А. М. Яглом, Рецензия на книгу M. B. Priestley «Spectral analysis of time series. Vol. 1. Univariate series. Vol. 2. Multivariate series, prediction and control»,
Теория вероятн. и ее примен., 1983, том 28, выпуск 1, 200–204

https://www.mathnet.ru/tvp2186

Том XXVIII ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ 1983 Выпуск 1

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

M. B. Priestley, Spectral analysis of time series. Vol. 1. Univariate series; vol. 2. Multivariate series, prediction and control, London, Academic Press, 1981, XX + 653 + + XLVIIpp.; XIX + 237 + XXVIIpp.

Как известно, временными рядами называют зависящие от дискретного (целочисленного) или же непрерывно изменяющегося аргумента t ряды наблюдений, подверженные нерегулярным флуктуациям и поэтому допускающие только статистическое описание. Анализ таких рядов чаще всего основывается на допущении, что рассматриваемый ряд (в его первоначальной форме или же после какого-то несложного преобразования) может считаться реализацией некоторого стационарного случайного процесса, т. е. опирается на использование выводов математической статистики, относящихся к стационарным процессам. Так как беспорядочно флуктуирующие ряды наблюдений очень часто встречаются (и играют весьма важную роль) в самых разнообразных областях приложений, а среди методов анализа таких рядов центральное место занимают спектральные методы, то неудивительно, что за последние годы появился целый ряд книг, целиком или в большей своей части специально посвященных спектральному анализу временных рядов (см. например [1—13]; рецензия на книги [5] и [8] из этого списка была в 1977 г. опубликована в вып. 3 тома XXII настоящего журнала). К книгам того же типа относится и недавно вышедшая из печати двухтомная монография М. Пристли, являющаяся, по-видимому, самой большой из всех имеющихся книг по спектральному анализу временных рядов.

Подход М. Пристли к анализу временных рядов — типичный подход статистика, а не чистого математика или практического работника, занимающегося какой-то одной определенной областью приложений (последний подход характерен, например, для книг [2, 7, 10]). В его книге кое-где встречаются отдельные примеры, касающиеся конкретных временных рядов, возникших в каких-то прикладных вопросах, но число таких примеров невелико и большой роли они не играют (заметно более важны здесь примеры, относящиеся к искусственным рядам с известными статистическими свойствами, моделируемым по определенным правилам на ЭВМ). В то же время и математическим теоремам о случайных процессах в книге не уделяется очень много внимания: хотя некоторые основные такие теоремы и излагаются здесь с полными доказательствами, в ряде других случаев автор ограничивается тем, что лишь вкратце намечает доказательство или даже вообще его опускает, указывая только, где такое доказательство можно найти. Центральное место в книге Пристли занимает подробное обсуждение методов статистической обработки данных наблюдений над временными рядами, почти всегда сопровождающееся конкретными примерами применений этих методов, а часто еще и рядом полезных практических замечаний. Это обстоятельство делает рассматриваемую книгу весьма полезной для читателей-прикладников, непосредственно сталкивающихся с временными рядами в своей работе; в то же время включение в нее аккуратных формулировок всех используемых математических предложений и многих доказательств делает книгу интересной и для математиков, желающих познакомиться с прикладными аспектами теории случайных процессов. По своему математическому уровню (и степени математической строгости) книга Пристли близка к имеющей очень похожее название (но заметно меньшей по объему и более бедной по содержанию) книге [6] и является промежуточной между более строгими монографиями [3, 4, 5] (последние две из которых кроме того и более сложны, чем все остальные труды, включенные в список литературы в конце рецензии) и чисто прикладными книгами [1, 8, 11], вообще не содержащими почти никаких математических доказательств.

Перейдем теперь к краткому описанию содержания отдельных глав рассматриваемой книги. Ее первый том состоит из восьми глав, первая из которых имеет характер введения, дающего самое общее представление о спектральном разложении (как обычных функций времени, так и случайных процессов) и о возможных практических применениях спектрального анализа временных рядов. Глава 2 посвящена основам теории вероятностей и предназначена в первую очередь для читателей, когда-то изучавших эту дисциплину, но многое уже позабывших. В гл. 3 приводятся простейшие факты теории стационарных случайных процессов с дискретным или непрерывным временем (без упоминания об их спектральном представлении); значительное место здесь кроме того занимает подробное рассмотрение процессов авторегрессии (АР), скользящих средних (СС), смешанных процессов авторегрессии и скользящих средних (АРСС) и некоторых других конкретных моделей стационарных процессов с дискретными временем, а также аналогов всех этих моделей для случая, когда время является непрерывным. Спектральные представления изучаются в главе 4, начинающейся с краткого напоминания ряда фактов теории рядов и интегралов Фурье, после чего здесь эвристически вводится спектральная плотность $h\ (\omega)$ стационарного случайного процесса $X\ (t)$ с нулевым средним значением, описывающая распределение мощности процесса по спектру частот ω и формально определяемая как предел при $T \to \infty$ математического ожидания периодограммы отрезка длины T рассматриваемого процесса $X\ (t)$. Далее показывается, что если плотность $h\ (\omega)$ существует, то она совпадает с преобразованием Фурье ковариационной функции $R\ (\tau) = \mathrm{E}X\ (t + \tau)X\ (t)$. Затем в этой главе доказывается общая теорема Винера—Хинчина о спектральном представлении ковариационной функции $R\ (\tau)$ (как для непрерывного, так и для дискретного времени) и устанавливается, что $h\ (\omega) = dH\ (\omega)/d\omega$, где $H\ (\omega)$ фигурирующая в спектральном представлении функции $R\ (\tau)$ спектральная функция процесса $X\ (t)$. В следующем разделе главы 4 функции $h\ (\omega)$ и $H\ (\omega)$ подсчитывается для основных моделей процесса $X\ (t)$, введенных в главе 3, после чего автор переходит к общему спектральному представлению самого процесса $X\ (t)$. При этом он намечает (с разной степенью детальности) несколько различных доказательств существования такого представления и одно из них (опирающееся на некоторые факты теории гильбертовых пространств) использует для получения также более общей теоремы Карунена об условиях существования спектрального разложения процесса $X\ (t)$ по заданной системе функций $\varphi_t\ (\omega)$ (в книге эта теорема приписывается Крамеру, которому на самом деле принадлежит лишь ее дальнейшее обобщение). Глава заканчивается спектральной теорией инвариантных во времени линейных преобразований процессов $X\ (t)$ (т. е. теорией линейных фильтров).

В последних четырех главах тома 1 изучаются статистические выводы о стационарных случайных процессах, т. е. методы статистической обработки наблюденных значений временных рядов. В главе 5 рассматривается оценивание во временной области (т. е. не связанное с использованием спектральной теории); здесь после напоминания некоторых основных фактов математической статистики прежде всего подробно рассматриваются простейшие оценки среднего значения $m = \mathrm{E}X\ (t)$, ковариационной функции $R\ (\tau) = \mathrm{E}\ [X\ (t + \tau) - m][X\ (t) - m]$ и корреляционной функции $\rho\ (\tau) = R\ (\tau)/R\ (0)$, получаемые с помощью осреднения по конечному интервалу времени данных, относящихся к одной реализации процесса $X\ (t)$. В заключительной части главы 5 разбирается вопрос о статистических оценках неизвестных параметров моделей АР, СС и АРСС стационарных случайных процессов (включая и оценки порядков этих моделей) по данным наблюдений в течение конечного интервала времени.

Главы 6 и 7 посвящены в основном оценкам спектральной плотности $h\ (\omega)$ по наблюденному конечному отрезку одной реализации процесса $X\ (t)$, занимающим центральное место во всем спектральном анализе временных рядов. Впрочем начинается гл. 6 с рассмотрения более простой задачи о выделении скрытых периодичностей, т. е. об оценке частот и амплитуд отдельных слагаемых суммы гармонических колебаний со случайными фазами (равнораспределенными на интервале $[0,2\pi]$), наблюдаемой на фоне маскирующего эти колебания «белого шума» (время здесь считается дискретным). Для решения этой задачи привлекается периодограмма стационарного процесса $X\ (t)$ и исследуются ее основные свойства. Далее автор переходит к рассмотрению общих линейных процессов $X\ (t)$ (имеющих непрерывную спектральную плотность $h\ (\omega)$) и показывает, что в этом случае «сглаженная периодограмма» (определяемая как свертка периодограммы с некоторым «спектральным окном») может быть выбрана так, чтобы она оказалась состоятельной оценкой плотности $h(\omega)$; после этого он исследует асимптотическое поведение (при $T \to \infty$ где T — время наблюдения за процессом $X(t)$) смещения и дисперсии полученной оценки. В конце главы ее результаты используются также для нахождения состоятельной оценки спектральной функции $H(\omega)$ и определения некоторых критериев согласия, позволяющих проверять гипотезы о стационарных процессах $X(t)$. Следующая глава 7 называется «Практические аспекты спектрального анализа»; она содержит целый ряд замечаний, дополняющих результаты главы 6 и облегчающих их использование на практике. В частности, в главе 7 разбирается вопрос о выборе интервала дискретизации Δt при цифровой обработке рядов $X(t)$, зависящих от непрерывно меняющегося времени t; вводятся «критерии точности» спектральных оценок и исследуется их разрешающая способность; подробно обсуждается вопрос о выборе длины реализации T (в случаях, когда T можно варьировать), интервала $\Delta\omega$ между обследуемыми частотами и ширины спектрального окна; рассматриваются преимущества, достигаемые при помощи «заострения» имеющихся данных (т. е. их умножения на некоторую числовую функцию t, убывающую от середины используемого отрезка реализации к его концам) и предварительной фильтрации этих данных; рассказывается про алгоритмы «быстрого преобразования Фурье», очень упрощающие расчет оценок спектральной плотности на ЭВМ; описываются методы устранения «тренда» и «сезонных вариаций» анализируемых рядов и, наконец, вкратце излагаются параметрические методы оценивания спектральной плотности, получившие очень широкое распространение в самое последнее время (специально этим методам посвящены, в частности, рассчитанные в основном на читателей — прикладников книги [12, 13]; см. также [10]). Заключительная глава 8 тома 1 посвящена спектральному анализу процессов со смешанным спектром (т. е. задаче об оценке разрывов спектральной функции $H(\omega)$ и значения ее производной $h(\omega) = H'(\omega)$ в случаях, когда $H(\omega)$ равна сумме «ступенчатой» функции» и абсолютно непрерывной функции); эта задача, изученная, в частности, и в ряде работ автора книги, исследуется здесь заметно подробнее, чем во всех других родственных по содержанию книгах. Завершают том 1 небольшое приложение, в котором затабулированы 500-членные реализации пяти простых модельных стационарных случайных процессов с дискретным временем, многократно используемые в данной книге, и первые 30 теоретических и выборочных значений соответствующих ковариационных функций $R(\tau)$, а также обширный список литературы (к обоим томам), включающий около 450 названий, и общие предметный и именной указатели; эти список и указатели (так же как и помещенные в начале книги предисловия к обоим томам и их оглавления) продублированы и в томе 2.

Том 2 рассматриваемой книги непосредственно продолжает том 1; чтобы подчеркнуть существующую между ними связь нумерация глав и страниц в обоих томах является сплошной (так что том 2 начинается с главы 9 и за вычетом страниц с римской нумерацией со страницы 654, а кончается страницей 890). Этот том содержит всего 3 главы и в целом является более специальным, чем том 1. Глава 9 здесь посвящена многомерным стационарным случайным процессам, и случайным функциям от мномерного аргумента (т. е. случайным полям; однако этот принятый в русской литературе термин в книге Пристли не употребляется). Здесь прежде всего определяются взаимная ковариационная функция и взаимный спектр (точнее говоря взаимная спектральная плотность), а также тесно связанные со взаимным спектром коспектр, квадратурный спектр, амплитудный и фазовый взаимные спектры и когерентность пары стационарных и стационарно связанных случайных процессов. После этого рассматривается спектральное описание линейных зависимостей между многомерными стационарными процессами, вводятся понятия множественной и частной когерентности и изучаются многомерные модели АР, СС и АРСС, для которых обсуждаются статистические задачи оценки неизвестных параметров. Помимо того в главе 9 много внимания уделяется методам оценки взаимных спектров и других связанных с ними спектральных характеристик по данным наблюдений за одной реализацией многомерного процесса в течение конечного интервала времени; в заключение же здесь определяются однородные или же однородные и изотропные случайные поля на плоскости (зависящие от двумерного аргумента (t, τ)), для которых выписываются спектральные представления их ковариационной функции $R(s, u)$ и строятся состоятельные оценки этой функции и отвечающей ей двумерный спектральной плотности $h(\omega, \nu)$.

Глава 10 называется «Прогноз, фильтрация и управление». Эта глава включает изложение как классического колмогоровского подхода к решению задачи об оптимальном линейном прогнозировании будущих значений стационарного случайного процесса по наблюденным его значениям в прошлом, так и эквивалентного ему (но отличающегося по форме) винеровского подхода; рассказывается здесь и про рекуррентный вычислительный алгоритм нахождения оптимального прогноза, предложенный в применении к специальному классу процессов $X(t)$ Боксом и Дженкинсом, а также про «марковский подход» к той же задаче, разработанный Калманом. Значительно более кратко разбирается задача о линейной фильтрации (т. е. о восстановлении значений стационарного процесса $X(t)$ по данным наблюдений за суммой $Y(t) = X(t) + N(t)$, где $N(t)$ некоррелированный с $X(t)$ «шум»), но основные относящиеся к ней результаты также могут быть найдены в главе 10. Остальная часть главы 10 посвящена задачам идентификации многомерных моделей АРСС и линейному управлению, т. е. определению линейной системы обратной связи, подключение которой к заданной линейной системе S, процесс на выходе которой искажается аддитивным шумом с известными статистическими свойствами, позволяет добиться максимальной близости (в смысле минимума квадрата ошибки) получаемого процесса на выходе к заранее заданной детерминированной функции $V(t)$.

Заключительная глава 11 «Нестационарность и нелинейность» посвящена обсуждению двух мало связанных друг с другом вопросов, исследование которых пока еще очень далеко от полного завершения. Больше всего места здесь занимает вопрос о распространении спектрального представления на некоторые классы нестационарных случайных процессов. Автор перечисляет несколько разных определений «зависящих от времени спектров» нестационарных процессов, но основное внимание он уделяет изложению своих собственных результатов, касающихся более общих, чем стационарные, так называемых «осциляционных процессов», для которых существует обобщенное спектральное разложение, в котором роль функций $e^{i\omega t}$ играет некоторая система функций вида $\varphi_t(\omega) = A_t(\omega)e^{i\omega t}$, где $A_t(\omega)$ как функция t удовлетворяет определенным (достаточно широким) условиям. Как показано в главе 11, для каждого осциляционного процесса $X(t)$ можно определить эволюционирующую (т. е. зависящую от времени) спектральную функцию $H_t(\omega)$, построить разумные оценки эволюционирующей спектральной плотности $h_t(\omega) = dH_t(\omega)/dt$ и развить методы решения задач о линейных прогнозировании, фильтрации и управлении. Остальная часть главы 11 имеет дело с нелинейными моделями случайных процессов с дискретным временем, т. е. с представлениями таких процессов в виде нелинейных функционалов от каких-то более простых случайных процессов (в первую очередь, от дискретного белого шума, т. е. от последовательности независимых и одинаково распределенных случайных величин $\varepsilon(t)$, $t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$).

Из приведенного выше изложения содержания книги Пристли видно, что она не может быть заменена ни одной из ранее вышедших книг на ту же тему: ряд вопросов разобран в книге Пристли заметно более подробно, чем где бы то ни было, а кое-какие рассмотренные здесь вопросы вообще раньше излагались лишь в весьма специальной журнальной литературе. Стиль этой книги, делающей ее подходящей и для широких кругов практических работников, и для многих читателей — математиков, также заставляет считать книгу Пристли ценным пополнением имеющейся литературы по спектральному анализу временных рядов.

А. М. Яглом

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jenkins G. M., Watts D. G.* Spectrum analysis and its applications. San Francisco: Holden—Day, 1968, 525 p. (русский перевод: Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения, М.: Мир, вып. 1, 1971, 316 с.; вып. 2, 1972, 287 с.).
2. *Fishman G. S.* Spectral methods in econometrics. Cambridge (Mass.); Harvard Univ. Press, 1969.
3. *Anderson T. W.* The statistical analysis of time series. New York: Wiley, 1971, 704 p. (русский перевод: Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976, 755 с.)

4. *Hannan E. J.* Multiple time series. New York: Wiley, 1970, 536 p. (русский перевод: Хеннан Э. Многомерные временные ряды. М.: Мир, 1974, 575 с.).
5. *Brillinger D. B.* Time series: Data analysis and theory. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975, 500 p. (русский перевод: Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980, 536 с.
6. *Koopmans L. H.* The spectral analysis of time series. New York: Academic Press, 1974, 366 p.
7. *Båth M.* Spectral analysis in geophysics. Amsterdam: Elsevier, 1974, 563 p.
8. *Bloomfield P.* Fourier analysis of time series: An Introduction. New York: Wiley, 1976, 258 p.
9. *Коняев К. В.* Спектральный анализ случайных процессов и полей. М.: Наука, 1973, 168 с.
10. *Коняев К. В.* Спектральный анализ случайных океанологических полей. Л.: Гидрометеоиздат, 1981, 207 с.
11. *Грибанов Ю. И., Мальков В. Л.* Спектральный анализ случайных процессов. М. Энергия, 1974, 239 с.
12. *Childers D. G.* (ed.). Modern spectrum analysis. New York: IEEE Press, 1978, 334 p.
13. *Haykin S.* (ed.). Nonlinear methods of spectral analysis. Berlin: Springer, 1979, 247 p.

K. D. C. Stoodley, T. Levis, C. L. S. Stainton, Applied Statistical Techniques (Ellis Horwood Series «Mathematics and its application»), Ellis Horwood Limited, 1980, 310 p.

Всякий, кто имел дело с составлением элементарного курса математической статистики, знает, что это значительно более тонкое дело, чем может показаться человеку, не имеющему опыта на таком поприще, и что всякий такой курс особенно требует многократного опробования и отлаживания в реальном преподавании.

На наш взгляд, рецензируемая книга написана со знанием дела и прошла такое многократное опробование. Это заметно и на подборе материала и на характере изложения. Это изложение весьма однородно по стилю, простое, ясное, почти не содержит формальные математические определения и вместе с тем совсем не вульгарно.

В книге семь глав, которые мы сейчас перечислим.

Гл. 1 — «Обзор основных статистических понятий»— в которой с помощью примеров вводятся дискретные и абсолютно непрерывные распределения, рассматриваются выборочные среднее и дисперсия и описываются процедуры для проверки гипотез о средних и дисперсиях.

Гл. 2 — «Регрессионный анализ» — содержит простое и практичное обсуждение линейной и сводящейся к линейной регрессии, а также множественной и криволинейной регрессии.

Гл. 3 — «Планирование и анализ экспериментов», в которой под анализом экспериментов понимается дисперсионный анализ, и, быть может, несколько скороговоркой, обсуждается много различных схем, в том числе — латинские квадраты.

Гл. 4 — «Непараметрические методы» — содержит описание некоторых ранговых критериев, включая коэффициенты ранговой корреляции. Как и в других главах, при небольших объемах выборок предлагается использование таблиц, которые приводятся в конце книги.

Использование эмпирической функции распределения не упоминается совсем.

Гл. 5 — «Выборочный контроль качества»— включает определение рисков потребителя и поставщика и описание различных схем последовательного контроля качества — очень простое, лаконичное и подводящее к непосредственному использованию описание.

Наконец, гл. 6 — «Выборочные обследования» и гл. 7 — «Прогноз» под которым разумеется набор стандартных и практичных приемов изучения тренда временного ряда, включая модели скользящего среднего.

Заключает книгу полезный набор таблиц и ответы на задачи и упражнения, которые содержались во всех главах книги.

Характерно, что лаконичность изложения не препятствует аккуратному указанию в тексте необходимых предположений. Например, при описании процедуры сравнения