Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

А. Н. Кучеров, Режимы нестационарной свободной конвекции в вертикальном лазерном пучке,
Докл. РАН, 1997, том 353, номер 5, 616–618

https://www.mathnet.ru/dan50308

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.169
13 июля 2025 г., 18:02:05

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 1997, том 353, № 5, с. 616–618

МЕХАНИКА

УДК 533.6+535.211

РЕЖИМЫ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПУЧКЕ

© 1997 г. А. Н. Кучеров

Представлено академиком Г.П. Свищевым 19.12.95 г.

Поступило 26.12.95 г.

В экспериментальных работах по естественной конвекции в поглощающих средах обнаружено уменьшение теплового расплывания горизонтальных лазерных пучков [1] и более сильное расплывание вертикальных [2] по сравнению с горизонтальными. В [3, 4] в приближении Буссинеска [5] предложена классификация режимов свободной конвекции – слабая, умеренная (вязкая), сильная или развитая (невязкая) в горизонтальных пучках. Удовлетворительное соответствие теоретических значений пика интенсивности, его смещений и изофот с экспериментальными данными [6] получено в [7] для режимов умеренной и сильной конвекции. Эксперименты по гравитационной конвекции газов [8] и жидкостей [9, 10] в вертикальных пучках сопровождались отдельными теоретическими расчетами конвекции при заданном теплоподводе [8, 11, 12], аналитическими оценками теплового самовоздействия [10]. Получено численное стационарное решение задачи конвекции в жидкости [13] и самовоздействия пучка в рамках геометрической оптики. Дадим полный анализ нестационарной конвекции в вертикальном пучке и решения задачи самовоздействия в рамках волновой теории.

Обезразмеренные уравнения среды и начальные условия имеют вид

$$\operatorname{div}\mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{V} = (u, v, w), \quad T = 1 + QT_1,$$
$$Q = \frac{\tau}{\tau_T}, \quad \tau_T = \frac{\rho_0 C_p T_0}{\alpha_0 I_*}, \tag{1.1}$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = [\mathbf{e}_z T_1 - \nabla p_1]\frac{Q}{\mathrm{Fr}} + \frac{\Delta'\mathbf{V}}{\mathrm{Re}}, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla),$$
$$\Delta' = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{a^2}{L^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{1.2}$$

$$p = 1 + \frac{\rho_0 g L}{p_0}[z - z_0 + Qp_1 + \ldots], \quad \mathrm{Re} = \frac{aU}{\nu},$$
$$\mathrm{Fr} = \frac{V_L^2}{g\beta T_0}, \quad U = \frac{a}{L}V_L,$$
$$\frac{dT_1}{dt} = \alpha(T_1)I + \frac{\Delta' T_1}{\mathrm{Pe}}, \quad \mathrm{Pe} = \frac{aU}{\chi} \equiv \mathrm{RePr}, \tag{1.3}$$
$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \quad [\mathbf{V}, T_1, p_1]_{t=0} = 0.$$

Вертикальная координата z отнесена к длине трассы L; x, y – к поперечному радиусу пучка a; время t – к $\tau = L/V_L \equiv a/U$; продольная компонента скорости w – к V_L, характерной скорости конвекции; поперечные компоненты скорости u, v – к U; температура T, давление p, коэффициент поглощения α – к начальным значениям T_0, p_0, α_0; интенсивность излучения I – к максимальному начальному значению I_*; Q – параметр нагрева; τ_T – время нагрева на T_0; Re, Pe, Pr, Fr – числа Рейнольдса, Пекле, Прандтля, Фруда; ν, χ, C_p, β – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности, теплоемкости, теплового расширения; g – ускорение свободного падения. В узком пучке $a/L \ll 1$ функция p_1 зависит только от координаты z и при значительном удалении боковых стенок $p_1 = 0$, так как $[p_1]_{x, y \to \pm\infty} \to 0$. В общем случае давление исключают путем перехода к завихренности и функции тока.

Распространение пучка в малоугловом приближении волновой теории описывается уравнением Шредингера с граничными условиями

$$-2i\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{F}}\Delta_\perp E = -[iN_\alpha + 2\mathrm{F}NT_1]E, \tag{2}$$
$$E|_{z=0;t\geq 0} = \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{2}\right],$$
$$[E]_{x, y \to \pm\infty} \to 0.$$

Здесь E – поперечная компонента электрического поля ($I = EE^*$); $\mathrm{F} = 2\pi a^2/\lambda L$ – число Френеля; λ –

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского, Жуковский Московской обл.

длина волны излучения; $N_\alpha = \alpha_0 L$ – параметр поглощения; $N = Q\left(\frac{L}{a}\right)^2 \left|\frac{\partial n}{\partial T}\right| \frac{T_0}{n_0}$ – параметр теплового самовоздействия; n, n_0 – показатель преломления среды и его начальное значение.

Различные варианты соотношения сил инерции, вязкости и Архимеда в (1.2), а также интенсивности тепловыделения, конвективного и теплопроводного потоков тепла в (1.3) дают масштабы τ, V_L, Q и соответственно различные уравнения и режимы свободной конвекции.

1. Приравнивая инерционные силы силе Архимеда ($1 = Q/\mathrm{Fr}$) при условии, что силы вязкости не превосходят сил инерции ($\mathrm{Re} \geq 1$), находим:

$$V_1 = V_g\left(\frac{\tau_g}{\tau_T}\right)^{1/3}, \quad \tau_1 = \tau_g^{2/3}\tau_T^{1/3}, \quad Q_1 = \left(\frac{\tau_g}{\tau_T}\right)^{2/3},$$

где $V_g = \sqrt{Lg\beta T_0}$ – максимально возможная скорость конвекции, $\tau_g = L/V_g$ – время ее достижения. Если температуропроводность среды не превосходит вязкость, $\mathrm{Pr} \geq 1$, имеем режим с и л ь н о й конвекции при умеренных или слабых диссипативных процессах. На всех режимах числа Рейнольдса и Пекле выражаются через единый безразмерный параметр – тепловой комплекс $A = \tau_\nu^3/(\tau_T\tau_g^2)$ (где $\tau_\nu = a^2/\nu$) и число Прандтля. В режиме 1: $\mathrm{Re}_1 = A^{1/3}$, $\mathrm{Pe}_1 = A^{1/3}\mathrm{Pr}$.

2. Если теплопроводность превосходит вязкость ($\mathrm{Pr} \ll 1$, $\mathrm{Pe}_2 \ll 1$), то в (1.3) источник тепла αI сбалансирован теплопроводностью. Перенормировка масштаба возмущений температуры, скорости и времени: $Q_2 = \tau_\chi/\tau_T \ll Q_1$, $V_2 = V_g\sqrt{\tau_\chi/\tau_T}$ (где $\tau_\chi = a^2/\chi$ – характерное время теплоотвода, значительно меньшее времени развития конвекции $\tau_2 = L/V_2$ до значений скорости V_2), – дает уравнение Пуассона для температуры и уравнение переноса для скорости:

$$\Delta' T_1 = -\alpha I, \quad \frac{dw}{dt} = T_1 + \frac{\Delta' w}{\mathrm{Re}_2}, \quad \mathrm{Re}_2 = \sqrt{A}\mathrm{Pr}.$$

Это – режим у м е р е н н о й конвекции с б о л ь ш о й т е п л о п р о в о д н о с т ь ю.

3. У м е р е н н а я в я з к а я к о н в е к ц и я ($\mathrm{Re}_3 \ll 1$) п р и у м е р е н н о й и л и с л а б о й т е п л о п р о в о д н о с т и ($\mathrm{Pr} \gg 1$, $\mathrm{Pe}_3 \geq 1$). В этом и последующих режимах сила Архимеда уравновешивается напряжением вязкого трения. Характерное время развития конвекции τ_ν до значений скорости $V_3 = V_g\sqrt{\tau_\nu/\tau_T}$ значительно короче времени конвективного теплоотвода $\tau_3 = L/V_3$. Параметр нагрева составляет $Q_3 = \tau_g/\sqrt{\tau_T\tau_\nu}$. Скорость конвекции w описывается уравнением Пуассона, температура – уравнением переноса с теплопроводностью

$$\Delta' w = -T_1, \quad \frac{dT_1}{dt} = \alpha I + \frac{\Delta' T_1}{\mathrm{Pe}_3}, \quad \mathrm{Pe}_3 = \mathrm{Pr}\sqrt{A}.$$

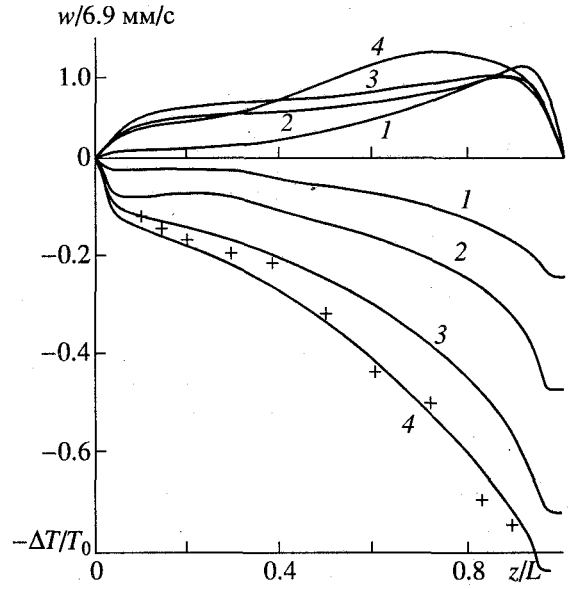

Рис. 1. Распределения скорости конвекции $w(0, 0, z)$ и возмущений температуры от высоты z/L при $t = 21$ (*1*), 63 (*2*), 210 (*3*), 378 с (*4*); точки – экспериментальные данные [10, рис. 4]. Параметры подобия: $N_\alpha = 1.07$; $N = 0.196$; $\mathrm{F} \gg 1$; $A = 0.00145$; $\mathrm{Pr} = 625$ (кремнийорганическая жидкость ПЭС-4); $L/a = 60$.

4. С л а б а я в я з к а я к о н в е к ц и я ($\mathrm{Re}_4 \ll 1$) п р и б о л ь ш о й т е п л о п р о в о д н о с т и, $\mathrm{Pr} \geq 1$ ($\mathrm{Pe}_4 \ll 1$). В уравнениях (1.2), (1.3) малы конвективные члены. Характерные времена равны τ_ν. Скорость конвекции и температура описываются системой уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = T_1 + \Delta' w, \quad \frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha I + \frac{\Delta' T_1}{\mathrm{Pr}},$$

$$Q_4 = \frac{\tau_\nu}{\tau_T}, \quad V_4 = \frac{V_g\tau_\chi^2}{\tau_T\tau_g}.$$

Параметр подобия – число Прандтля.

5. С л а б а я в я з к а я к о н в е к ц и я ($\mathrm{Re}_5 \ll 1$) с п р е о б л а д а ю щ е й н а д в я з к о с т ь ю т е п л о п р о в о д н о с т ь ю, $\mathrm{Pr} \ll 1$ ($\mathrm{Pe}_5 \ll 1$). Температурное поле T_1 с масштабом нагрева $Q_5 = \tau_\chi/\tau_T$ устанавливается за более короткое время τ_χ по сравнению со временем τ_ν развития скорости конвекции $V_5 = \frac{V_g\tau_\nu\tau_\chi}{\tau_T\tau_g}$:

$$\Delta' T_1 = -\alpha I, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = T_1 + \Delta' w.$$

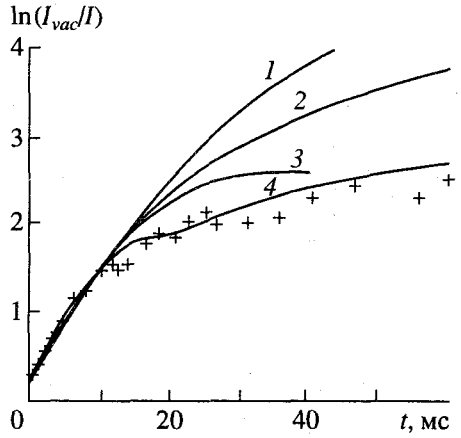

Рис. 2. Зависимость от времени интенсивности пучка $I(0, 0, L, t)/I_{vac}$ (где $I_{vac} = I_*/(1 + F^{-2})$ – интенсивность в вакууме) для условий эксперимента [2, рис. 9, 10]. Кривая *1* – без учета теплопроводности и конвекции; *2* – с учетом теплопроводности, $\chi_0 = 1.14x \cdot 10^{-5}$ м^2/с; *3* – с учетом конвекции (увеличенной в 100 раз); *4* – с увеличенной за счет турбулентности температуропроводностью $\chi = \chi_0/[0.2 + 0.8[1 - \exp(-(t/6\ \text{мс})^2)]]$; точки – эксперимент. Параметры подобия: Pr = 0.770; $A = 0.387$; $N = 48.8$; $N_\alpha = 0.2$; F = 1.33.

Расчеты были выполнены в замкнутом сосуде большого объема с поперечным размером порядка высоты L для режимов 1, 3, 4 по методике [7]. Сравнение режимов 1 и 3 показало существенные отличия, в первую очередь, в распределении скорости по высоте z. На больших временах установление неполное, в режиме 1 наблюдаются малые колебания около средних значений, в режиме 3 – медленный рост температуры. На рис. 1 показано удовлетворительное соответствие распределений температуры по высоте с экспериментальными данными в жидкости ([10], рис. 4) в режиме 3.

Эксперименты в углекислом газе с вертикальным пучком CO_2-лазера [2] были выполнены в условиях режима 4, близких к условиям режима 5. Учет молекулярной теплопроводности не дает удовлетворительного описания экспериментальных данных (рис. 2, кривая *2*), как и учет искусственно увеличенной конвекции (*3*). Зафиксированные в эксперименте турбулентные пульсации физических величин говорят о возможности значительного возрастания теплоотвода за счет турбулентности через интервал времени, не превышающий 10 мс. Кривая *4*, соответствующая экспериментальным данным, получена при увеличении в пять раз температуропроводности среды. Расчетные распределения интенсивности $I(r)$ также соответствуют экспериментальным профилям в моменты времени t = 2.2, 5.5, 12, 20 мс [2, рис. 9].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 95–01–00453).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akchmanov S.A., Krindach D.P., Migulin A.V et al.* // IEEE J. Quantum Electronics. 1968. V. QE-4. № 10. P. 568–575.
2. *Chodzko R.A., Lin S.C.* // AIAA J. 1971. V. 9. № 6. P. 1105–1112.
3. *Bisonnette L.R.* // Appl. Opt. 1973. V. 12. № 4. P. 719–728.
4. *Герасимов Б.П., Гордиенко В.М., Сухоруков А.П.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. № 12. С. 2485–2493.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. *Петрищев В.А., Шеронова Н.М., Яшин В.Е.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 7. С. 963–974.
7. *Кучеров А.Н.* // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. № 12. С. 1519–1527.
8. *Shuster J.P., Li W.O., McLean W.J.* // AIAA Paper № 80–1522. AIAA 15-th Thermophys. Conf. Snowmass, Colorado. 1980.
9. *Гурвич А.С., Зуев В.И.* Экспериментальное исследование конвекции, наведенной мощным лазерным излучением. Препринт ИФА АН СССР. М., 1987. 40 с.
10. *Богатуров А.Н., Зуев В.И., Ольхов В.М.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 8. С. 152–165.
11. *Герасимов Б.П., Гордиенко В.М., Калачинская И.С., Сухоруков А.П.* Численное исследование фотоабсорбционной конвекции в вертикальной цилиндрической трубе. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1975. 31 с.
12. *Horn W.P., Sheldon M.S., de Boer P.C.T.* // J. Phys. Chem. 1986. V. 90. № 11. P. 2541–2548.
13. *Галич А.Е., Петрущенко В.А.* // ИФЖ. 1994. Т. 66. № 5. С. 547–555.