

А.В. АКСЕНОВ, С.В. МУЗЫЛЕВ, А.И. ФЕЛЬЗЕНБАУМ

**К ТЕОРИИ ВЫХОДА ЭКВАТОРИАЛЬНОГО ГЛУБИННОГО
ПРОТИВОТЕЧЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЬ ОКЕАНА**

(Представлено академиком Л.И. Седовым 28 XI 1978)

В экваториальной зоне океана на глубинах, где вертикальные градиенты плотности максимальны и где располагается ядро глубинного противотечения, наблюдается значительный подъем изопикн к поверхности океана по мере продвижения с запада на восток (^{1, 2}). Изучим этот эффект в модели двухслойного океана, когда учитывается изменение толщины верхнего слоя жидкости.

Уравнения движения и граничные условия по вертикали запишем в следующем виде:

$$(1) \quad f\mathbf{k} \times \mathbf{v}_j = g \nabla(\zeta + \rho'_j D) + A_j \partial^2 \mathbf{v}_j / \partial z^2,$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{v}_j + \partial w_j / \partial z = 0;$$

при $z = \zeta$

$$(3) \quad A_1 \partial \mathbf{v}_1 / \partial z = -\underline{\tau}, \quad w_1 = \mathbf{v}_1 \nabla \zeta;$$

при $z = D + \zeta$

$$(4) \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2, \quad A_1 \partial \mathbf{v}_1 / \partial z = A_2 \partial \mathbf{v}_2 / \partial z, \quad w_j = \mathbf{v}_j \cdot \nabla(D + \zeta);$$

при $z = H$

$$(5) \quad \partial \mathbf{v}_2 / \partial z = 0, \quad w_2 = 0;$$

здесь $\mathbf{v}_j = (u_j, v_j)$ — горизонтальная скорость течения; w_j — вертикальная составляющая скорости течения (ось x направлена на восток по экватору, ось y — на север, ось z — вертикально вниз); D — толщина верхнего слоя жидкости; $H = \text{const}$ — глубина океана; ζ — отклонение поверхности океана от ее невозмущенного положения $z = 0$; $\rho'_1 = 0$, $\rho'_2 = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1 > 0$, где ρ_1, ρ_2 — плотности жидкости в верхнем и нижнем слоях соответственно; $f = 2\omega \sin y / R$ — параметр Кориолиса (ω — угловая скорость вращения Земли, R — ее радиус), A_j — кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена количеством движения; \mathbf{k} — единичный вектор вдоль оси z ; g — ускорение силы тяжести; $\underline{\tau} = (\tau^x, \tau^y)$ — тангенциальное напряжение ветра, нормированное на плотность жидкости. Индексом $j = 1$ обозначены величины, относящиеся к верхнему слою, $j = 2$ — к нижнему слою.

Уравнения (1) записаны в приближении гидростатики, вертикальная составляющая силы Кориолиса не учитывается. На дне океана принимается условие скольжения (5). Можно показать, что при выборе условия прилипания на дне, которое физически более оправдано, результаты для верхнего слоя останутся в силе, а в нижнем слое появятся два новых пограничных слоя: один — у западного берега океана, другой — в непосредственной окрестности экватора.

Проинтегрируем уравнения (1), (2) по толщине соответствующего слоя, введем функции тока ψ_j для движения в каждом слое и преобразуем уравнения к безразмерной форме, считая, что течения в открытом океане описываются ква-

зигеострофическими соотношениями. Тогда получим

$$(6) \quad \begin{aligned} -\lambda f \nabla \psi_1 &= D \nabla \zeta + \lambda \underline{\tau} - \underline{\tau}_D, \\ -\lambda f \nabla \psi_2 &= (\delta - D) \nabla (\zeta + D) + \underline{\tau}_D, \end{aligned}$$

где $\lambda = \tau_0 L / g \rho_2' H_1^2$ (τ_0 — характерная величина $\underline{\tau}$, $L \sim R$ — линейный масштаб, H_1 — толщина верхнего слоя при отсутствии движения); $f = \sin y$; $\delta = (H - H_1) / H_1$. Для функций тока и уровня характерные масштабы равны $\tau_0 L / f_0$ и $\rho_2' H_1$ соответственно ($f_0 = 2\omega$ — характерное значение параметра Кориолиса). Через $\underline{\tau}_D = (\tau_D^x, \tau_D^y)$ обозначено трение на поверхности раздела, нормированное на плотность жидкости, причем

$$\tau_D^x + i \tau_D^y = -(l+1)D \left(\frac{\partial D}{\partial x} + i \frac{\partial D}{\partial y} \right) + \lambda(s+1)(\tau^x + i \tau^y),$$

$$l+1 = (s+1)(\alpha_1 D)^{-1} \text{sh} \alpha_1 D, \quad s+1 = p(\text{sh} \alpha_1 D \text{cth} \alpha_2 (\delta - D) + p \text{ch} \alpha_1 D)^{-1},$$

$$\alpha_1^2 = p^2 \alpha_2^2 = if/\epsilon, \quad p^2 = A_2/A_1.$$

Число Экмана $\epsilon = A_1/2\omega H_1^2$ — малая величина; при $A_1 \sim 10^2 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ и $H_1 \sim 100 \text{ м}$ $\epsilon \sim 10^{-2}$.

Будем считать ветер зональным и равномерным, дующим с востока на запад, т.е. $\underline{\tau} = (-1, 0)$; это соответствует условиям в экваториальной зоне океана.

Из (6) легко получить соотношение Свердруп для суммарной функции тока $\psi = \psi_1 + \psi_2$, которое в силу выбора ветра имеет вид $\partial \psi / \partial x = 0$. Поскольку на контуре бассейна должно выполняться условие непротекания $\psi = 0$, то $\psi_1 + \psi_2 \equiv 0$ во всем бассейне. Теперь из (6) можно исключить уровень ζ и функцию тока ψ_2 . Тогда

$$\lambda f \nabla \psi_1 = (1 - \delta^{-1} D)(D \nabla D - \lambda \underline{\tau}) + \underline{\tau}_D.$$

Полученное нелинейное уравнение будем решать в прямоугольнике $0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$. Вследствие симметричности тангенциального напряжения ветра относительно экватора ψ_1 — нечетная функция y , а D — четная функция. Поэтому достаточно рассмотреть лишь северную половину бассейна, на границе которой поставим условие непротекания $\psi_1 = 0$. Кроме того, должны выполняться условия постоянства объема воды в каждом слое жидкости. Будем считать также $p \sim 1$ и $\delta \gg 1$ (в тропической зоне океана $H_1 \sim 100 \text{ м}$, $H \sim 4 \text{ км}$, поэтому $\delta \sim 40$).

В открытом океане вдали от экваториальной зоны, где $y \gg \epsilon^{1/3}$, $D \sim 1$, можно пренебречь трением на поверхности раздела ($|\tau_D| \sim \epsilon^{1/2} \ll 1$). В первом приближении

$$\lambda f \nabla \psi_{1g} = D_g \nabla D_g - \lambda \underline{\tau},$$

откуда $\partial \psi_{1g} / \partial x = 0$ и $D_g \partial D_g / \partial x = -\lambda$. Таким образом, при продвижении к восточной границе бассейна толщина верхнего слоя монотонно уменьшается.

Предположим сначала, что нижний слой нигде не выходит на поверхность океана. Тогда $\psi_{1g} \equiv 0$ и

$$(7) \quad D_g^2 = D_e^2 + 2\lambda(1-x),$$

где $D_e = \text{const}$ — толщина верхнего слоя на восточной границе бассейна. В экваториальной зоне образуются три пограничных слоя (рис. 1), в которых существенно трение на поверхности раздела. В области l в первом приближении $D = D_g(x)$, а функция тока удовлетворяет уравнению

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\sqrt{\frac{\xi_1}{2}} \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi_1} \right) + (1+p^{-1})D_g(x) \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi_1} = -(2\xi_1)^{-3/2},$$

где $\xi_1 = y/\epsilon^{1/3}$. Введением автомодельной координаты

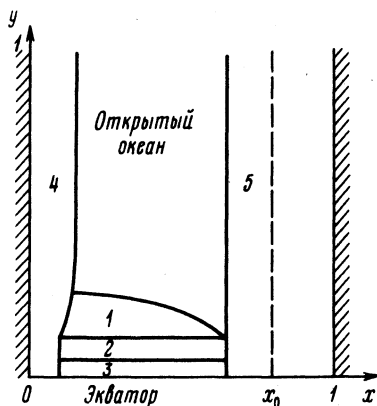
$$\tau = \frac{1+p}{9p} \frac{D_g(x) + D_e}{1-x} (2\xi_1)^{3/2},$$

выбор которой диктуется видом второго приближения для ψ_1 в открытом океане, (8) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\tau \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \tau^2} + \left(\tau + \frac{2}{3}\right) \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} = -\frac{2}{9\tau};$$

его решение выражается в квадратурах.

Рис. 1. Схема расположения пограничных слоев (масштабы не соблюдены): 1, 2, 3 – экваториальные, 4 – западные, 5 – линии выхода $x \sim x_0$ поверхности раздела



В области 2 (локальная координата $\xi_2 = y/\epsilon$) в первом приближении $D = D_g(x)$, а функция тока определяется из уравнения

$$(9) \quad \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[\operatorname{Re} \left(\frac{s_1}{l_1} + \frac{i\xi_2}{l_1} \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi_2} \right) \right] = 0,$$

где $s_1 + 1 = p(\operatorname{sh}\alpha_1 D + p\operatorname{ch}\alpha_1 D)^{-1}$, $l_1 + 1 = (s_1 + 1)(\alpha_1 D)^{-1} \operatorname{sh}\alpha_1 D$.

Непосредственно вблизи экватора в пограничном слое 3 введем локальную координату $\xi_3 = y/\epsilon p^2 \delta^{-2}$. Как и в областях 1, 2, в первом приближении $D = D_g(x)$. Функция тока находится из уравнения

$$(10) \quad \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left[\operatorname{Re} \left(iq^{-1} \xi_3 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi_3} \right) \right] = 0,$$

где $q = \alpha_2 \delta \operatorname{cth}\alpha_2 (\delta - D) - 1$.

Процесс согласования решений полученных уравнений проводится так же, как и в случае постоянной толщины верхнего слоя жидкости (3). Не выписывая из-за громоздкости явный вид функции тока в каждой области, отметим только, что асимптотическая последовательность, по которой раскладывается решение, должна иметь следующий вид:

$$\ln \frac{1}{\kappa}, 1, \kappa^{1/3} \ln \frac{1}{\kappa}, \kappa^{1/3}, \dots,$$

где $\kappa = \frac{2\sqrt{2}}{9} (1+p^{-1}) \frac{D_g(x) + D_e}{1-x} \epsilon$ зависит от координаты x . Толщина верхнего

слоя в первом приближении во всем океане определяется выражением (7). Константу D_e находим из условия постоянства объема воды в верхнем слое, откуда

$$(11) \quad 6D_e^4 - 6D_e^3 + 12\lambda D_e^2 + 8\lambda^2 - 9\lambda = 0.$$

При $\lambda < \frac{9}{8}$ (в размерных единицах $\tau_0 < 9g\rho_2'H_1^2/8L$) уравнение (11) в интервале $(0, 1)$ имеет единственный корень, т.е. поверхность раздела слоев существует в любой точке рассматриваемой области.

Рассмотрим теперь случай выхода нижнего слоя жидкости на поверхность океана. В открытом океане вблизи линии выхода образуются два пограничных слоя протяженностью вдоль оси x порядка $\epsilon^{1/3}$ и ϵ . Толщина верхнего слоя жидкости уменьшается от $D \sim \epsilon^{1/6}$ в первом из этих пограничных слоев, где функция тока выражается через функции Эйри, до $D \lesssim \epsilon^{1/2}$. Из условий согласования решений следует, что уравнение линии выхода имеет вид

$$x = x_0 + O(\epsilon^{1/3}),$$

где $x_0 = (\frac{9}{8}\lambda)^{1/3}$. В первом приближении толщина верхнего слоя как в средних широтах, так и в экваториальной зоне

$$(12) \quad D_s = [2\lambda(x_0 - x)]^{1/2}.$$

Функция тока определяется из уравнений (8)–(10), в которых $(D_g(x) + D_e)/(1 - x)$ следует заменить на $D_s(x)/(x_0 - x)$. Там, где нижний слой жидкости простирается от поверхности океана до его дна, интегральная циркуляция отсутствует ($\psi_2 \equiv 0$); соответствующее решение описано Стоммелом⁽⁴⁾.

Согласно (12) для осуществления выхода поверхности раздела на поверхность океана необходимо, чтобы выполнялось условие $x_0 < 1$, откуда $\lambda > \frac{9}{8}$. В размерных единицах получаем

$$\tau_0 > \tau_{кр} = 9g\rho_2'H_1^2/8L.$$

Следовательно, если тангенциальное напряжение ветра превышает некоторую критическую величину $\tau_{кр}$ (в реальных условиях $\tau_{кр} \lesssim 0,2 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$, $\tau_0 \sim 0,3 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$), то экваториальное глубинное противотечение выходит на поверхность океана. Механизм выхода объясняется локальными особенностями тропической зоны океана.

Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова

Поступило
14 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ H. Rotshi, Ph. Hisard et al., Océanographes au Centre O.R.S.T.O.M. de Noumea. Rapport sci., № 2, 3 (1967). ² J.H. Jones, Science, v. 163, № 3874, 1449 (1969). ³ С. В. Музылев, А.И. Фельзенбаум, Изв. АН СССР, сер. Физ. атм. и океана, т. 14, № 12, 1290 (1978). ⁴ H. Stommel, Deep-Sea Res., v. 6, № 4, 298 (1960).