

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

B. R. Abajdullin, Yu. G. Nazmeev, The simulation of heat transfer and flow of generalized Newtonian liquid in the initial region of coaxial channel with arrhenius source of heat release,
TVT, 2008, Volume 46, Issue 2, 312–316

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt1054>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.168

April 20, 2025, 10:15:00



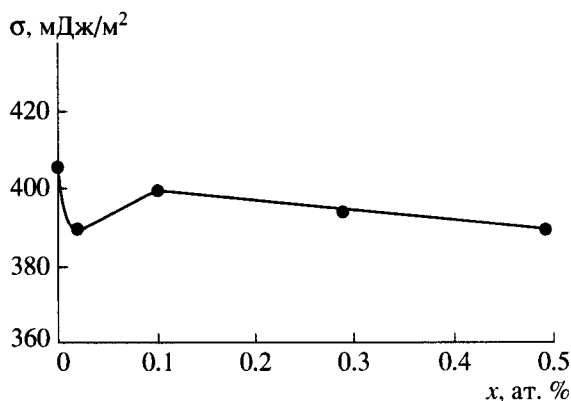


Рис. 2. Концентрационная зависимость поверхностного натяжения индий-натриевых расплавов при температуре 800°C.

ная к единице длины периметра смачивания, равна [5]:

$$\Delta\sigma = (\sigma_{тг} - \sigma_{тж}) - \sigma_{жг} \cos \theta_d, \quad (4)$$

где θ_d – динамический краевой угол, зависящий от времени контакта твердого тела с жидкостью; $\sigma_{жг}$, $\sigma_{тг}$, $\sigma_{тж}$ – поверхностные натяжения на границе жидкость – газ, твердое тело – газ и твердое тело – жидкость соответственно.

Рис. 1 показывает, что углы смачивания стали марки 12X18H9T расплавами системы In–Na разной концентрации близки по своим значениям. Поэтому в соответствии с уравнением (1) при снижении $\sigma_{жг}$ увеличивается движущая сила растекания, что и приводит к смещению порога смачивания для расплава с концентрацией 0.02 ат. % Na.

УДК 532.135

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕЧЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ НА НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ КОАКСИАЛЬНОГО КАНАЛА ПРИ АРРЕНИУСОВСКОМ ИСТОЧНИКЕ ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЙ

© 2008 г. Б. Р. Абайдуллин, Ю. Г. Назмеев

Исследовательский центр проблем энергетики Казанского НЦ РАН

Поступило в редакцию 19.02.2007 г.

PACS: 47.50.-d ; 47.15. Rq

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наметился рост объемов производства на промышленных предприятиях, где в качестве рабочего тела используются не-ньютоновские жидкости. В связи с тем, что за-

Наличие же самих порогов можно объяснить частичным растворением подложки в жидких металлах [1–3]. Края образующей лунки служат барьером для растекания. С ростом температуры движущая сила $\Delta\sigma$ растет до некоторой критической величины, достаточной для преодоления этого барьера.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-08-18038).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алчагиров Б.Б., Новосадов В.С., Радковский С.Г., Хоконов Х.Б. Смачивание меди индием в условиях сверхвысокого вакуума, газовой среды (аргон, азот) при различных давлениях. В кн.: Физическая химия границ раздела контактирующих фаз. Киев: Наукова думка, 1976. С. 103.
2. Найдич Ю.В. Контактные явления в металлических расплавах. Киев: Наукова думка, 1972. 196 с.
3. Новосадов В.С., Петрунин И.Е., Шейн Ю.Ф., Конвишер Б.С. Кинетика растекания металлов по железу, меди, никелю в зависимости от степени вакуумирования. В кн.: Смачиваемость и поверхностные свойства расплавов и твердых тел. Киев: Наукова думка, 1972. С. 53.
4. Александров Б.Н., Далакова Н.В. Влияние примесей щелочных и щелочноземельных металлов на остаточное электросопротивление нормальных металлов // ФММ. 1987. Т. 64. № 3. С. 464.
5. Сумм Б.Д., Горюнов Ю.В. Физико-химические основы смачивания и растекания. М.: Химия, 1976. 231 с.

частую для интенсификации рабочих процессов применяются проточные трубчатые реакторы, рабочие поверхности которых представляют собой коаксиальные каналы. исследование критических режимов теплообмена (т.е. режимов, при которых происходят явления резкого не-

контролируемого нарастания температуры) при течении высоковязких жидкостей весьма актуально. В силу специфичности свойств не-ньютоновских жидкостей задача определения условий, при которых могут наблюдаться явления прогрессивного нарастания температуры в рабочих каналах промышленных установок, сильно усложняется.

Критические режимы теплообмена могут приводить к возникновению аварийных ситуаций на производстве. В литературе известно небольшое количество работ, посвященных исследованию данных режимов. Так, в [1] рассматривается задача теплообмена при критических режимах течения структурно-вязкой жидкости в бесконечной трубе с учетом химических и механических источников тепла. В [2] исследуется задача теплообмена при течении вязкой жидкости между соосными цилиндрами с учетом только диссипативного источника тепловыделения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

При построении математической модели для рассматриваемой области удобно принять цилиндрическую систему координат с независимыми координатами r, φ, z .

При математическом моделировании теплообмена в коаксиальном канале принимаются следующие допущения: течение ламинарное, стационарное, осесимметричное; массовые силы, такие, как сила тяжести, пренебрежимо малы; источниками тепловыделений являются химический (химическая реакция нулевого порядка) и диссипативный источники; теплофизические характеристики, такие, как плотность, теплоемкость и теплопроводность, изменяются в рассматриваемом диапазоне температур незначительно. В уравнении сохранения энергии пренебрегается частной производной второго порядка от температуры по продольной координате, так как для рассматриваемых типов жидкостей перенос тепла вдоль направления движения за счет теплопроводности много меньше вынужденного.

В силу принятых допущений система уравнений в цилиндрической системе координат после преобразований будет выглядеть следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial r} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right) - \frac{1}{r^2} (2\mu v_r) + \frac{1}{r} \left(2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right), \\ \rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(-P + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \left(\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right), \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0, \\ v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} &= a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \\ &+ \frac{\mu I_2}{\rho c_p} + \frac{Q_0 k_0}{c_M} e^{-\frac{E}{RT}}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь $r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq z \leq L, Q_0$ – тепловой эффект химической реакции; k_0 – константа скорости химической реакции; E – энергия активации химической реакции; a – температуропроводность; $\mu = \mu(T, I_2)$ – динамическая вязкость; ρ – плотность жидкости; R – универсальная газовая постоянная; c_p – удельная изобарная теплоемкость; c_M – удельная молярная теплоемкость; T – температура; v_z, v_r – компоненты вектора скорости v ; P – давление; r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы коаксиального канала; L – длина канала; I_2 – второй инвариант тензора скоростей деформации. Последняя величина представляется следующим выражением:

$$I_2 = \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2. \quad (2)$$

Для системы, состоящей из уравнений (1), граничные условия задаются в виде

1. $v_z|_{r=r_1} = 0, \quad v_r|_{r=r_1} = 0, \quad T|_{r=r_1} = T_0;$
2. $v_z|_{r=r_2} = 0, \quad v_r|_{r=r_2} = 0, \quad T|_{r=r_2} = T_0;$ (3)
3. $T|_{z=0} = T^0, \quad v_r|_{z=0} = 0, \quad v_z|_{z=0} = v_{z_0}(r).$

Здесь T_0 – температура окружающей среды, T^0 – температура на входе в коаксиальный канал.

На входе в канал профиль компоненты v_z вектора скорости v (т.е. функция $v_{z_0}(r)$) является решением задачи вида

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z}.$$

При этом предполагается, что $T|_{z=0} = T^0$, а составляющая градиента давления $\frac{\partial P}{\partial z}$ в направлении оси z определяется из следующего выражения:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{Q} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \mu(T, I_2) \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 r dr d\varphi,$$

где Q – расход жидкости в канале.

Для описания реологических свойств жидкости и соответственно для построения математических моделей было использовано реологическое уравнение состояния (РУС) дифференциального типа

$$\mathbf{T} = -P \cdot \mathbf{I} + 2\mu(T, I_2) \cdot \mathbf{D},$$

где \mathbf{T} – тензор напряжений, \mathbf{D} – тензор скоростей деформации, \mathbf{I} – единичный тензор. Здесь рассматривается одна из форм зависимости динамической вязкости $\mu(T, I_2)$ от температуры и второго инварианта тензора скоростей деформации – модель Кутателадзе–Хабахпашевой [3]

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*),$$

$$\text{где } \varphi_* = \frac{\varphi_\infty - \varphi}{\varphi_\infty - \varphi_0}, \quad \tau_* = \Theta \frac{\tau}{\varphi_\infty - \varphi_0}. \quad (4)$$

Температурные зависимости параметров реологической модели представляются в аррениусовском виде

$$\varphi_0 = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right); \quad \varphi_\infty = A_\infty \exp\left(-\frac{B}{RT}\right);$$

$$\Theta = \Theta_0 \exp\left(-\frac{B}{RT}\right).$$

Здесь Θ – мера структурной стабильности жидкости; A_0, A_∞, Θ_0 – константы; B – энергия активации вязкого течения; $\varphi_\infty, \varphi_0$ – текучесть при $\tau \rightarrow \infty, \tau \rightarrow 0$, где $\tau = \mu(T, I_2) \sqrt{I_2}$ – интенсивность касательных напряжений сдвига; $\varphi = \frac{1}{\mu}$ – текучесть.

Универсальность реологической модели Кутателадзе–Хабахпашевой заключается в том, что она, в зависимости от значения Θ , описывает реологическое поведение неньютоновских обобщенно-вязких сред со свойствами псевдопластичности ($\Theta > 0$) и дилатансии ($\Theta < 0$). Кроме того, при $\Theta = 0$ она описывает ньютоновскую вязкую жидкость.

ПЕРЕХОД К БЕЗРАЗМЕРНОМУ ВИДУ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

В силу сложности решения задачи (1)–(3) поиск решений проводился с помощью численных методов. При этом алгоритм поиска был построен на базе итерационных методов. Основная идея такого метода состоит в разбиении канала на слои путем введения равномерной сетки с шагом h_z по оси z . Тогда допущение о том, что профиль скорости мгновенно подстраивается под профиль температуры, позволяет поочередно решать уравнения энергии и гидродинамики на каждом слое. Перед решением система уравнений (1) приводится к безразмерному виду при помощи следующих безразмерных комплексов:

$$C_0 = \frac{A_\infty}{A_0}, \quad C_1 = \frac{2\pi\Theta_0(r_2 - r_1)}{QA_0} e^{\frac{B}{RT_0}} - \text{реологические}$$

параметры; $\beta = \frac{RT_0}{E}$ – число Аррениуса; $\alpha = \frac{B}{E}$ – параметр отношения энергии активации вязкого течения к энергии активации химической реакции;

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2}(T - T_0) - \text{температура; } \tilde{W} = \frac{2\pi(r_2 - r_1)^2}{Q} v_z -$$

компонента вектора скорости \mathbf{v} вдоль оси z ; $\tilde{V} = \frac{2\pi L(r_2 - r_1)}{Q} v_r -$ компонента вектора скорости \mathbf{v}

вдоль оси r ; $\tilde{r} = \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}$ – поперечная координата;

$$\tilde{\mu} = \mu \frac{1}{A_0} \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right) - \text{динамическая вязкость; } \tilde{I}_2 = \frac{(2\pi)^2(r_2 - r_1)^6}{Q^2} I_2 - \text{второй инвариант тензора}$$

скоростей деформации; $\delta = \frac{Q_0 k_0 (r_2 - r_1)^2 E}{ac_M RT_0^2} \times$

$\times \exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)$ – параметр Франк-Каменецкого, характеризующий интенсивность тепловыделения

от химической реакции; $\xi = \frac{(r_2 - r_1)^2}{L^2}$; $\gamma =$

$$= \frac{Q}{2\pi La}; \quad \tilde{z} = \frac{z}{L} - \text{продольная координата; } \chi =$$

$= \frac{Q^2 E}{4\pi^2 A_0 a r c_p RT_0^2 (r_2 - r_1)^4} \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right)$ – параметр, характеризующий интенсивность тепловыделе-

ния от вязкого течения; $\sigma = \frac{r_1}{r_2 - r_1}$ – параметр, отвечающий за геометрию канала.

Градиент давления $\frac{\partial P}{\partial z}$ приводится к безразмерному виду следующим образом:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{Q}{2\pi(r_2 - r_1)^4 A_0} \times \exp\left(\frac{B}{RT_0}\right) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}.$$

Приведя (4) к безразмерному виду, получим

$$\varphi = \frac{1}{\tilde{\mu}} = A_0 \exp\left(-\frac{B}{RT_0}\right) \tilde{\varphi},$$

$$\tilde{\varphi} = \left\{ \frac{A_\infty}{A_0} - \left(\frac{A_\infty}{A_0} - 1\right) \exp(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2}) \right\} \exp\left(\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right).$$

Окончательно запишем

$$\tilde{\mu} = \exp\left(-\frac{\alpha\theta}{1 + \beta\theta}\right) \frac{1}{c_0 - (c_0 - 1) \exp(-c_1 \tilde{\mu} \sqrt{\tilde{I}_2})}, \quad (5)$$

где $\tilde{I}_2 = \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 + 2\xi \left(\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 + \frac{\tilde{V}^2}{(\sigma + \tilde{r})^2} + \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}}\right)^2\right).$

После перехода к безразмерным параметрам, подстановки (5) в (1) и сделанных выше допущений (в том числе учитывая, что числа $Pr \gg 1$ и изменения температуры вдоль оси z малы), на каждом слое по \tilde{z} решается уравнение переноса с безразмерными параметрами вида

$$\begin{aligned} & \gamma(\sigma + \tilde{r}) \left(\tilde{V} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} + \tilde{W} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{z}} \right) = \\ & = \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{r}} \right) + \delta(\sigma + \tilde{r}) \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) + \\ & + \chi(\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \tilde{I}_2 \end{aligned} \quad (6)$$

и уравнения гидродинамики в безразмерных переменных

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{V} \right) + (\sigma + \tilde{r}) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{z}} = 0. \quad (8)$$

В безразмерном виде граничные условия первого рода (2) запишутся как

$$1. \tilde{W}|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{r}=0} = 0, \quad \theta|_{\tilde{r}=0} = 0;$$

$$2. \tilde{W}|_{\tilde{r}=1} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{r}=1} = 0, \quad \theta|_{\tilde{r}=1} = 0; \quad (9)$$

$$3. \theta|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad \tilde{V}|_{\tilde{z}=1} = 0.$$

На входе профиль для компоненты скорости \tilde{W} является решением задачи вида

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left((\sigma + \tilde{r}) \tilde{\mu} \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}} \right) = -(\sigma + \tilde{r}) \int_0^1 \tilde{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \tilde{r}}\right)^2 (\sigma + \tilde{r}) d\tilde{r},$$

при этом предполагается, что $\theta|_{\tilde{z}=0} = 0$.

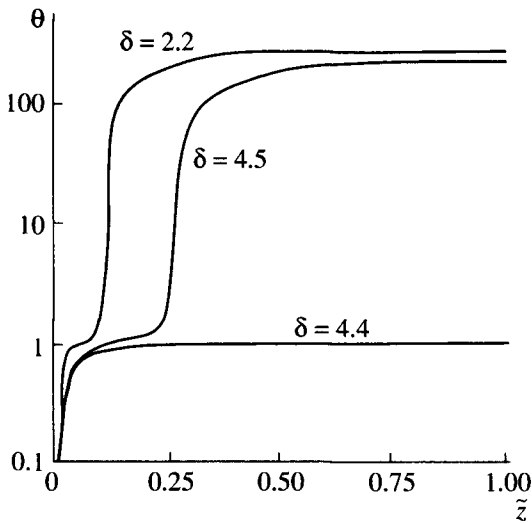
Для решения уравнений (6)–(8) с граничными условиями (9) используется итерационный алгоритм, который включает в себя решение соответствующих трехточечных разностных уравнений методом прогонки с пересчетом всех коэффициентов уравнений, зависящих от искомого функций, [4]. Вследствие нелинейности уравнений (6)–(8) и неявного вида функции вязкости были введены дополнительные итерации по вязкости и нелинейному свободному члену.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Результаты решения уравнений (6)–(8) представлены в виде графиков зависимостей распределения безразмерной температуры θ при $\tilde{r} = 0.5$ по длине (рисунок). Зависимости получены при параметре ($\delta = 4.4; 4.5; 5.2$) и фиксированных значениях остальных определяющих безразмерных параметров: $\chi = 0.01; \sigma = 1; c_0 = 5; c_1 = 0.01; \alpha = 1.421; \beta = 0.1565; \gamma = 25$.

В литературе принято считать критическим то значение параметра δ , при котором в рассматриваемой области канала происходит сильное (на 1–2 порядка) изменение температуры. В данном случае тепловыделение от химической реакции превышает теплоотвод, поэтому происходит сильный разогрев.

Согласно принятому в литературе определению значение $\delta^* = 4.5$, при котором начальный участок заканчивается при $\tilde{z} \approx 0.25$, является критическим значением параметра δ . При $\delta > \delta^*$ возникает посткритический режим теплообмена, при $\delta < \delta^*$ (например, $\delta = 4.4$) наблюдается предкритический режим, и при некотором удалении от начала коаксиального канала максимальная температура принимает какое-то фиксированное значение и больше не растет, в силу того что на стенках заданы граничные условия 1-го рода. При данном значении параметра δ критический режим не может возникнуть. Таким образом, участок коаксиального канала с низкотемпературным режимом, длина которого важна для нормальной рабо-



Зависимости безразмерной температуры θ от координаты \bar{z} в точке $\bar{r} = 0.5$, при разных δ .

ты, например, реактора, сокращается с увеличением значения параметра δ , что видно из рисунка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе численного решения полученной системы уравнений найдены критические значения безразмерного определяющего параметра δ , который отвечает за интенсивность тепловыделения

от химической реакции. При этом в моделирующей системе уравнений присутствуют нелинейные свободные члены, учитывающие как тепловыделение от химической реакции, так и от диссипации. Анализ полученных распределений температуры, продольной скорости и вязкости по длине коаксиального канала при различных интенсивностях химического источника показали, что при уменьшении интенсивности химического источника участок прогрессивного нарастания температуры сдвигается к концу коаксиального канала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям (госконтракт № 02.434.11.5009), Президиума РАН (программа П-09) и РФФИ (грант № 05-08-50043).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назмеев Ю.Г., Миненков В.А., Мумладзе А.И. Тепловой взрыв при течении нелинейно-вязких сред в круглой трубе // ИФЖ. 1988. Т. 5. № 2. С. 212.
2. Каганов С.А. Течение жидкости между вращающимися соосными цилиндрами с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // ИФЖ. 1965. Т. 8. № 1. С. 307.
3. Кутателадзе С.С., Хабахнашева Е.М., Попов В.И. К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. 1966. № 1. С. 45.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. С. 31.