные на рис. 2 распределения  $\rho_c/\rho_{ж}$  и  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  свидетельствуют о сильной переменности физических свойств по сечению в этом режиме и значительном отличии числа  $Nu_{ж}$  от значения при постоянных свойствах  $Nu_{ож}$ \*

На рис. 2 представлены также полученные из расчета с использованием (1) местные коэффициенты гидравлического сопротивления  $\xi_{ж}^p$  и сопротивления трения  $\xi_{ж}^t$ , отнесенные к коэффициенту сопротивления трения  $\xi_{ож} = \xi_{ож}(Re_{ж})$  при постоянных физических свойствах. Переменность физических свойств оказывает существенное влияние на  $\xi_{ж}^t$ , который отличается от  $\xi_{ож}$  на 40–70%. Кроме того, из рис. 2 следует, что в сверхкритической области большую роль может играть сопротивление сил инерции (ускорение). Особенно значительна величина  $\xi_{ж}^i$  при значениях  $T_{ж}$  близких к  $T_m$ \*\* , поскольку именно в этой области имеется сильная зависимость  $\rho$  от  $T$ . Видно, что  $\xi_{ж}^i$  может превышать  $\xi_{ж}^t$  более чем в три раза.

На рис. 2 приведена также величина коэффициента сопротивления трения  $\xi_{ж}^{t1}$ , определенная по методу, часто используемому при экспериментальном нахождении  $\xi_{ж}^t$ . Заключается он в том, что коэффициент сопротивления трения находится по измеренному в опытах значению  $\xi_{ж}^p$  и найденному с использованием одномерной модели потока коэффициенту сопротивления сил инерции  $\xi_{ж}^{i1}$ :  $\xi_{ж}^{t1} = \xi_{ж}^p - \xi_{ж}^{i1}$ . Согласно одномерной

модели потока  $i = i_1 = \overline{\rho w^2}/\rho_{ж}$  и соответственно  $\xi_{ж}^i = \xi_{ж}^{i1} = \frac{di_1}{dx} / \frac{\overline{\rho w^2}}{2\rho_{ж}d} =$   
 $= -\frac{2}{\rho_{ж}} \frac{d\rho_{ж}}{d(x/d)}$  \*\*\* . Как видно, такой способ определения местных значе-

ний коэффициента сопротивления трения при сильной переменности физических свойств по сечению может давать большие ошибки.

На рис. 3 представлены расчетные профили аксиальной составляющей скорости, температуры, касательного напряжения и коэффициента турбулентного переноса импульса для нескольких сечений на начальном участке трубы, в области ухудшения теплоотдачи и на выходе из трубы. Можно заметить, что в тех случаях, где  $T_{ж}$  близка к  $T_m$ ,  $\partial w_x/\partial x$  значительно возрастает, что приводит к падению по абсолютной величине касательных напряжений. Следует обратить внимание на существенное отличие  $\tau/\tau_c$  от линейной зависимости. Заметим, что вблизи стенки и на начальном участке  $\partial(\tau/\tau_c)/\partial y < 0$ , как это следует из уравнения движения. Однако область, в которой имеет место падение  $\tau/\tau_c$ , настолько мала

\* Заметим, что и на тепловом начальном участке в приведенное на рис. 2 отношение  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  входит  $Nu_{ож}$  для термически стабилизированного потока.

\*\*  $T_m$  — температура максимума теплоемкости при данном сверхкритическом давлении.

\*\*\* При численном расчете в  $k$ -м сечении

$$[d\rho_{ж}/d(x/d)]_k = (\rho_{ж, k-1} - \rho_{ж, k}) / (\Delta x/d).$$

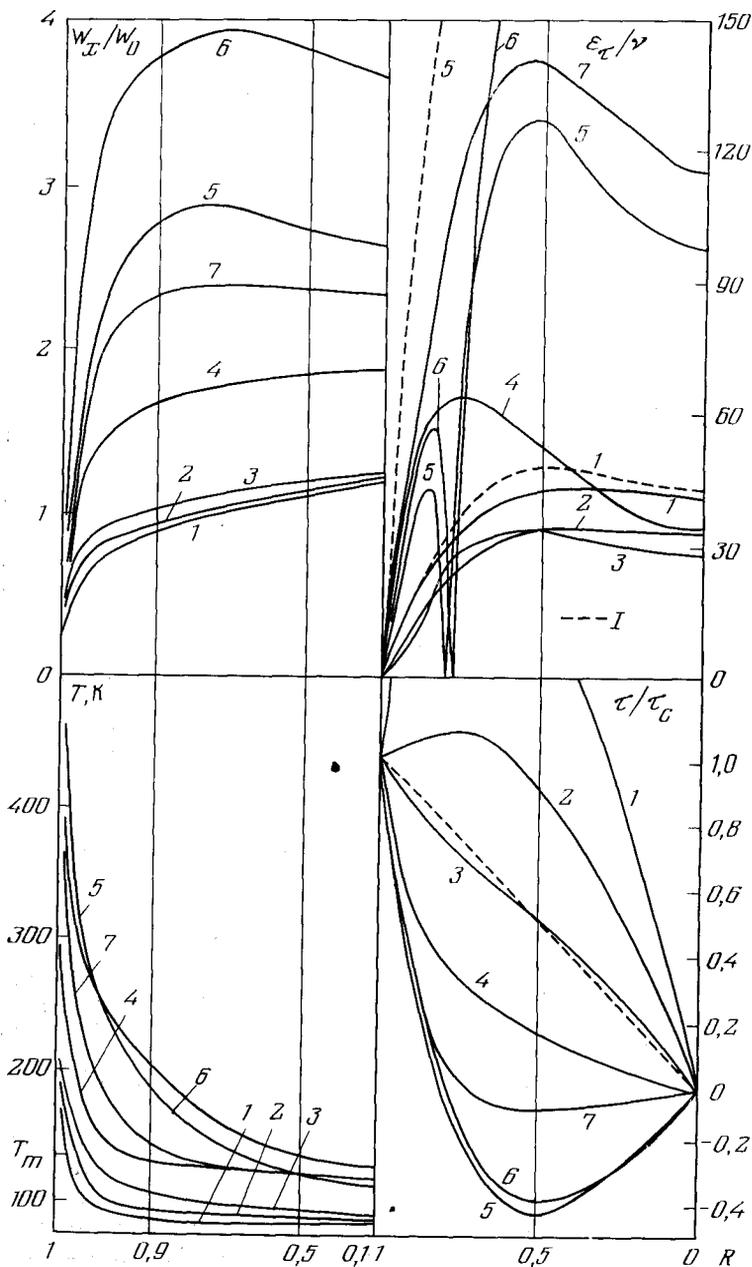


Рис. 3. Расчетные профили скорости, температуры, касательного напряжения и коэффициента турбулентного переноса импульса; 1 —  $x/d=2$ ; 2 — 9,5; 3 — 27,5; 4 — 103; 5 — 134; 6 — 164; 7 — расчет с использованием модели [2] при  $x/d=130$ ; I — расчет для постоянных свойств (при  $T_{ж}$  и  $Re_{ж}$  для переменных свойств)  $w_0 = \overline{\rho w} / \rho_0$ ;  $\rho_0$  — плотность на входе в трубу

( $y/r_0 < 0,001$ ), что на рис. 3 она практически незаметна. С увеличением  $x/d$  зависимость  $\tau/\tau_0(R)$  приближается к линейной. В сечениях, где  $T_{ж} \approx T_m$ ,  $\tau/\tau_0$  резко падает и обращается в нуль при  $R \approx 0,8$ , а в области  $0,8 > R > 0$  принимает отрицательные значения.

Профили  $\epsilon_t/\nu$  на начальном участке близки к зависимостям для постоянных свойств жидкости. При  $T_{ж} \approx T_m$   $\epsilon_t/\nu$  вблизи стенки ( $R \approx 0,8$ ) резко снижается. Заметим, что нулевое значение  $\epsilon_t$  не соответствует ре-

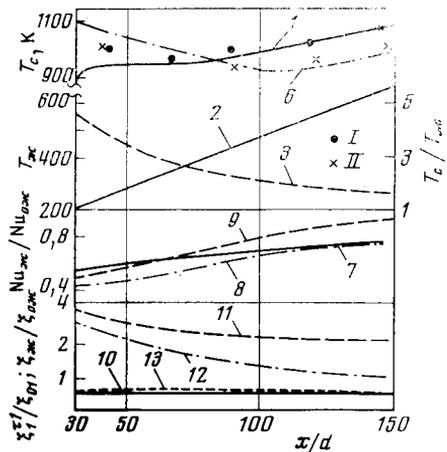


Рис. 4

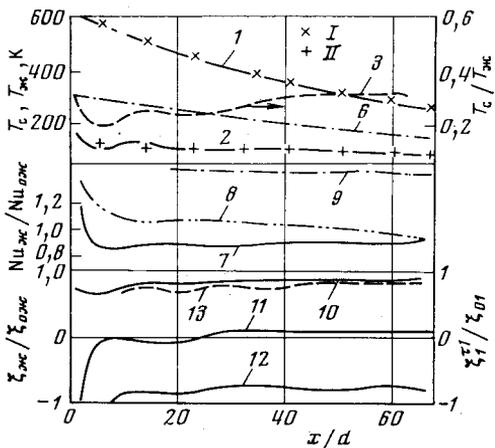


Рис. 5

Рис. 4. Теплоотдача и сопротивление при турбулентном течении (азота) при нагревании ( $T_0=97,5$  К,  $P_0=6,9$  бар,  $q_c=6,5 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup>,  $d=0,031$  м,  $Re_0=2,67 \cdot 10^5$ ,  $Re_{ж}^{вх}=0,675 \cdot 10^5$ ;  $M_1^{вх}=0,126$ ,  $M_1^{вых}=0,57$ ). Расчет ( $\epsilon_\tau$  по (1)): 1 —  $T_c$ ; 2 —  $T_{ж}$ ; 3 —  $T_c/T_{ж}$ ; 7 —  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$ ; 10 —  $\xi_{ж\tau}/\xi_{ож}$ ; 11 —  $\xi_{жp}/\xi_{ож}$ ; 12 —  $\xi_{жi}/\xi_{ож}$ ; 13 —  $\xi_1^{i1}/\xi_{o1}$ ; I —  $T_c$  [26]. Наш расчет по модели Ван-Дрифта: II —  $T_c$ , 9 —  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$ , 6 — расчет  $T_c$  по модели Ван-Дрифта [27]; 8 —  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  по формуле Петухова — Курганова [28]

Рис. 5. Теплоотдача и сопротивление при турбулентном течении газа (воздуха) при охлаждении ( $P_0=3$  бар,  $T_0=623$  К,  $T_c \approx 100$  К,  $M_1^{вх}=0,02$ ,  $M_1^{вых}=0,01$ ;  $Re_0=5520$ ,  $q_c(x/d=60)=-1,2 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>,  $d=0,0112$  м). Расчет ( $\epsilon_\tau$  по (1)): 1 —  $T_{ж}$ ; 2 —  $T_c$ ; 3 —  $T_c/T_{ж}$ ; 7 —  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$ ; 10 —  $\xi_{ж\tau}/\xi_{ож}$ ; 11 —  $\xi_{жp}/\xi_{ож}$ ; 12 —  $\xi_{жi}/\xi_{ож}$ ; 13 —  $\xi_1^{i1}/\xi_{o1}$ ; эксперимент [29]: I —  $T_{ж}$ ; II —  $T_c$ ; наш расчет по модели Ван-Дрифта (стенка): 6 —  $T_c$ ; 9 —  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$ ; 8 —  $Nu_{ж}$  — по интерполяционной формуле [28], экстраполированной на случай охлаждения

альности, поскольку за счет диффузии и конвекции турбулентной энергии в данной области будет иметь место турбулентный перенос. Однако уточнение значений  $\epsilon_\tau$  в этой области связано с существенным усложнением расчета. При объяснении особенностей в профилях  $\epsilon_\tau/\nu$  следует иметь в виду, что переменность физических свойств формально сказывается на  $\epsilon_\tau$  (см. уравнение (1)) через  $\tau/\tau_c$  (переменность физических свойств по длине, вызывающая появление сил инерции) и через входящую в  $(\epsilon_\tau/\nu)_{п.с}$  переменную  $\eta = \sqrt{\tau_c \rho/\mu}$ , учитывающую переменность физических свойств по сечению. Зависимость  $\sqrt{\rho/\mu}$  от  $T$  имеет максимум при  $T \approx T_m$ . Поэтому при  $T_{ж} \approx T_m$  переменность физических свойств по сечению приводит к уменьшению  $\epsilon_\tau/\nu$  в пристеночной области по сравнению со случаем постоянных физических свойств (взятых при  $T_{ж}$ ). Из этого следует, что наиболее существенное уменьшение  $\epsilon_\tau/\nu$  в пристеночной области (и соответственно ухудшение теплоотдачи) происходит при нагревании (силы инерции приводят к уменьшению  $\tau/\tau_c$ ), когда  $T_{ж} \approx T_m$ . В этом случае переменности физических свойств как по длине, так и по сечению являются наиболее сильными, причем и то и другое ведут к уменьшению  $\epsilon_\tau/\nu$ .

Описанная особенность в поведении  $\epsilon_\tau/\nu$  сказывается, естественно, и на профилях температуры. При приближении  $T_{ж}$  к  $T_m$  пристенная область, в которой происходит сильное падение температуры (следовательно, и сильное изменение свойств), становится менее выраженной, поскольку сильная переменность физических свойств в этой области вызывает существенное уменьшение  $\epsilon_\tau/\nu$ . По мере перехода псевдокритической температуры в ядро течения переменность свойств уменьшается, что приводит к улучшению теплоотдачи.

Интересно отметить, что профили рассмотренных величин, полученные с использованием метода Голдмана, существенно отличаются от профилей, рассчитанных с использованием (1), несмотря на хорошее совпадение по теплоотдаче в области ее ухудшения.

На рис. 4 и 5 приведены результаты расчета теплоотдачи и сопротивления для азота (нагрев), воздуха (охлаждение). Физические свойства газов брались из [23], число  $Pr$ , принималось равным 0,885 [25]. Для сравнения отобраны те экспериментальные режимы, в которых были значительными температурные факторы (при нагревании до 4,5 при  $x/d=30$ , а при охлаждении до 0,2 при  $x/d=5$ ). Расчеты проводились лишь с использованием уравнения (1) для  $\epsilon$ , и метода Ван-Дрифта (стенка), рекомендованного в [11] и [27] для расчета турбулентных течений газа в трубе при нагревании. Остальные методы расчета не рассматривались, поскольку было показано, что результаты расчета теплоотдачи с использованием метода Драйслера [1] не согласуются удовлетворительно с экспериментом даже при нагревании, а метод Голдмана дает сильно завышенные результаты по теплоотдаче (существенную зависимость от температурного фактора) при охлаждении газа. Метод [4] не дал удовлетворительных результатов для случая капельной жидкости и жидкости при сверхкритических параметрах.

Из рис. 4 и 5 видно, что результаты расчета  $T_c$  при нагревании при  $x/d > 40$  ( $T_c/T_{ж} \leq 4$ ), хорошо согласуются с экспериментом. Расхождение по  $T_c$  при  $x/d=40$  составляет  $\sim 50$  К, что соответствует расхождению в коэффициенте теплоотдачи  $\sim 7\%$ . Однако следует отметить, что в области малых  $x/d$  наблюдается некоторое систематическое отклонение расчетной кривой  $T_c(x/d)$  от экспериментальных точек. В этой области имеют место большие значения  $T_c/T_{ж}$  (до 7) и одновременно сильное ускорение потока, о чем свидетельствуют приведенные на рис. 4 значения  $\xi_{ж}^i/\xi_{ож}$ . Представляется, что для лучшего согласования результатов расчета с экспериментальными данными в области термического начального участка в дальнейшем необходимо учитывать влияние на коэффициент турбулентного переноса предыстории изменения по длине трубы локальных характеристик турбулентности (энергии, масштаба), а также ускорения на эти характеристики. На рис. 4 приведены также результаты нашего расчета  $T_c$  и  $Nu_{ж}/Nu_{ож}$  с использованием метода Ван-Дрифта (с расчетом свойств по температуре стенки) и результаты, полученные по этому методу в [27]. Они несколько расходятся при  $x/d < 60$  \*. Видно, что если при  $x/d < 70$  результаты расчета  $T_c$  по методу Ван-Дрифта (стенка) хорошо согласуются с экспериментом, то при  $x/d > 70$  наблюдается систематическое расхождение.

При охлаждении (рис. 5) результаты расчета  $T_c$  с использованием уравнения (1) очень хорошо согласуются с экспериментом. Число  $Nu_{ж}$  меньше соответствующего числа Нуссельта  $Nu_{ож} = Nu_{ож}(Re_{ж}, Pr_{ж})$  при постоянных физических свойствах, но при  $x/d > 15$  это отличие не превышает 10%. Таким образом, результаты расчета теплоотдачи подтвердили отмечаемый в экспериментальных работах (в частности в [29]) факт «практической» независимости теплоотдачи от температурного фактора. Значения температуры стенки, рассчитанные по модели Ван-Дрифта, оказались заниженными (при  $x/d=10$  и 40 на 200 и 100 К), а значения  $Nu_{ж}$  соответственно завышенными (до 45%).

Результаты расчета сопротивления показали, что как при нагревании, так и при охлаждении ускорение и замедление потока оказывают существенное влияние на гидравлическое сопротивление. Так, при нагревании для  $x/d=30$   $\xi_{ж}^i$  превышает  $\xi_{ж}^c$  в три раза, а при охлаждении эти коэффициенты сопротивления имеют приблизительно одинаковые значения (но разные знаки) при  $x/d > 10$ . Интересно, что в случае сильного за-

\* Причину этого расхождения установить не удалось из-за недостатка информации о методике численного расчета в [27].

медления потока вследствие охлаждения в начальном участке трубы ( $x/d < 10$ ) имеет место рост давления ( $\xi_{ж}^p < 0$ ), а при  $x/d > 10$  коэффициенты  $\xi_{ж}^p$  по абсолютному значению много меньше коэффициентов  $\xi_{ж}^r$ . На рис. 4 и 5 приведены также коэффициенты сопротивления трения  $\xi_1^{r1} = \xi_1^p - \xi_1^{i1}$ , определенные с использованием одномерной модели потока. Физические свойства при этом берутся по температуре потока  $T_1$ , соответствующей одномерной модели  $T_{ж} = T_1 + (\rho w^2 / 2 \rho_1 c_p)$  ( $\xi_{01} = \xi_{01}(\text{Re}_1)$  — коэффициент сопротивления трения при постоянных свойствах, при том же  $\text{Re}_1 = \rho w d / \mu_1$ , что и  $\xi_1^{r1}$ ). Из рис. 4 и 5 видно, что температурный фактор  $T_c / T_{ж}$  слабо влияет на сопротивление трения не только при охлаждении, но и при нагревании (15–20%), причем в обоих случаях  $\xi_{ж}^r / \xi_{0ж} < 1$ . Полученные из расчета при нагревании значения  $\xi_1^{r1} / \xi_{01}$  в пределах нескольких процентов совпадают с эмпирической зависимостью [26], описывающей результаты экспериментального определения коэффициента сопротивления трения. При охлаждении  $\xi_1^{r1} / \xi_{01} < \xi_{ж}^r / \xi_{0ж}$  (отличие в пределах 10%). Полученные расчетные результаты по сопротивлению трения соответствуют экспериментальным данным по среднему коэффициенту сопротивления, полученным в [29], и показавшим с точностью 15% независимость этого коэффициента от  $T_c / T_{ж}$  в интервале его изменения от 0,3 до 1.

Расчеты теплоотдачи и сопротивления при турбулентном течении в трубе жидкостей с различными типами зависимости физических свойств от температуры (капельная жидкость, газ, жидкость при сверхкритических параметрах) для условий нагревания и охлаждения при сильной переменной свойства показали, что метод расчета  $\epsilon / \nu$ , предложенный в [7, 8] (уравнение (1)), дает вполне удовлетворительные результаты.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию  
21 I 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. G. Deissler. Trans. ASME, C, 76, № 1, 1954.
2. K. Goldman. Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. Nucl. Eng., pt I, 50, № 11, 1954.
3. E. R. Van-Driest. J. Aeron. Sci., 23, 1956.
4. Ю. П. Шлыков, А. Н. Кобляков, А. Д. Леонгардт. ТВТ, 9, № 4, 1971.
5. В. М. Беляев. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. «Наука», 1975.
6. Г. Н. Абрамович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности. «Машиностроение», 1975.
7. В. Н. Попов. ТВТ, 8, № 2, 1970.
8. В. Н. Попов. ТВТ, 15, № 4, 1977.
9. Б. С. Петухов, В. Н. Попов. ТВТ, 1, № 1, 1963.
10. В. Н. Попов, В. М. Беляев. ТВТ, 13, № 2, 1975.
11. Макэллизт, Смит, Бэнкстон. Теплопередача, № 4, 1970.
12. Н. Ю. Браиловская, А. А. Чудов. Сб. Вычислительные методы и программирование, I. Изд. МГУ, 1962.
13. Л. М. Симуни. ИФЖ, 10, № 1, 1966.
14. Р. Аллен, Е. Эккерт. Теплопередача, № 3, 1964.
15. J. Lafey. Centr. d'Etudes Nucleaires de Grenoble, Rep. CEA-R-3896, 1970.
16. Б. С. Петухов, С. М. В. С. Петухов, Л. Г. Генин, С. А. Ковалев. Теплообмен в ядерных энергетических установках. Атомиздат, 1974, стр. 273.
17. J. Malina, E. Sparrow. Chem. Eng. Sci., 19, 1964.
18. М. П. Вукалович и др. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. Изд. стандартов, 1969.
19. Б. С. Петухов, В. В. Кириллов. Теплоэнергетика, № 4, 1958.
20. Б. С. Петухов, Е. А. Краснощеков. В сб. Теплопередача и тепловое моделирование. Изд. АН СССР, 1959.
21. Л. А. Акулов. Изв. вузов, Энергетика, № 11, 1973.
22. В. С. Протопопов, Б. Т. Гуров. В сб. Труды МЭИ, вып. 235, 1975.
23. А. А. Вассерман и др. Теплофизические свойства воздуха и его компонентов, 1966.
24. А. А. Вассерман и др. Теплофизические свойства жидкого воздуха и его компонентов, 1968.
25. В. Н. Попов. ТВТ, 10, № 4, 1972.
26. H. C. Perkins, P. W. Worsoe-Schmidt. Int. J. Heat Mass Trans., 8, 1014, 1965.
27. С. А. Bankston, D. M. McEligot. Int. J. Heat Mass Trans., 13, 3191, 1970.
28. В. А. Курганов, Б. С. Петухов. ТВТ, 12, № 2, 1974.
29. Н. П. Аргамонов, Ю. Н. Данилов, Г. А. Дрейцер, Э. К. Калинин. ТВТ, 8, № 6, 1970.