



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

O. O. Lukovenkova, Yu. V. Marapulets, A. B. Tristanov, A. A. Kim, I. A. Kashutina,  
Optimization of adaptive matching pursuit method to analyze geoacoustic emission  
signals,

*Vestnik KRAUNC. Fiz.-Mat. Nauki*, 2018, Number 4, 197–207

<https://www.mathnet.ru/eng/vkam322>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms  
of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.174

April 30, 2025, 00:47:53



УДК 534.23:621.391

## **ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДА АДАПТИВНОГО СОГЛАСОВАННОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА СИГНАЛОВ ГЕОАКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

**О. О. Луковенкова<sup>1,2</sup>, Ю. В. Марапулец<sup>1,2</sup>,  
А. Б. Тристанов<sup>1</sup>, А. А. Ким<sup>1,2</sup>, И. А. Кашутина<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН, 684034, Камчатский край, Паратунка, ул. Мирная, 7, Россия

<sup>2</sup> Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, 683032, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Пограничная, 4, Россия

E-mail: o.o.lukovenkova@yandex.ru

Статья посвящена разработке и сравнению различных численных методов, позволяющих повысить адаптивное свойство и улучшить точность алгоритма согласованного преследования применительно к геоакустическим сигналам. На каждом шаге адаптивного согласованного преследования выбирается функция, имеющая наибольшую корреляцию с исходным сигналом, далее параметры выбранной функции уточняются. Уточнение может производиться различными сеточными методами и методами, основанными на поиске направления градиента. В статье рассматривается уточнение методами градиентного спуска и сеточного поиска.

*Ключевые слова:* согласованное преследование, адаптивное согласованное преследование, разреженная аппроксимация, геоакустическая эмиссия, оптимизация

© Луковенкова О. О. и др., 2018

## Введение

В настоящее время в геофизике актуальной является задача комплексного анализа сигналов различной природы с целью изучения процессов взаимодействия геофизических полей. Значительная часть исследуемых сигналов имеет импульсную природу и нестационарный характер, что существенно осложняет их анализ хорошо изученными классическими методами. Усложнение поставленных задач приводит к появлению все большего количества узкоспециализированных методов анализа, адаптированных под конкретные особенности сигналов и расширяющих инструментарий исследователя.

Представленная статья посвящена новому подходу к анализу сигналов геоакустической эмиссии. Авторами предложено использовать инструмент разреженной аппроксимации для анализа внутренней частотно-временной структуры сигналов, которая напрямую зависит от характеристик процессов генерации. Разреженная аппроксимация была выбрана, поскольку изучаемые сигналы хорошо представимы в виде суммы небольшого числа элементарных (моночастотных) импульсов. Существует большое количество алгоритмов, позволяющих строить оценки разреженного представления, однако в обработке импульсных сигналов лучший результат продемонстрировал алгоритм согласованного преследования [1], и именно он был положен в основу предлагаемого подхода. Алгоритм согласованного преследования был доработан и адаптирован под исследуемые сигналы. Главным отличием адаптивного согласованного преследования от оригинального алгоритма является добавление процедуры уточнения параметров выбранных функций [2, 3, 4, 5]. Следует отметить, что уточнение может быть произведено различными способами, в представленной статье исследуются и сравниваются некоторые из них.

## Адаптивное согласованное преследование

Поиск разреженной аппроксимации в словаре из  $N$  функций относится к NP-жестким задачам, и на сегодняшний день не существует алгоритма, способного выполнить его за полиномиальное время. Алгоритм точного решения требует полного перебора всех возможных комбинаций функций, т.е. имеет факториальную сложность  $O(N!)$ . Одним из алгоритмов приближенного решения является согласованное преследование (Matching Pursuit, MP). Данный алгоритм относится к классу жадных алгоритмов, его суть заключается в определении на каждой итерации алгоритма функции, имеющей наибольшую корреляцию с сигналом. Согласованное преследование имеет кубическую вычислительную сложность  $O(N^3)$  в случае, если матрица скалярных произведений вычисляется по определению, и квадратично-логарифмическую  $O(N^2 \log N)$ , если вычисления производятся с помощью быстрого преобразования Фурье. Главными недостатками алгоритма согласованного преследования являются, во-первых, необходимость использования словарей (наборов функций, на которые раскладывается сигнал) огромных размеров для обеспечения достаточной точности разложений, во-вторых, «грубая» дискретизация в пространстве параметров (рис. 1).

Пусть словарь состоит из аналитически задаваемых функций, каждая из которых однозначно зависит от набора параметров  $\mathbf{p}$  (например, частота заполнения),  $g(t, \mathbf{p})$ . На каждой итерации алгоритма согласованного преследования определяют

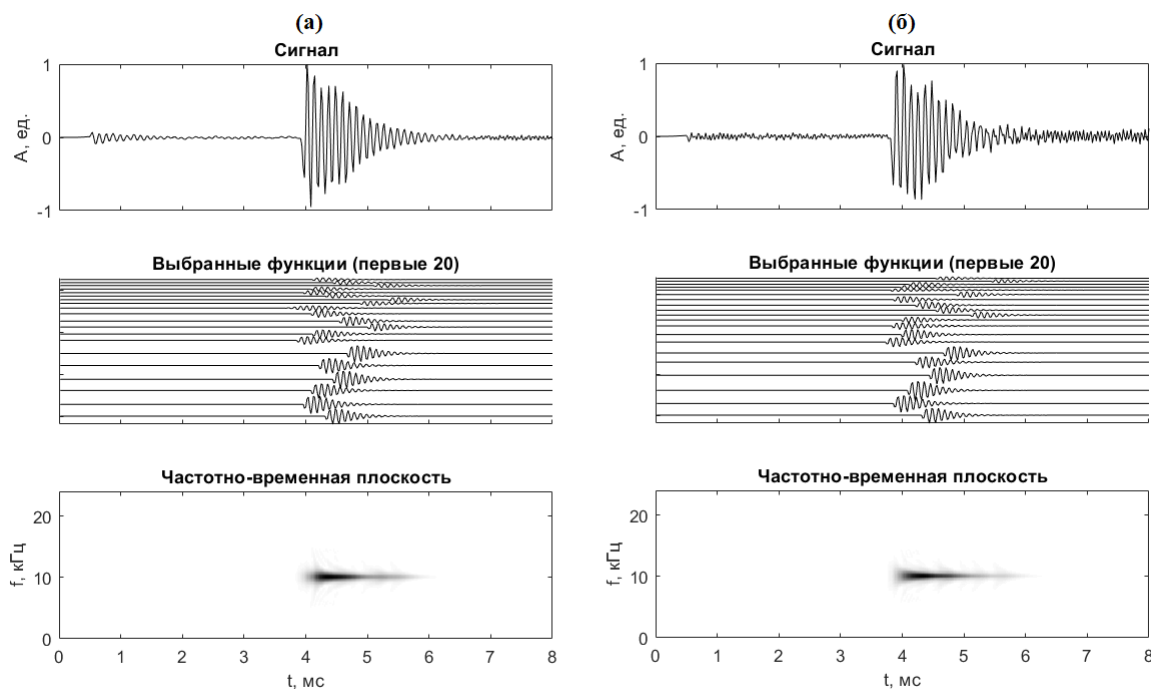


Рис. 1. Примеры «грубой» дискретизации в пространстве параметров словаря. Оба импульса имеют частоту около 9 кГц, однако ввиду отсутствия функции с такой частотой в словаре раскладываются на функции с частотой 10 кГц

ся параметры функции, имеющей наибольшее скалярное произведение с сигналом, следовательно, при фиксированном исходном сигнале итерацию согласованного преследования условно можно описать в виде задачи поиска максимума функции многих переменных

$$F(\tau, \mathbf{p}) = \langle g(t - \tau, \mathbf{p}), R_i(t) \rangle \rightarrow \max_{\mathbf{p}}$$

Главная идея предлагаемых авторами улучшений – добавить к алгоритму процедуру уточнения параметров  $\mathbf{p}$  функции, имеющей наибольшую корреляцию с сигналом. Разработанный алгоритм был назван адаптивное согласованное преследование (Adaptive Matching Pursuit, AMP). Уточнение может производиться различными сеточными методами и методами, основанными на поиске направления градиента. Далее в статье будут рассмотрены: метод градиентного спуска; различные вариации сеточного поиска.

## Анализ геоакустических сигналов

Как показано в работах [6, 7] хорошие результаты дает анализ импульсных сигналов геоакустической эмиссии с использованием комбинированного словаря, состоящего из сдвинутых и модулированных функций Гаусса и Берлаге. Функции Гаусса универсальны, поскольку имеют минимально возможную площадь частотно-временного окна. Функция Гаусса описывается следующим аналитическим выражением

$$g(t) = A \cdot \exp(-B(t_{end}) \cdot \Delta \cdot t^2) \cdot \sin(2\pi ft),$$

где  $A$  – амплитуда, выбирается таким образом, чтобы  $\|g(t)\|_2 = 1$ ;  $t_{end}$  – длина атома;  $f$  – частота заполняющей гармоники;  $B(t_{end})$  – предельное значение параметра  $B$ , вычисляемое по формуле

$$B(t_{end}) = -\frac{4 \cdot \ln 0.05}{t_{end}^2};$$

$\Delta$  – коэффициент варьирования параметра  $B$  относительно предельного значения.

Функции Берлаге обладают формой, схожей с одиночными геоакустическими импульсами. Функция Берлаге может быть описана формулой

$$g(t) = A \cdot t^{n(p_{max}) \cdot \Delta} \cdot \exp\left(-\frac{n(p_{max}) \cdot \Delta}{p_{max} \cdot t_{end}} \cdot t\right) \cdot \cos\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right),$$

где  $A$  – амплитуда, выбирается таким образом, чтобы  $\|g(t)\|_2 = 1$ ;  $t_{end}$  – длина атома;  $p_{max}$  – положение максимума относительно длины атома,  $p_{max} \in [0.01, 0.4]$ ;  $f$  – частота от 200 до 20000 Гц;  $n(p_{max})$  – предельное значение параметра  $n$ , вычисляемое по формуле

$$n(p_{max}) = \frac{\ln 0.05}{\ln \frac{1}{p_{max}} - \frac{1}{p_{max}} + 1};$$

$\Delta$  – коэффициент варьирования параметра  $n$  относительно предельного значения.

Перед применением адаптивного согласованного преследования рассмотрим вид функции  $F(\tau, \mathbf{p})$  для типичных одиночных импульсов геоакустической эмиссии. На графиках, изображенных на рис. 2, представлены двумерные проекции функции  $F(\tau, \mathbf{p})$  для импульса с рис. 1а на различные координатные оси:  $(\tau, f)$ ,  $(\tau, t_{end})$ ,  $(\tau, \Delta)$  для функции Гаусса и  $(\tau, f)$ ,  $(\tau, t_{end})$ ,  $(\tau, \Delta)$ ,  $(\tau, p_{max})$  для функции Берлаге.

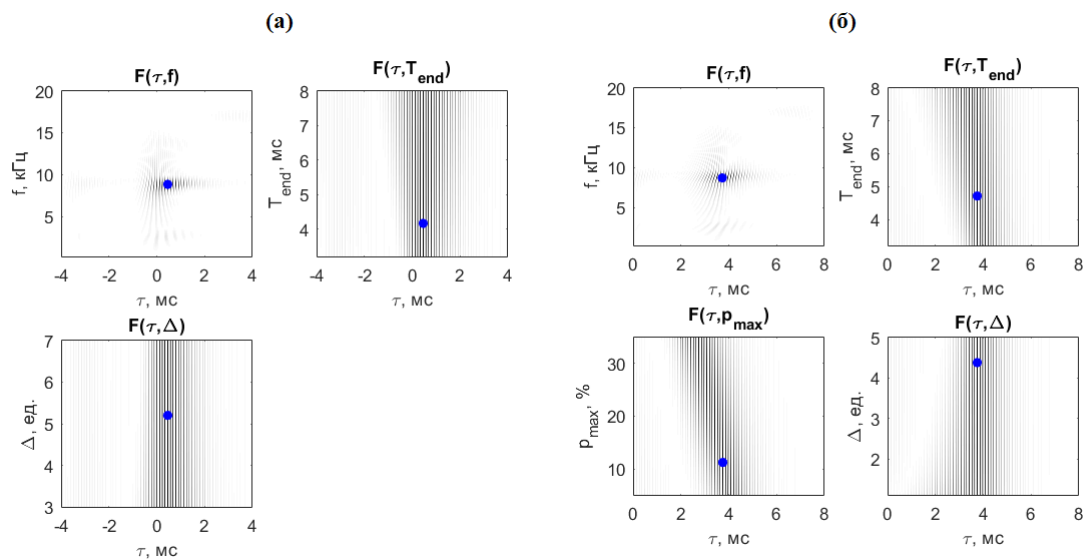


Рис. 2. Графики проекций функции  $F(\tau, \mathbf{p})$  на различные координатные оси для функций Гаусса (а) и Берлаге (б). Точками отмечены максимумы

Ввиду колебательного характера исследуемых сигналов функция  $F(\tau, \mathbf{p})$  имеет большое количество локальных экстремумов, что осложняет процесс уточнения. Параметр  $\tau$ , отвечающий за сдвиг функции  $g(t, \mathbf{p})$  относительно сигнала, будем полагать

непрерывным, т.к. для каждой функции  $g(t, \mathbf{p})$  вычисляются скалярные произведения для всех возможных значений сдвига  $\tau$ . По виду проекций можно сделать вывод, что наиболее важным параметром является частота  $f$ , в большей степени влияющая на значения скалярных произведений.

## Метод градиентного спуска

Одним из наиболее популярных методов многомерной оптимизации является метод градиентного спуска. Направление градиента является направлением наиболее быстрого возрастания функции, поэтому максимум определяется движением вдоль вектора градиента. Т.к. и функция Гаусса, и функция Берлаге заданы аналитически, а  $F(\tau, \mathbf{p})$  представляет собой скалярное произведение, то для вычисления градиента можно получить явные формулы:

$$\nabla F_G = \left( \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial \Delta} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial t_{end}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial f} \right\rangle \right),$$

$$\nabla F_B = \left( \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial p_{max}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial \Delta} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial t_{end}} \right\rangle, \left\langle s(t), \frac{\partial g}{\partial f} \right\rangle \right)$$

для функций Гаусса и Берлаге соответственно.

Уточненные параметры определяются согласно следующей схеме

$$\mathbf{p}^{[i+1]} = \mathbf{p}^{[i]} + \lambda \cdot \nabla F,$$

где  $\lambda$  – размер шага по градиенту, при этом шаг может быть постоянным или изменяемым. В зависимости от стратегии выбора шага  $\lambda$  получаем различные вариации метода, например, градиентный метод с дроблением шага, метод наискорейшего спуска и др. Начальное приближение  $\mathbf{p}^{[0]}$  определяется методом согласованного преследования по исходному словарю функций.

На рис. 3 приведены результаты уточнения параметра частоты первой функции, входящей в разложение сигнала (рис. 1б) методом градиентного спуска с фиксированным шагом  $\lambda$ . На рис. 3а словарь состоит из функций Берлаге с четырьмя отличными значениями частоты (обозначены пунктиром), на рис. 3б – с пятью. И в первом, и во втором случае метод сходится, но медленно, в среднем за 500 итераций.

Поскольку функция  $F(\tau, \mathbf{p})$  имеет сложную структуру, реализация метода наискорейшего спуска, в рамках которого по направлению градиента делается максимально возможный шаг, потребует вычисления громоздких производных

$$\lambda^{[i]} = \arg \left[ \max_{\lambda} \left( F(\tau, \mathbf{p}^{[i]} + \lambda \cdot \nabla F) \right) \right],$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} F(\tau, \mathbf{p}^{[i]} + \lambda \cdot \nabla F) = 0.$$

Поэтому для ускорения сходимости было решено использовать градиентный спуск с дроблением шага. Выбирается некоторое предельное начальное значение  $\lambda^*$  и параметр  $\alpha \in (0, 1)$ , далее на каждой итерации полагаем  $\lambda^{[i]} = \lambda^*$  и проверяем условие

$$F(\tau, \mathbf{p}^{[i]}) > F(\tau, \mathbf{p}^{[i]} + \lambda \cdot \nabla F);$$

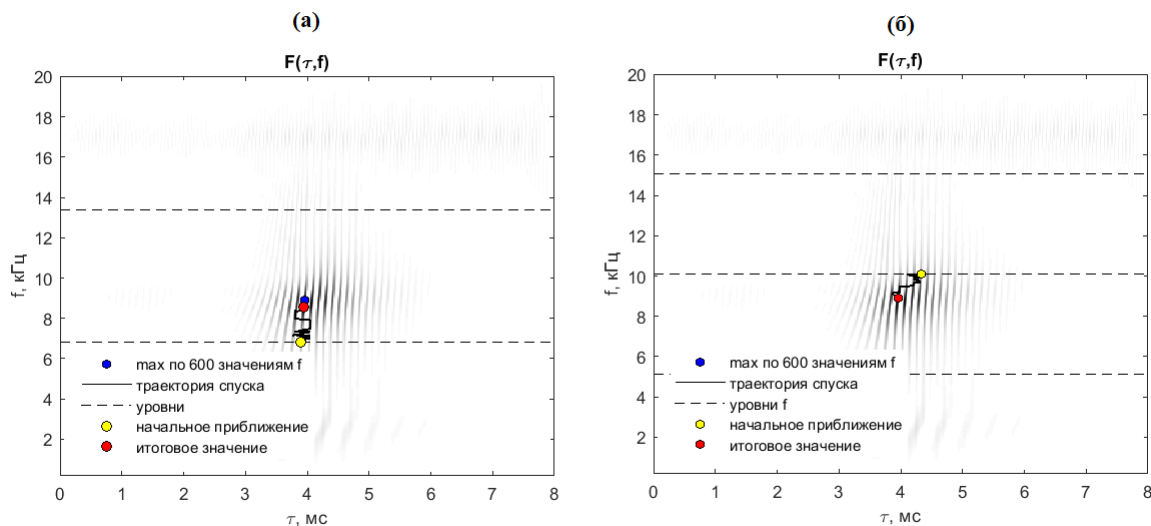


Рис. 3. Уточнение параметра  $f$  методом градиентного спуска с фиксированным шагом, исходный словарь содержит 4 значения частоты (а), 5 значений частоты (б)

если выполняется, то дробим шаг  $\lambda^{[i]} = \alpha \cdot \lambda^{[i]}$ .

На рис. 4 приведены результаты уточнения методом градиентного спуска с дроблением шага  $\lambda$ . За счет процедуры дробления шага удалось ускорить сходимость метода: изображенные траектории построены за 20 итераций.

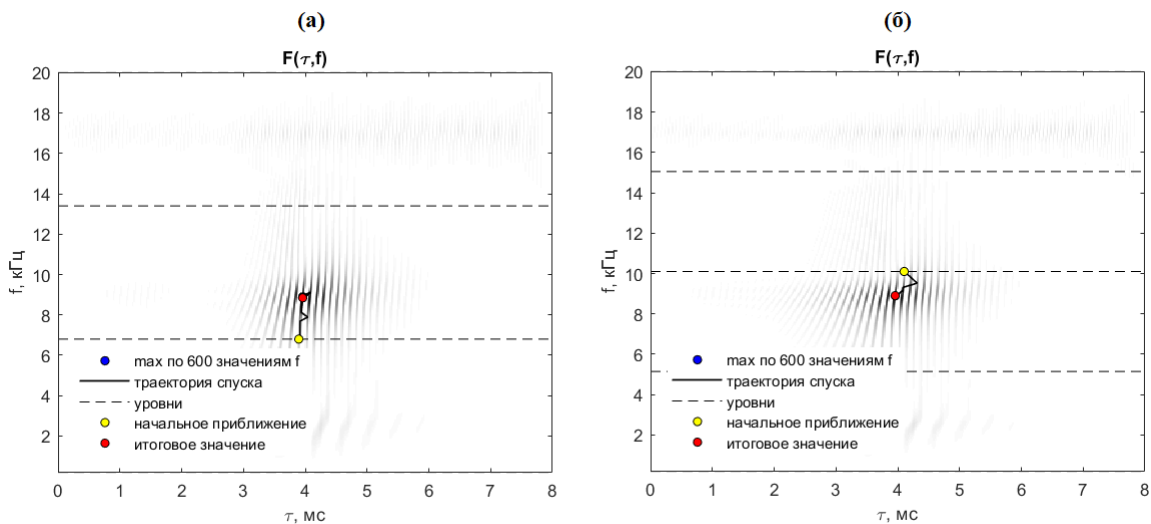


Рис. 4. Уточнение параметра  $f$  методом градиентного спуска с дроблением шага, исходный словарь содержит 4 значения частоты (а), 5 значений частоты (б)

### Метод сеточного поиска

Простейший метод поиска максимума, заключающийся в последовательном вычислении значений функции при различных значениях аргументов  $\mathbf{p}$  и поиске мак-

симального значения. Аргументы могут быть выбраны случайным образом или с равномерным шагом. С небольшими изменениями данный метод может быть использован для оптимизации  $F(\tau, \mathbf{p})$ . Начальное приближение  $\mathbf{p}^{[0]}$  ( $i = 0$ ) получаем классическим методом согласованного преследования. Далее в окрестности  $\mathbf{p}^{[0]}$  строится новая сетка, значение  $F(\tau, \mathbf{p})$  вычисляется в каждом ее узле и выбирается новое приближение  $\mathbf{p}^{[i+1]}$ . Если текущее и предыдущее приближения совпадают, то дробим шаг сетки.

Были протестированы три варианта метода сеточного поиска: каждый параметр уточняется отдельно; параметры уточняются совместно; частота уточняется отдельно, а параметры формы совместно. Уточнение производится до тех пор, пока не достигнута требуемая точность, либо выполняется заданное число итераций уточнения. На рис. 5 представлены графики проекции функции  $F(\tau, \mathbf{p})$  для импульса с рис. 1б на координатные оси  $(\tau, f)$ , и результаты уточнения частоты первой функции различными вариациями метода сеточного поиска. На рис. 5а параметры уточняются отдельно, на рис. 5б – совместно, а на рис. 5в – частота уточняется отдельно от параметров формы. В каждом из трех случаев получаем приемлемое по точности решение.

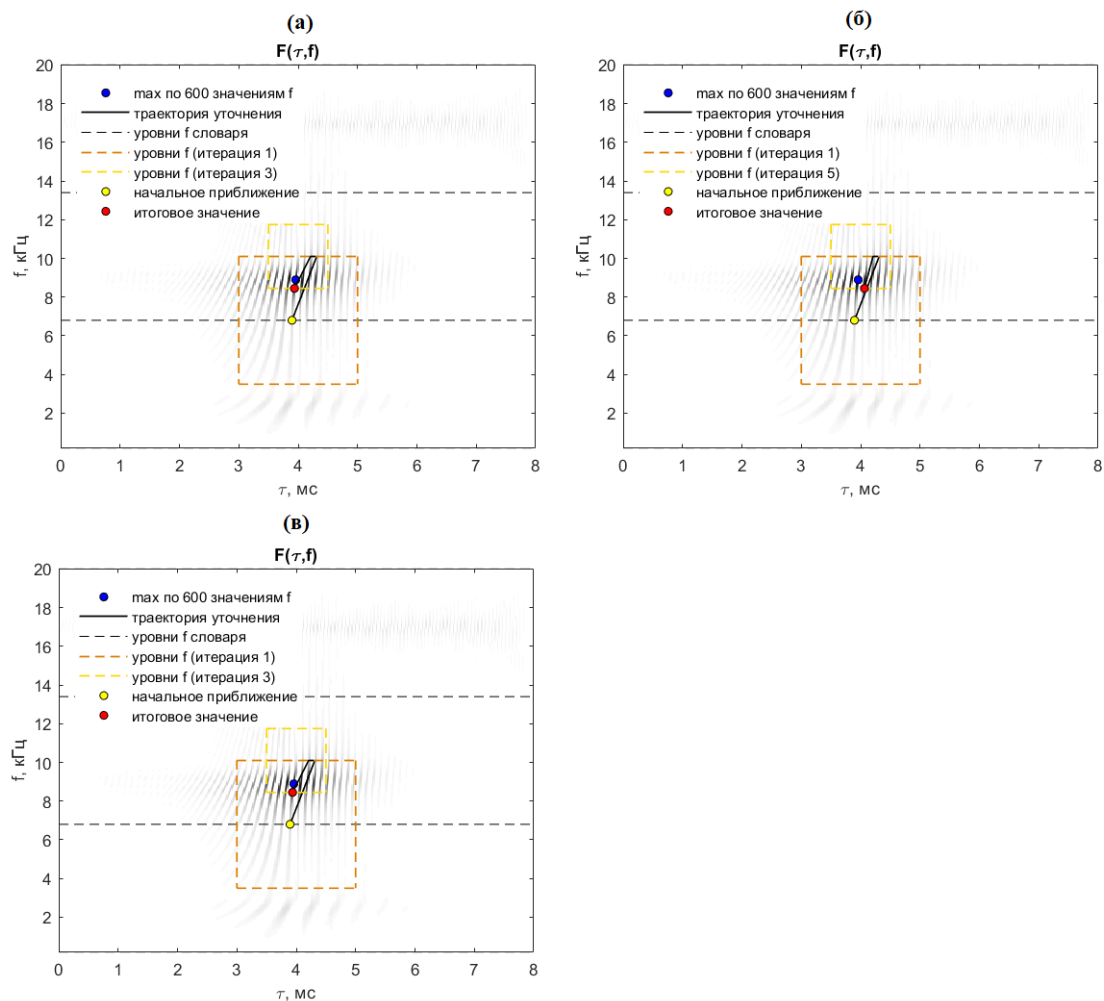


Рис. 5. Уточнение параметра  $f$  методом сеточного поиска: параметры уточняются отдельно (а), параметры уточняются совместно (б),  $f$  уточняется отдельно, а параметры формы совместно (в)



## Результаты

Для выбора лучшего варианта уточнения был проведен вычислительный эксперимент. Было отобрано 100 типичных геоакустических сигналов. Сигналы раскладывались на функции комбинированного словаря, состоящего из функций Гаусса и Берлаге. Для геоакустических импульсов был сформирован словарь со следующими значениями параметров:  $f$ : 5 значений из диапазона от 2000 до 20000 Гц;  $t_{end}$ : 3 значения из диапазона от 40 до 100%;  $p_{max}$ : 3 значения от 5 до 30%;  $\Delta$ : 3 значения от 1.1 до 5.

Для каждой численной схемы измерялось среднее время выполнения и достигнутая точность. В качестве главного критерия точности была выбрана величина, вычисляемая как отношение нормы невязки к норме исходного сигнала в процентах

$$ERR = \frac{\|R_N(t)\|}{\|s(t)\|} \cdot 100\%.$$

$ERR$  вычислялась для каждого сигнала на каждой итерации, затем рассчитывалось среднее значение, т.о. для каждой численной схемы вычислялось среднее значение ошибки при различном числе функций, входящих в разложение.

На рис. 6 приведены графики зависимости величины  $ERR$  от номера итерации протестированных алгоритмов для геоакустических импульсов. Все протестированные схемы позволяют увеличить точность алгоритма по сравнению с классическим согласованным преследованием, однако сеточные методы демонстрируют лучший по точности результат. Следует отметить, что методы градиентного спуска требуют более тонкой настройки параметров, каждому сигналу соответствует свое оптимальное значение шага  $\lambda$  по градиенту. Сеточные методы более универсальны и просты в использовании.

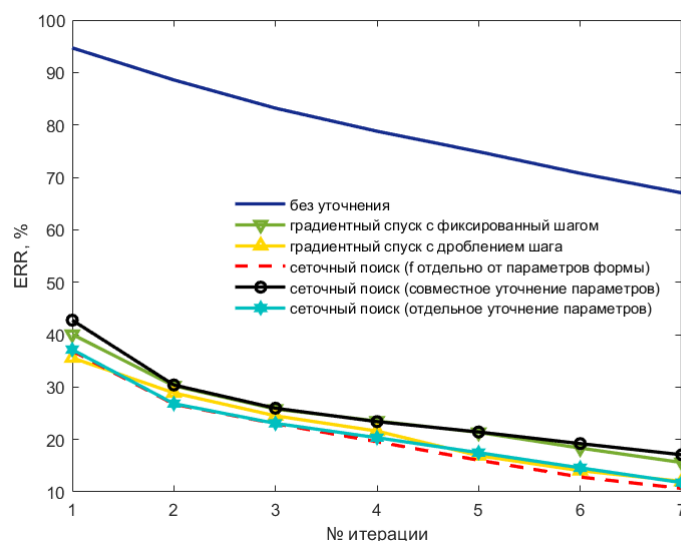


Рис. 6. Графики зависимости величины  $ERR$  от номера итерации алгоритма

В таблице приведено время выполнения алгоритмов при различном числе итераций уточнения. Самыми быстрыми являются схемы, построенные на градиентном методе с дроблением шага и методах сеточного поиска, однако поскольку метод

сеточного поиска с отдельным уточнением частоты дает лучшую точность по сравнению с остальными алгоритмами, то данный вариант адаптивного согласованного преследования будет использоваться в дальнейшем анализе геоакустических сигналов.

Таблица

**Время выполнения алгоритмов**

Алгоритм	Время выполнения (с)
МР	9.73
АМР + градиентный спуск с фиксированным шагом (400 ит.)	198.42
АМР + градиентный спуск с дроблением шага (20 ит.)	67.26
АМР + сеточный поиск, совместное уточнение параметров (5 ит.)	79.21
АМР + сеточный поиск, отдельное уточнение параметров (5 ит.)	79.35
АМР + сеточный поиск, $f$ уточняется отдельно от параметров формы (5 ит.)	79.22

На рис. 7 изображено разложение сигналов, изображенных на рис. 1, алгоритмом адаптивного согласованного преследования с использованием того же самого словаря. В результате с ошибкой в 5% были построены разложения из 4 и 7 функций с частотой около 9 кГц. Проблема «грубой» дискретизации решена.

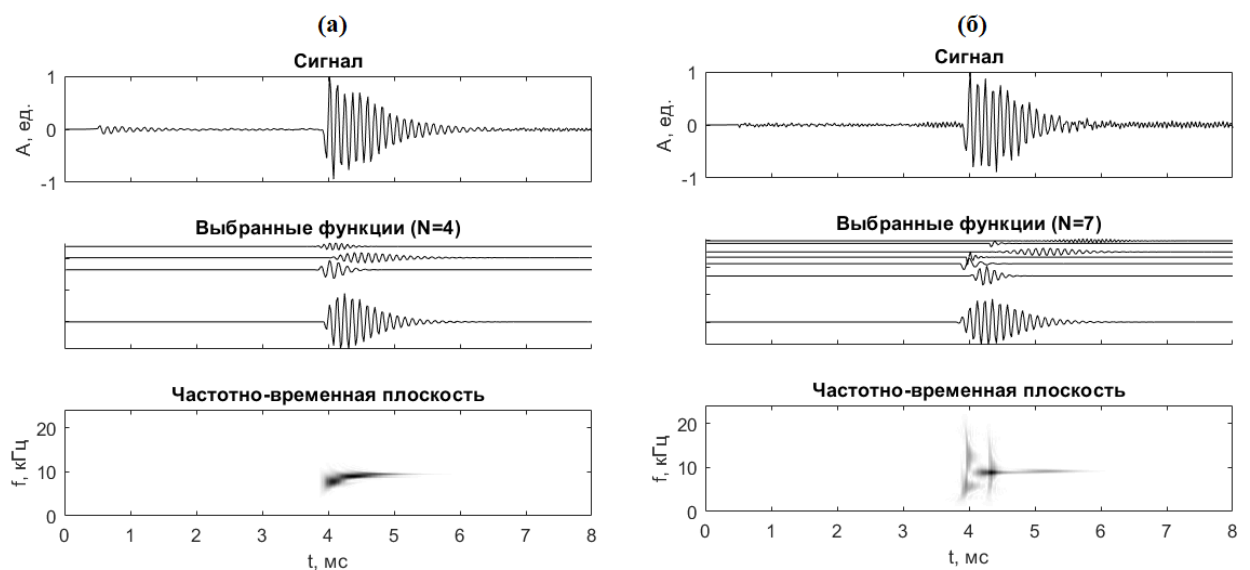


Рис. 7. Решение проблемы «грубой» дискретизации параметров.

## Список литературы

- [1] Луковенкова О. О., “Сравнение методов разреженной аппроксимации на примере сигналов геоакустической эмиссии”, *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*, 2014, № 2(9), 59–67. [Lukovenkova O. O., “Comparison of the sparse approximation methods based on its use to geoacoustic emission signals”, *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences*, **9**:2 (2014), 70-78].
- [2] Марапулец Ю. В., Луковенкова О. О., Тристанов А. Б., Ким А. А., *Методы регистрации и частотно-временного анализа сигналов геоакустической эмиссии*, Дальнаука, Владивосток, 2017, 148 с. [Marapulec Yu. V., Lukovenkova O. O., Tristanov A. B., Kim A. A., *Metody registracii i chastotno-vremennogo analiza signalov geoakusticheskoy ehmissii*, Dal'nauka, Vladivostok, 2017, 148 pp.]
- [3] Луковенкова О. О., Тристанов А. Б., “Классификация импульсов акустической эмиссии звукового диапазона на базе символьного представления частотно-временной структуры”, *Цифровая обработка сигналов*, 2015, № 2, 35–38. [Lukovenkova O. O., Tristanov A. B., “Klassifikaciya impul'sov akusticheskoy ehmissii zvukovogo diapazona na baze simvol'nogo predstavleniya chastotno-vremennoj struktury”, *Cifrovaya obrabotka signalov*, 2015, № 2, 35–38].
- [4] Луковенкова О. О., “Очистка сигналов геоакустической эмиссии от природных и техногенных шумов методом разреженной аппроксимации”, *Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки*, 2015, № 2(11), 77–81. [Lukovenkova O. O., “Denoising of geoacoustic emission signals from natural and industrial noises using sparse approximation method”, *Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences*, **11**:2 (2015), 73-78].
- [5] Луковенкова О. О., Марапулец Ю. В., Тристанов А. Б., “Оценка масштабов сдвиговых источников геоакустической эмиссии по разреженному представлению сигналов.”, *Сборник тезисов Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям SCM'2016*. Т. 2, 2016, 141–144. [Lukovenkova O. O., Marapulec Yu. V., Tristanov A. B., “Ocenka masshtabov sdvigovyh istochnikov geoakusticheskoy ehmissii po razrezhenomu predstavleniyu signalov.”, *Sbornik tezisov Mezhdunarodnoj konferencii po myagkim vychisleniyam i izmereniyam SCM'2016*. V. 2, 2016, 141–144].
- [6] Афанасьева А. А., Марапулец Ю. В., Тристанов А. Б., Луковенкова О. О., “Применение разреженной аппроксимации и методов кластеризации для описания структуры временных рядов акустической эмиссии”, *Цифровая обработка сигналов*, 2013, № 2, 30–34. [Afanas'eva A. A., Marapulec Yu. V., Tristanov A. B., Lukovenkova O. O., “Primenenie razrezhennoj approksimacii i metodov klasterizacii dlya opisaniya struktury vremennyh ryadov akusticheskoy ehmissii”, *Cifrovaya obrabotka signalov*, 2013, № 2, 30–34].
- [7] Ким А. А., Марапулец Ю. В., Тристанов А. Б., Луковенкова О. О., “Моделирование сигналов импульсной природы на базе разреженной аппроксимационной схемы”, *Сборник тезисов Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям SCM'2015*. Т. 2, 2015, 171–174. [Kim A. A., Marapulec Yu. V., Tristanov A. B., Lukovenkova O. O., “Modelirovanie signalov impul'snoj prirody na baze razrezhennoj approksimacionnoj skhemy”, *Sbornik tezisov Mezhdunarodnoj konferencii po myagkim vychisleniyam i izmereniyam SCM'2015*. V. 2, 2015, 171–174].

**Для цитирования:** Луковенкова О. О., Марапулец Ю. В., Тристанов А. Б., Ким А. А., Кашутина И. А. Оптимизация метода адаптивного согласованного преследования для анализа сигналов геоакустической эмиссии // *Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки*. 2018. № 4(24). С. 197-207. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-24-4-197-207

**For citation:** Lukovenkova O. O., Marapulets Yu. V., Tristanov A. B., Kim A. A., Kashutina I. A. Optimization of adaptive matching pursuit method to analyze geoacoustic emission signals, *Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki*. 2018, **24**: 4, 197-207. DOI: 10.18454/2079-6641-2018-24-4-197-207

Поступила в редакцию / Original article submitted: 11.10.2018

DOI: 10.18454/2079-6641-2018-24-4-197-207

MSC 65D15

## **OPTIMIZATION OF ADAPTIVE MATCHING PURSUIT METHOD TO ANALYZE GEOACOUSTIC EMISSION SIGNALS**

**O. O. Lukovenkova<sup>1,2</sup>, Yu. V. Marapulets<sup>1,2</sup>,  
A. B. Tristanov<sup>1</sup>, A. A. Kim<sup>1,2</sup>, I. A. Kashutina<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS, 684034, Kamchatka region, Paratunka, Mirnaya str., 7

<sup>2</sup> Vitus Bering Kamchatka State University, 683032, Petropavlovsk-Kamchatsky, Pogranichnaya str., 4

E-mail: o.o.lukovenkova@yandex.ru

The paper is devoted to the development and comparison of different numerical methods which increase the adaptive property and improve the accuracy of matching pursuit algorithm in connection to geoacoustic signals. At each step of adaptive matching pursuit, a function is chosen which has the highest correlation with an initial signal. Then parameters of a chosen function are refined. The refinement is performed by the help of different grid methods and methods based on gradient direction search.

*Key words: matching pursuit, adaptive matching pursuit, sparse approximation, geoacoustic emission, optimization*

© Lukovenkova O. et al., 2018