Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

A. V. Desyatov, D. N. Il'mov, S. G. Cherkasov, Mathematical simulation of evolution of solitary spherical vapor bubble under compression by external pressure,
TVT, 2008, Volume 46, Issue 1, 92–99

https://www.mathnet.ru/eng/tvt1005

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.14.81
January 15, 2026, 04:35:13

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2008, том 46, № 1, с. 92–99

УДК 532.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ОДИНОЧНОГО СФЕРИЧЕСКОГО ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА ПРИ ЕГО СЖАТИИ ВНЕШНИМ ДАВЛЕНИЕМ

© 2008 г. А. В. Десятов, Д. Н. Ильмов, С. Г. Черкасов

ФГУП "Исследовательский центр им. М.В. Келдыша", Москва

Поступила в редакцию 10.01.2007 г.

На основе численного моделирования исследуется эволюция одиночного сферического парового пузырька при внезапном повышении давления в окружающей жидкости. В расчетах использована математическая модель, основанная на однородности параметров внутри пузырька. Предложенная модель обеспечивает точное выполнение интегрального баланса энергии, за исключением кинетической энергии пара. Получены результаты по росту температуры и характеристикам тепломассообменных процессов.

PACS: 47.55.dd

ВВЕДЕНИЕ

Процессы, протекающие при сжатии одиночного парового или газового пузырька при повышении давления в окружающей жидкости, в частности рост температуры в пузырьке, давно привлекают внимание исследователей. Для решения этой задачи были предложены различные подходы, отличающиеся как количеством учитываемых физических эффектов, так и степенью их детализации. Большие трудности возникают при теоретическом описании паровых пузырьков, когда определяющее значение имеют фазовые переходы на поверхности пузырька и процесс распространения тепла в окружающей жидкости. По этой причине процессы, протекающие в паровых пузырьках, в настоящее время изучены сравнительно мало. Математические модели, достаточно точно описывающие указанные особенности паровых пузырьков, и отдельные результаты расчетов по этим моделям приведены в монографиях. Целью данной работы являются дальнейшее развитие одного из подходов, предложенных в [1, 2], и проведение на этой основе расчетов в более широком диапазоне параметров. Используемая в данной работе математическая модель является расширением предложенной в [1, 2] модели однородного парового пузырька. Это расширение состоит, во-первых, в модификации некоторых уравнений для учета зависимости теплофизических свойств жидкости от температуры и, во-вторых, в уточнении влияния фазовых переходов. Благодаря этому математическая модель стала обеспечивать точное выполнение баланса энергии системы, за исключением учета кинетической энергии пара в пузырьке.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим процесс сжатия сферического парового пузырька при внезапном повышении давления в окружающей жидкости. В начальный момент времени жидкость и пар в пузырьке находились в равновесии и имели температуру T_0. Жидкость будем считать несжимаемой, вязкой (ньютоновской), теплопроводной, учитывая поверхностное натяжение. Предположим, что коэффициенты вязкости, теплопроводности и поверхностного натяжения зависят от температуры. Допустим также, что пар в пузырьке является невязким, теплопроводным и подчиняется уравнению состояния совершенного газа. Теплоемкости жидкости и пара будем считать постоянными. Ниже введем некоторые дополнительные предположения.

Для случая сферической симметрии уравнение движения и уравнение неразрывности для ньютоновской несжимаемой жидкости можно записать в виде [3]

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2}{r}\left(\tau - \frac{2\mu u}{r}\right), \quad (1)$$

$$\tau = 2\mu\frac{\partial u}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 u) = 0. \quad (3)$$

Здесь t, r – время и радиальная координата; u – скорость; ρ – плотность; p – давление; μ – динамический коэффициент вязкости; $\tau = \tau_{rr}$ – напряжение трения. Из уравнения (3) следует, что произ-

ведение r^2u не зависит от радиуса. Обозначим через R радиус пузырька, а через U – скорость жидкости на границе пузырька. Отметим, что при наличии фазовых переходов скорость жидкости на границе пузырька не совпадает со скоростью движения самой границы. Тогда решение уравнения неразрывности можно записать в виде

$$u = \frac{1}{r^2}UR^2. \tag{4}$$

Подставляя (2) в правую часть (1) и учитывая (4), получим после некоторых преобразований

$$\rho\left(\frac{1}{r^2}\left(2RU\frac{dR}{dt} + R^2\frac{dU}{dt}\right) + \frac{1}{2}R^4U^2\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^4}\right)\right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial r} - \frac{12\mu UR^2}{r^4}. \tag{5}$$

Интегрируя (5) по радиусу от $r = R$ до $r = \infty$ и учитывая, что $\tau \longrightarrow 0$ при $r \longrightarrow \infty$, запишем следующее уравнение:

$$\rho\left(2U\frac{dR}{dt} + R\frac{dU}{dt} - \frac{1}{2}U^2\right) = p_R - p_\infty - \tau_R - \Omega, \\ p_R = p|_{r=R}, \quad \tau_R = \tau|_{r=R}, \quad \Omega = 12UR^2\int\limits_R^\infty \mu r^{-4}dr. \tag{6}$$

Здесь p_∞ – давление в жидкости на бесконечном удалении от пузырька, p_R и τ_R – давление и напряжение трения в жидкости на границе пузырька.

Скорость движения границы пузырька и скорость движения жидкости на границе пузырька связаны соотношением

$$\frac{dR}{dt} = U - \frac{j}{\rho}, \tag{7}$$

где j – масса пара, конденсирующегося в единицу времени на единице площади поверхности пузырька. Используя (7), представим уравнение (6) в виде

$$\rho\left(R\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2}U^2\right) = p_R - p_\infty - \tau_R - \Omega + 2jU. \tag{8}$$

Запишем уравнение энергии для окружающей пузырек жидкости

$$\rho c\left(\frac{\partial\theta}{\partial t} + u\frac{\partial\theta}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial\theta}{\partial r}\right) + \Phi, \\ \Phi = 12\mu U^2R^4r^{-6}. \tag{9}$$

Здесь $\theta = T - T_0$; T – температура жидкости; T_0 – начальная температура жидкости, равная температуре на бесконечном удалении от пузырька; c и λ – удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности; Φ – диссипативная функция. Учитывая (4), преобразуем уравнение (9) к виду

$$\rho c\frac{\partial}{\partial t}(r^2\theta) + \rho cUR^2\frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\lambda\frac{\partial\theta}{\partial r}\right) + \Phi_1, \\ \Phi_1 = r^2\Phi = 12\mu U^2R^4r^{-4}. \tag{10}$$

Перейдем в систему координат, связанную с подвижной границей пузырька. Введем новую координату $x = r - R(t)$, тогда поверхность пузырька будет всегда расположена в начале новой координаты. В новой системе координат уравнение (10) принимает вид

$$\rho c\left(\frac{\partial}{\partial t}((R+x)^2\theta)\right)_x + \rho c\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(UR^2 - (R+x)^2\frac{dR}{dt}\right)\theta\right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x}\left((R+x)^2\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + \frac{12\mu U^2R^4}{(R+x)^4}. \tag{11}$$

Начальное и граничные условия для уравнения (11)

$$\theta|_{t=0} = 0, \ \theta|_{x=\infty} = 0, \ \theta|_{x=0} = \theta_S(t) = T_S - T_0.$$

Здесь и ниже индексом "S" будем обозначать параметры на поверхности раздела фаз.

Проанализируем теперь процессы внутри пузырька. Сначала рассмотрим общий случай, когда пар занимает произвольный объем $V(t)$, ограниченный поверхностью $S(t)$. Уравнения состояния, энергии и неразрывности для невязкого совершенного газа имеют вид

$$p_V = \rho_V R_V T_V, \tag{12}$$

$$\rho_V c_p\left(\frac{\partial T_V}{\partial t} + w^i\nabla_i T_V\right) = \frac{\partial p_V}{\partial t} + w^i\nabla_i p_V - \nabla_i q^i, \tag{13}$$

$$\frac{\partial\rho_V}{\partial t} + \nabla_i(\rho_V w^i) = 0. \tag{14}$$

Здесь p_V, ρ_V, T_V, R_V – соответственно давление, плотность, температура и газовая постоянная пара; c_p – теплоемкость пара при постоянном давлении; w^i, q^i – компоненты скорости и теплового потока в паре. Умножая (14) на c_pT_V и складывая с (13), получим

$$c_p\left(\frac{\partial(\rho_V T_V)}{\partial t} + \nabla_i(\rho_V w^i T_V)\right) = \\ = \frac{\partial p_V}{\partial t} + w^i\nabla_i p_V - \nabla_i q^i. \tag{15}$$

Используя уравнение состояния (12) и связь между теплоемкостью идеального газа, газовой

постоянной и показателем адиабаты γ, преобразуем (15) к виду

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{\partial p_V}{\partial t}+c_p\nabla_i(\rho_V w^i T_V) = w^i\nabla_i p_V-\nabla_i q^i. \quad (16)$$

Интегрируя теперь уравнение (16) по объему и используя теорему Гаусса, получим

$$\frac{1}{\gamma-1}\int\limits_V\frac{\partial p_V}{\partial t}dV+c_p\int\limits_S\rho_V w^i T_V n_j dS = \\ = \int\limits_V w^i\nabla_i p_V dV-\int\limits_S q_V^j n_j dS. \quad (17)$$

Применительно к пузырьку формула (17) принимает вид

$$\frac{1}{\gamma-1}\int\limits_V\frac{\partial p_V}{\partial t}dV+c_p\rho_{VS}w_S T_{VS}S = \\ = \int\limits_V w\frac{\partial p_V}{\partial r}dV-Sq_{VS}. \quad (18)$$

Здесь V, S – объем и площадь поверхности пузырька; q_{VS} – удельный тепловой поток от пара к поверхности пузырька; w_S и ρ_{VS} – скорость и плотность пара на поверхности пузырька. Произведение $\rho_{VS}w_S$ представляет собой поток массы пара через поверхность, совпадающую в данный момент времени с поверхностью пузырька, поэтому

$$\rho_{VS}w_S = \rho_{VS}\frac{dR}{dt}+j. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (18) и проведя некоторые преобразования, получим уравнение энергии для пара в виде

$$\frac{1}{\gamma-1}\int\limits_V\frac{\partial p_V}{\partial t}dV+\frac{\gamma}{\gamma-1}p_{VS}\frac{dV}{dt}+c_pJT_{VS} = \\ = \int\limits_V w\frac{\partial p_V}{\partial r}dV-Sq_{VS}, \quad (20)$$

где p_{VS} – давление пара на границе пузырька, $J=jS$.

Рассмотрим теперь условия на границе раздела фаз. Как и в подавляющем большинстве упрощенных моделей, будем полагать, что на границе раздела фаз давление и тепловой поток терпят разрыв, а температура меняется непрерывно ($T_{VS}=T_S$). Тогда, используя соотношения для границы раздела фаз [4], можно записать

$$p_R = p_{VS}+\tau_R-\frac{2\sigma}{R}-j(U-w_S), \quad (21)$$

$$q_S-q_{VS} = j\psi+\frac{j}{\rho}\frac{2\sigma}{R}-\frac{d\sigma}{dt}+ \\ +jU(U-w_S)-\frac{1}{2}jU^2+\frac{1}{2}jw_S^2, \quad (22)$$

$$\theta_S = T_{VS}-T_0, \quad (23)$$

$$\psi = i_{VS}-i_S^*. \quad (24)$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения, q_S – удельный тепловой поток от поверхности пузырька в жидкость, i_{VS} – энтальпия пара на поверхности раздела фаз, i_S^* – энтальпия жидкости при температуре поверхности раздела фаз и давлении пара на поверхности (отметим, что эта величина не равна энтальпии жидкости на поверхности раздела фаз). Из формул (21)–(24) следует, что ψ представляет собой теплоту фазового перехода на плоской поверхности при бесконечно малых скоростях жидкости и пара.

Рассмотрим теперь некоторые термодинамические аспекты задачи. Будем считать, что удельные внутренние энергии и удельные энтальпии жидкости и пара определяются формулами

$$\varepsilon = c\theta+\varepsilon_0, \quad i = \varepsilon+\frac{p}{\rho},$$

$$\varepsilon_V = c_V T_V+\varepsilon_{V0}, \quad i_V = \varepsilon_V+\frac{p_V}{\rho_V} = c_p T_V+\varepsilon_{V0}.$$

Здесь c_V – теплоемкость пара при постоянном объеме. Константы ε_0 и ε_{V0} (отметим, что в рассматриваемой задаче одну из них можно задать произвольно) связаны между собой через теплоту фазового перехода. Обозначая через ψ_0 теплоту фазового перехода при начальных значениях температуры и давления и используя (24), можно получить

$$\varepsilon_{V0} = \varepsilon_0+\psi_0-c_pT_0+\frac{p_{V0}}{\rho},$$

где p_{V0} – начальное давление пара. Используя обозначение $\theta_S = T_S - T_0$, преобразуем формулу (24) к виду

$$\psi = \psi_0+\theta_S(c_p-c)-\frac{(p_V-p_{V0})}{\rho}. \quad (25)$$

Формула (25) показывает, что в рамках предположения о постоянстве теплоемкостей теплота фазового перехода может произвольно задаваться только при одном значении температуры и меняется при изменении температуры по определенному закону.

Введем теперь некоторые дополнительные предположения. Во-первых, будем считать, что давление постоянно по объему пузырька вплоть

до поверхности раздела фаз ($p_V = p_{VS}$). Там, несмотря на наличие фазовых переходов, имеет место локальное термодинамическое равновесие между паром и жидкостью. Это означает, что давление пара всюду в пузырьке равно давлению насыщенных паров при температуре поверхности раздела фаз. При постоянстве давления по пространству уравнение (20) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{d(p_V V)}{dt} + p_V\frac{dV}{dt} = -Sq_{VS} - c_p J T_{VS}. \qquad (26)$$

Далее будем считать, что в пузырьке температура, а следовательно, и плотность пара также постоянны по пространству ($T_V = T_{VS}$, $\theta_S = T_V - T_0$). Это означает, что пар в пузырьке является насыщенным паром при температуре поверхности раздела фаз.

Наконец, в уравнениях (21), (22) для поверхности раздела фаз будем пренебрегать скоростью пара по сравнению со скоростью жидкости. Тогда эти уравнения принимают вид

$$p_R = p_V + \tau_R - \frac{2\sigma}{R} - jU, \qquad (27)$$

$$q_S - q_{VS} = j\psi + \frac{j}{\rho}\frac{2\sigma}{R} - \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{2}jU^2. \qquad (28)$$

Используя (27), (28), преобразуем уравнения (8) и (26) к виду

$$\rho\left(R\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2}U^2\right) = p_V - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} - \Omega + jU, \qquad (29)$$

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{d(p_V V)}{dt} + p_V\frac{dV}{dt} = -Sq_S + J\psi + \frac{J}{\rho}\frac{2\sigma}{R} - S\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{2}JU^2 - c_p J T_V, \qquad (30)$$

$$q_S = -\left(\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=0}. \qquad (31)$$

В рамках принятых допущений уравнение баланса массы для пара в пузырьке можно записать в форме

$$\frac{d}{dt}(\rho_V V) = -J. \qquad (32)$$

Для замыкания задачи необходимо использовать кривую насыщения в какой-либо форме, например в виде модифицированного уравнения Клапейрона–Клаузиуса:

$$\frac{dT_V}{dt}\frac{\rho_V}{T_V}\left(\frac{\psi}{R_V T_V} - 1\right) = \frac{d\rho_V}{dt}. \qquad (33)$$

Уравнения (7), (11), (12), (29)–(33) образуют замкнутую систему из восьми уравнений для восьми основных неизвестных: U, R, ρ_V, T_V, p_V, θ, q_S, j.

Обозначим через K и E кинетическую и внутреннюю энергии жидкости, через E_V – внутреннюю энергию пара, через E_σ – поверхностную энергию и через A – работу, совершаемую в единицу времени внешним давлением:

$$K = \int_R^\infty \frac{1}{2}\rho u^2 4\pi r^2 dr, \quad E = \int_R^\infty \rho\varepsilon 4\pi r^2 dr,$$

$$E_V = \int_R^\infty \rho_V\varepsilon_V 4\pi r^2 dr, \quad E_\sigma = \sigma S, \quad A = -USp_\infty.$$

Тогда из уравнений, составляющих изложенную выше математическую модель, путем тождественных математических преобразований можно получить выражение

$$\frac{dK}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dE_V}{dt} + \frac{dE_\sigma}{dt} = A - \rho USe_0. \qquad (34)$$

Отметим, что для рассматриваемой задачи уравнение (34) является точным выражением закона сохранения энергии без учета кинетической энергии пара. Интегрируя (34) по времени с учетом начальных условий, можно получить после некоторых преобразований другую форму для закона сохранения энергии

$$K + 4\pi\rho c\int_0^\infty \theta(R+x)^2 dx + \sigma S - \sigma_0 S_0 + \frac{p_V V - p_{V0}V_0}{\gamma-1} + (m_V - m_{V0})\left(\psi_0 - c_p T_0 + \frac{p_{V0}}{\rho}\right) = \frac{p_\infty}{\rho}(\rho(V_0 - V) + m_V - m_{V0}), \qquad (35)$$

где m_V – масса пара в пузырьке. Введем обозначения

$$F = K + 4\pi\rho c\int_0^\infty \theta(R+x)^2 dx + \sigma S + \frac{p_V V}{\gamma-1} + \beta m_V + p_\infty V,$$

$$\beta = \left(\psi_0 - c_p T_0 + \frac{p_{V0} - p_\infty}{\rho}\right).$$

Тогда формулу (35) можно представить в виде

$$F = \sigma_0 S_0 + \frac{p_{V0}V_0}{\gamma-1} + \beta m_{V0} + p_\infty V_0. \qquad (36)$$

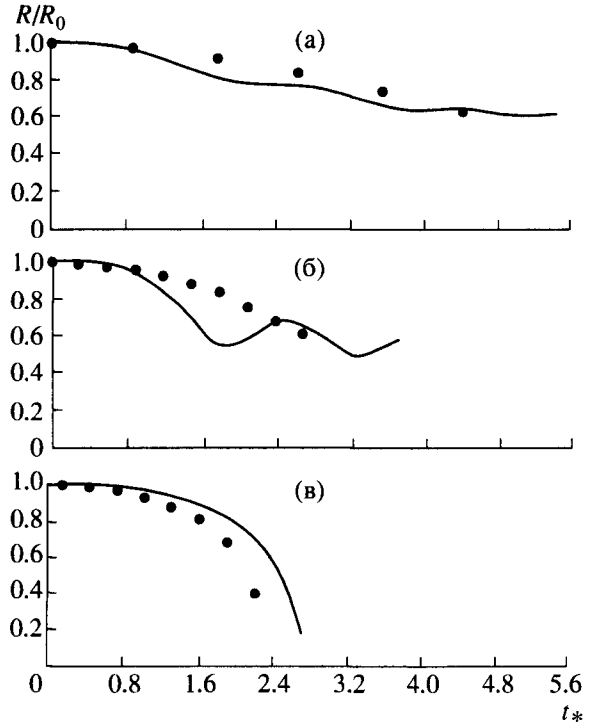

Рис. 1. Сопоставление расчетных результатов с экспериментальными данными. Сплошные кривые – расчет, точки – эксперимент. $t_* = \frac{t}{R_0}\sqrt{\frac{2}{3}\frac{(p_a - p_{V0})}{\rho}}$, $p_a = 101384$ Па, ρ – плотность жидкости. (а) – $R_0 = 4.64$ мм, $p_{V0} = 58562$ Па, $T_0 = 85°C$; (б) – $R_0 = 7.44$ мм, $p_{V0} = 40153$ Па, $T_0 = 75.1°C$; (в) – $R_0 = 8.89$ мм, $p_{V0} = 15756$ Па, $T_0 = 55°C$.

Заметим, что правая часть (36) не зависит от времени. Это означает, что величина F также не зависит от времени, т.е. является интегралом сохранения в рамках рассматриваемой модели процесса.

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для аппроксимации изложенной выше математической модели использовалась разностная схема, имеющая в целом первый порядок точности по времени. Поскольку некоторые разностные уравнения содержали более одного неизвестного, то для нахождения решения на каждом шаге по времени проводились итерации по удельному потоку массы j. Критерием окончания итераций служила точность выполнения разностного аналога уравнения (30).

Уравнение энергии для жидкости (11) аппроксимировалось неявной разностной схемой и решалось методом прогонки. При этом использовались неравномерные по пространству сетки со сгущением около границы пузырька.

Необходимо отметить, что использованный вычислительный алгоритм не обладает свойством консервативности, поэтому разностный аналог уравнения (35) в численных расчетах не выполнялся точно. Методические исследования показали, что расчетная величина невязки интегрального теплового баланса является для рассматриваемой задачи удобным дополнительным средством контроля вычислительных погрешностей, связанных, например, с выбором сеток по пространству и времени. Результаты, приведенные ниже, получены из расчетов, в которых указанная невязка не превышала нескольких процентов.

Для апробации методики расчета использовались эксперименты [5]. В этих экспериментах исследовалась динамика парового пузырька в воде при повышении внешнего давления от начального давления p_{V0} до атмосферного давления p_a. Динамика изменения давления во времени в экспериментах регистрировалась, и эти данные закладывались в расчеты. Результаты сопоставления приведены на рис. 1.

Перейдем теперь к результатам моделирования по изложенной выше модели. Во всех расчетах рассматривалась эволюция парового пузырька в воде. Зависимости теплофизических свойств воды от температуры интерполировались по данным [6]. Начальная температура во всех расчетах принималась равной 293 K, начальное давление в пузырьке соответствовало давлению насыщения при этой температуре (2337 Па). Давление в окружающей жидкости повышалось скачкообразно. В расчетах варьировались начальный радиус пузырька и скачок давления в жидкости. Во всех случаях расчеты прекращались, когда скорость жидкости на границе пузырька достигала скорости звука.

На рис. 2 показано изменение радиуса пузырьков от времени. Кривые *1–3* соответствуют различным начальным радиусам пузырьков при одинаковом скачке давления в жидкости, а кривые *4*, *5* – различным скачкам давления при одинаковых начальных радиусах. Путем предварительных методических экспериментов были найдены оптимальные сеточные параметры для каждого случая. Как видно из результатов, показанных на рис. 2, с течением времени скорость процесса существенно увеличивается, поэтому в расчетах использовался переменный шаг по времени. Изменение временного шага производилось по следующему алгоритму: после каждого уменьшения размера пузырька в два раза, временной шаг уменьшался тоже в два раза. Начальные значения временных шагов и минимальные шаги пространственной сетки принимались следующими: $\Delta t =$

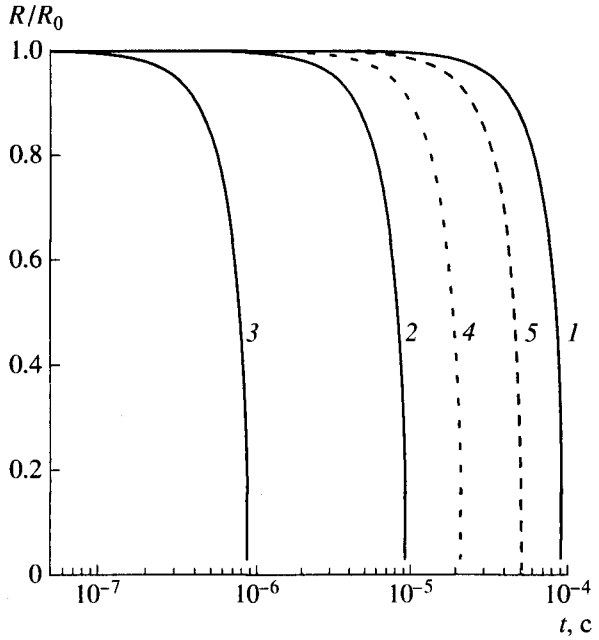

Рис. 2. Изменение радиуса пузырьков во времени: *1* – $R_0 = 10^{-3}$ м, $p_\infty = 10^5$ Па; *2* – $R_0 = 10^{-4}$ м, $p_\infty = 10^5$ Па; *3* – $R_0 = 10^{-5}$ м, $p_\infty = 10^5$ Па; *4* – $R_0 = 10^{-4}$ м, $p_\infty = 20000$ Па; *5* – $R_0 = 10^{-4}$ м, $p_\infty = 4000$ Па.

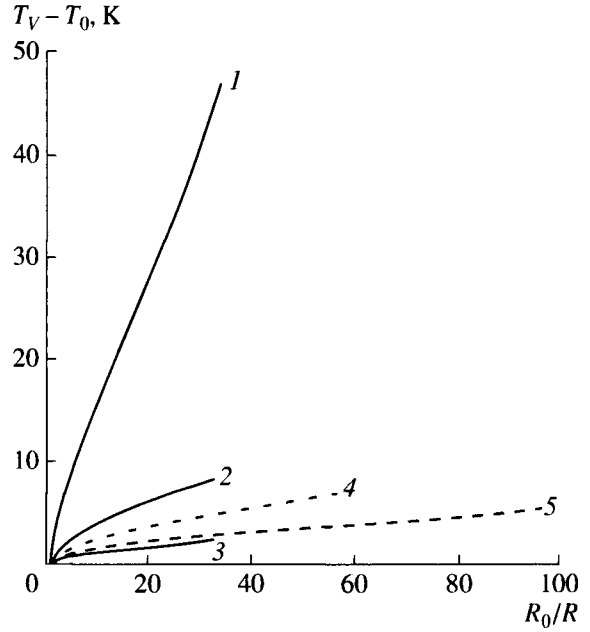

Рис. 3. Температура внутри парового пузырька: *1–5* – как на рис. 2.

$= 10^{-7}$ с, $\Delta x = R_0/32000$ при $R_0 = 10^{-3}$ м; $\Delta t = 10^{-9}$ с, $\Delta x = R_0/16000$ при $R_0 = 10^{-4}$ м; $\Delta t = 10^{-11}$ с, $\Delta x = R_0/8000$ при $R_0 = 10^{-5}$ м. Во всех расчетах невязка интегрального энергетического баланса не превышала 10%.

Полученная в расчетах скорость границы пузырька сопоставлялась со скоростью, рассчитанной по формуле Рэлея:

$$U_* = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{p_\infty - p_{V0}}{\rho}\left(\left(\frac{R_0}{R}\right)^3 - 1\right)}.$$

Формула Рэлея является точным решением рассматриваемой задачи при условии постоянства давления в пузырьке и без учета поверхностного натяжения и вязкости жидкости. Отметим, что в расчете, которому соответствует кривая *5*, отличие в скоростях составляло около 20%, а во всех остальных случаях – существенно меньше (несколько процентов).

На рис. 3 показана зависимость прироста температуры в пузырьке от степени сжатия (R_0/R) при различных начальных условиях. Как видно, при одной и той же степени сжатия прирост температуры тем выше, чем больше начальный радиус пузырька и скачок давления в жидкости. При сжатии пузырька приблизительно в 30 раз максимальный прирост температуры в проведенных расчетах составил около 50 К. Интересно сравнить эту величину с приростом температуры при адиабатическом сжатии пузырька, т.е. при полном отсутствии тепломассообмена между паром в пузырьке и окружающей жидкостью. Легко показать, что при адиабатическом сжатии пузырька в 30 раз и начальной температуре 290 К, температура должна повыситься приблизительно до 8500 К.

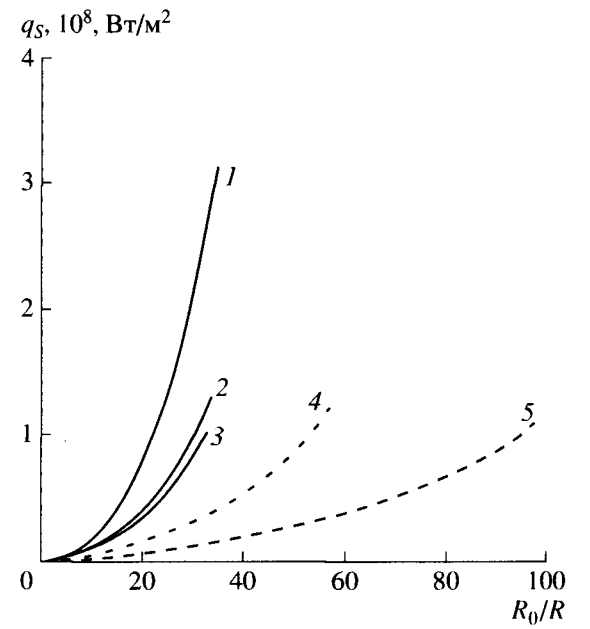

Рис. 4. Удельный тепловой поток от поверхности раздела фаз к жидкости: *1–5* – как на рис. 2.

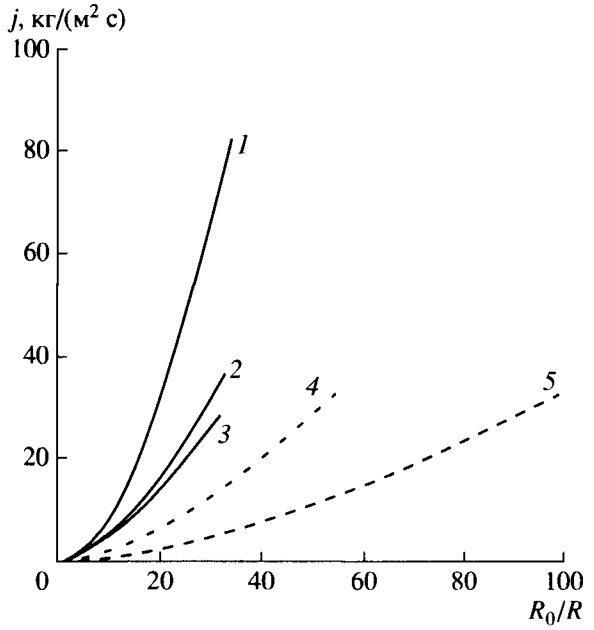

Рис. 5. Удельный массовый поток на конденсацию: *1*–*5* – как на рис. 2.

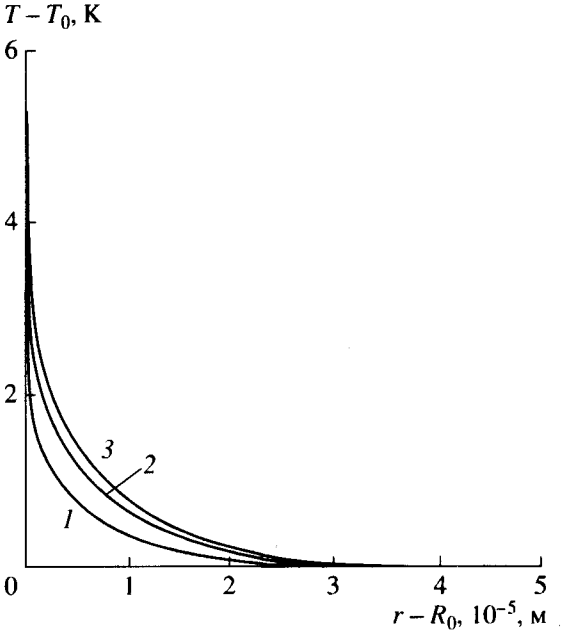

Рис. 6. Профили температуры в жидкости в случае $R_0 = 10^{-4}$ м, $p_\infty = 20000$ Па: *1* – $R_0/R = 10$; *2* – 20; *3* – 30.

Такое большое (на два порядка) различие в приросте температуры указывает на определяющую роль процессов тепломассообмена в рассматриваемой задаче.

Зависимость параметров тепломассообмена (удельного теплового потока q_S и удельного массового потока на конденсацию j) от степени сжатия показана на рис. 4, 5. Отметим, что форма и относительное расположение соответствующих кривых на обоих графиках сходно между собой, т.е. тепловой и массовый потоки коррелируют друг с другом. Согласно уравнению (28) тепловой поток q_S представляет сумму нескольких составляющих, одним из которых является произведение $j\psi$. Из результатов, приведенных на рис. 4, 5, можно заключить, что для степеней сжатия, близких к максимальным, величина $j\psi$ составляет приблизительно 60% от величины q_S. Это означает, что основной вклад в прогрев жидкости дает тепло конденсации.

Что касается корреляции прироста температуры с величиной теплового потока, то можно отметить следующую особенность: относительное расположение соответствующих кривых на рис. 3 и 4 одинаково, за исключением кривой *3*. Точнее, прирост температуры для случая, которому соответствует кривая *3*, меньше, чем для случаев, которым соответствуют кривые *4*, *5*, хотя тепловой поток при этом больше. Возможно, отмеченная особенность является проявлением сферической симметрии задачи, поскольку кривая *3* соответствует случаю сжатия пузырька с минимальным начальным радиусом.

Рис. 6 иллюстрирует температурное поле в жидкости около пузырька при разных степенях сжатия для одного из рассмотренных случаев ($R_0 = 10^{-4}$ м, $p_\infty = 20000$ Па). Как видно из рисунка, абсолютная толщина прогретого слоя жидкости около пузырька при увеличении степени сжатия от 10 до 30 изменяется мало и составляет приблизительно 3×10^{-5} м. Отметим, что при $R_0/R = 10$ текущий радиус пузырька составляет 10^{-5} м. Следовательно, относительная (отнесенная к текущему радиусу пузырька) толщина прогретого слоя жидкости равна приблизительно $3R$, тогда как при $R_0/R = 30$ текущий радиус пузырька составляет 10^{-6} м, а относительная толщина прогретого слоя – около $9R$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель для численного моделирования процессов, протекающих при эволюции одиночного сферического парового пузырька в безграничной жидкости. Модель основана на предположении об однородности параметров по объему пузырька. Особенностью предложенной модели является точное выполнение интегрального баланса энергии, включающего в себя кинетическую и внутреннюю энергии жидкости, внутреннюю энергию пара и поверх-

ностную энергию. Проведено численное моделирование процесса сжатия парового пузырька в воде при внезапном повышении внешнего давления. Показано, что учет фазовых переходов и теплообмена с окружающей жидкостью приводит к приростам температуры в пузырьке приблизительно на два порядка меньшим, чем при адиабатическом сжатии пузырька без учета изменения массы пара за счет конденсации. Получены данные о влиянии на основные параметры процесса начального радиуса пузырька и величины повышения давления в окружающей жидкости.

Статья подготовлена по материалам, полученным при поддержке РФФИ (грант № 05-08-18004-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
3. *Шульман З.П.* Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975. 352 с.
4. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
5. *Флоршюц, Чао.* Механизм разрушения пузырьков пара // Теплопередача. 1965. Т. 87. № 2. С. 58.
6. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.