

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. Sh. Shagapov, O. R. Nurislamov, The flow of liquid past a plate with boiling and injection of gas, *TVT*, 2010, Volume 48, Issue 4, 582–591

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.86

March 16, 2025, 22:09:14



УДК 532.58

## ОБ ОБТЕКАНИИ ПЛАСТИНЫ ЖИДКОСТЬЮ СО ВСКИПАНИЕМ И ВДУВОМ ГАЗА

© 2010 г. В. Ш. Шагапов\*, О. Р. Нурисламов\*\*

\*Институт механики Уфимского научного центра РАН, г. Уфа

\*\*Бирская государственная социально-педагогическая академия

Поступила в редакцию 20.01.2009 г.

Рассмотрена классическая модельная задача о пограничном слое для обтекания пластины жидкостью с учетом вдува парогазовой смеси с ее поверхности. Полученные автомодельные решения позволяют оценить характерные значения толщины парогазового слоя, величину коэффициента теплопередачи в зависимости от температур жидкости, интенсивности вдува и состава вдуваемой смеси и скорости обтекания. Кроме того, рассмотрена проблема снижения гидродинамического сопротивления за счет паровой и парогазовой “смазки” из-за вскипания жидкости и вдува с поверхности пластины парогазовой смеси. Проанализирована возможность появления паровой пленки за счет сил вязкостного трения для случая, когда жидкость находится вблизи точки кипения.

### ВВЕДЕНИЕ

Задача о течении жидкости, сопровождаемом пристеночным вскипанием из-за гигантских тепловых нагрузок, вызывает все более возрастающий интерес [1–9]. Это связано, прежде всего, с изучением механизмов, определяющих критические тепловые потоки в энергетических установках, а также с анализом условий безаварийной работы устройств, содержащих энергонапряженные элементы. Кроме того, в ряде случаев пристеночное кипение с образованием парового и газового подшипника представляет интерес с точки зрения снижения гидродинамического сопротивления. Такие ситуации возможны, в частности, при фильтрационном течении кипящих и газонасыщенных жидкостей [10, 11].

При течении различных жидкостей вблизи поверхностей нагрева наблюдается множество режимов вскипания. В данной же работе задача решается при условии, что на всем протяжении пластины образуется сухое пятно.

Инжекция газа даже в очень небольших дозах в пристеночный слой при обтекании пластины жидкостью существенно изменяет гидродинамическую и теплофизическую картину в этом слое. Это в свою очередь сказывается в резких изменениях гидродинамического сопротивления, а также в интенсивности теплообмена. Кроме того, из-за совместного проявления эффектов фазовых переходов и тепломассопередачи возможны режимы течения с температурной “ямой”, при которой испарение жидкости происходит за счет тепла, полученного как от стенки, так и от самой жидкости. Для более детального анализа этих явлений здесь в рамках теории ламинарного погра-

ничного слоя рассматривается модельная задача об обтекании полубесконечной пластины жидкостью с учетом инжекции газа, содержащего также пары жидкости. При этом температура инжектируемого газа может отличаться от температуры окружающей жидкости. Поэтому в задаче наряду с эффектами теплопроводности необходимо учесть фазовые переходы, сопровождаемые диффузией.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения для течений вблизи стенок с образованием тонких слоев конденсата или пара, а также условия на поверхности разрыва для таких течений в наиболее общем виде представлены и достаточно подробно описаны и проанализированы в [12]. Некоторые аспекты задачи об обтекании пластины со вскипанием рассмотрены в [13–15].

Пусть пристеночное течение жидкости сопровождается вдувом парогазовой смеси. Будем полагать, что образуются две области, а именно область течения парогазовой смеси вблизи пластины и область течения непосредственно жидкости, которые разделены некоторой поверхностью. Течение считаем установившимся. Будем пренебрегать зависимостью плотности, вязкости, теплопроводности и теплоемкости сред от температуры.

Основные уравнения, описывающие движение парогазовой смеси с учетом диффузионных процессов ( $x > 0$ ,  $0 < y < y(s)(x)$ ), следуя и обобщая [12, 14], запишем в виде

$$\frac{\partial u_{gv}}{\partial x} + \frac{\partial v_{gv}}{\partial y} = 0,$$

$$\rho_{gv} \left( u_{gv} \frac{\partial u_{gv}}{\partial x} + v_{gv} \frac{\partial v_{gv}}{\partial y} \right) = \mu_{gv} \frac{\partial^2 u_{gv}}{\partial y^2},$$

$$u_{gv} \frac{\partial k_v}{\partial x} + v_{gv} \frac{\partial k_v}{\partial y} = D \frac{\partial^2 k_v}{\partial y^2},$$

(1)

$$\rho_{gv} c_{gv} \left( u_{gv} \frac{\partial T_{gv}}{\partial x} + v_{gv} \frac{\partial T_{gv}}{\partial y} \right) = \lambda_{gv} \frac{\partial^2 T_{gv}}{\partial y^2} + \mu_{gv} \left( \frac{\partial u_{gv}}{\partial y} \right)^2.$$

Основные уравнения, описывающие движение жидкости ( $x > 0, y > y_s(x)$ ), имеют вид

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0,$$

$$\rho_i \left( u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) = \mu_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2},$$

$$\rho_i c_i \left( u_i \frac{\partial T_i}{\partial x} + v_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) = \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} + \mu_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial y} \right)^2.$$

(2)

Здесь  $u_i, v_i$  – соответственно продольная и поперечная составляющие скорости частиц;  $T_i$  – температура;  $\rho_i$  – плотность;  $c_i$  – удельная теплоемкость;  $\lambda_i$  – теплопроводность;  $\mu_i$  – динамическая вязкость;  $k_v$  – массовая концентрация пара в парогазовой смеси;  $D$  – коэффициент диффузии. Нижние индексы  $i = l, gv$  относятся соответственно к жидкости и парогазовой смеси.

Уравнения (1) и (2) необходимо дополнить граничными условиями. На поверхности пластины ( $x > 0, y = 0$ ) примем

$$u_{gv} = 0, \quad T_{gv} = T_w, \quad \rho_{gv} v_{gv}^{(0)} k_v^{(0)} =$$

$$= \rho_{gv} v_{gv0} k_{v0} - \rho_{gv} D \frac{\partial k_v}{\partial y}, \quad v_{gv}^{(0)} = v_{gv0}$$

(3)

где  $k_v^{(0)}, v_{gv}^{(0)}$  – концентрация пара и скорость вдуваемой парогазовой смеси;  $k_{v0}, v_{gv0}$  – концентрация пара и скорость парогазовой смеси на поверхности пластины.

Будем полагать, что поперечная составляющая скорости зависит от координаты по следующему закону:

$$v_{gv} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}. \tag{4}$$

Это условие обеспечивает автомодельность решения.

Вдали от поверхности пластины ( $y \rightarrow \infty$ ) выполняются условия

$$u_i = U, \quad T_i = T_0. \tag{5}$$

Запишем также условия сшивки на границе  $y = y_s(x)$ . Из закона сохранения масс следует

$$\rho_{gv} v_{gvn} = \rho_l v_{ln} = -j, \tag{6}$$

где  $v_{gvn}$  и  $v_{ln}$  – нормальные к поверхности фазовых переходов составляющие скорости;  $j$  – интенсивность испарения, отнесенная к единице площадки межфазной поверхности. Поскольку в процессе фазовых переходов участвует только пар, на границе  $y = y_s(x)$  можем также записать

$$\rho_v v_{vnl} = \rho_{gv} v_{gvnl}, \tag{7}$$

где  $\rho_v$  и  $v_{vnl}$  – парциальная плотность и средне-массовая скорость пара.

Из условий (6) и (7) в приближении тонкого парогазового слоя следует

$$\rho_v (v_v - u_v \operatorname{tg} \beta) = \rho_{gv} (v_{gv} - u_{gv} \operatorname{tg} \beta) = \rho_l (v_l - u_l \operatorname{tg} \beta), \tag{8}$$

где  $\beta$  – угол между касательной к границе фазовых переходов и поверхностью пластины.

Принимая для процесса перемешивания пара и газа закон Фика в виде

$$\rho_v \mu_v = \rho_v \mu_{gv} - \rho_{gv} D \frac{\partial k_v}{\partial x}, \quad \rho_v v_v = \rho_v v_{gv} - \rho_{gv} D \frac{\partial k_v}{\partial y}, \tag{9}$$

на основе первого равенства из (8) с учетом (9) можем получить

$$\left( (1 - k_v) v_{gv} + D \frac{\partial k_v}{\partial y} \right) -$$

$$- \left( (1 - k_v) u_{gv} + D \frac{\partial k_v}{\partial x} \right) \operatorname{tg} \beta = 0. \tag{10}$$

Для горизонтальных составляющих скоростей и касательных напряжений примем условия непрерывности

$$u_{gv} = u_i, \quad \mu_{gv} \frac{\partial u_{gv}}{\partial y} = \mu_i \frac{\partial u_i}{\partial y}. \tag{11}$$

Полагая, что температура на межфазной границе непрерывна и равна температуре  $T_{(s)}$ , имеем

$$T_{gv} = T_l = T_{(s)}, \quad -\lambda_{gv} \frac{\partial T_{gv}}{\partial y} + \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial y} = j l, \tag{12}$$

где  $l$  – скрытая теплота парообразования жидкости. Второе уравнение в (12) выражает условие баланса тепла. Кроме того, на этой границе массовая концентрация пара должна удовлетворять условию  $k_v = k_{v(s)}$ . Для определения величины массовой концентрации пара  $k_{v(s)}$  на межфазной границе  $y = y_s(x)$  примем, что для пара выполняется условие фазового равновесия, согласно которому парциальное давление  $p_v$  равно равновесному давлению, соответствующему значению температуры  $T_{(s)}$ . Эта зависимость хорошо описывается выражением [16]

$$p_{v(s)} = p^* e^{-T^*/T_{(s)}}. \tag{13}$$

Здесь  $T_*$  и  $p_*$  — эмпирические параметры, зависящие от жидкости. Для парогазовой смеси и пара запишем уравнение Клапейрона—Менделеева с учетом закона Дальтона

$$p = (\rho_{g(s)}R_g + \rho_{v(s)}R_v)T_{(s)}, \quad p_{v(s)} = \rho_{v(s)}R_vT_{(s)}, \quad (14)$$

где  $R_g$  и  $R_v$  — приведенные газовые постоянные для газа и пара.

Из уравнений (14) с учетом (13) получим зависимость между концентрацией пара  $k_{v(s)}$  и температурой  $T_{(s)}$  межфазной поверхности

$$\frac{k_{v(s)}R_v}{k_{v(s)}R_v + (1 - k_{v(s)})R_g} = \frac{p_*e^{-T_*/T_{(s)}}}{p}, \quad (15)$$

$$k_{v(s)} = \frac{\rho_{v(s)}}{\rho_{v(s)} + \rho_{g(s)}}.$$

Для дальнейшего введем коэффициент теплопередачи

$$\alpha_{gv} = -\frac{\lambda_{gv}}{T_w - T_0} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (16)$$

Как и в случае обтекания пластины однородной средой, рассматриваемая задача в рамках принятых допущений является автомодельной. Введем автомодельную переменную и безразмерные температуры

$$\xi = \frac{y}{\sqrt{xv_l/U}}, \quad \theta_i = \frac{T_i}{T_0}, \quad \left( v_l = \frac{\mu_l}{\rho_l} \right),$$

а также функцию тока  $\psi_i$

$$u_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial y}, \quad v_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial x} \quad (17)$$

и представим ее в виде

$$\psi_i = \sqrt{v_l U x} \varphi_i(\xi) \quad (i = gv, l). \quad (18)$$

Линию, описывающую границу фазовых переходов, будем искать из условия

$$y_{(s)}(x) = \xi_{(s)} \sqrt{xv_l/U}.$$

Таким образом, задача об определении этой границы сводится к нахождению значения безразмерной переменной  $\xi_{(s)}$ .

Из системы уравнений (1) в автомодельном приближении для безразмерных переменных в области течения парогазовой смеси ( $0 < \xi < \xi_{(s)}$ ) получим

$$\ddot{\varphi}_{gv} = -\tilde{\nu} \varphi_{gv} \ddot{\varphi}_{gv}, \quad \dot{k}_v + \frac{1}{2} \tilde{\nu} Sc^{-1} \varphi_{gv} \dot{k}_v = 0,$$

$$\ddot{\theta}_{gv} = -Pr_{gv} \left( \frac{1}{2} \tilde{\nu} \dot{\theta}_{gv} \varphi_{gv} + Ec_{gv} \dot{\varphi}_{gv}^2 \right), \quad (19)$$

$$\tilde{\nu} = \frac{v_l}{v_{gv}}, \quad Ec_{gv} = \frac{U^2}{c_{gv} T_0}, \quad Pr_{gv} = \frac{\mu_{gv} c_{gv}}{\lambda_{gv}}, \quad Sc = \frac{D}{v_{gv}}.$$

В области течения жидкости ( $\xi_{(s)} < \xi < \infty$ )

$$\ddot{\varphi}_l = -\frac{1}{2} \varphi_l \ddot{\varphi}_l, \quad \ddot{\theta}_l = -Pr_l \left( \frac{1}{2} \dot{\theta}_l \varphi_l + Ec_l \dot{\varphi}_l^2 \right), \quad (20)$$

$$Ec_l = \frac{U^2}{c_l T_0}, \quad Pr_l = \frac{\mu_l c_l}{\lambda_l}.$$

В уравнениях (19) и (20) верхние точки над  $\varphi$  и  $\theta$  означают производные по  $\xi$ .

Граничные условия на поверхности пластины (3), (4) и на бесконечности (5) примут вид

$$\dot{\varphi}_{gv} = 0, \quad \theta_{gv} = \theta_w, \quad k_{v0} = \frac{1}{\varphi_{gv0}} \left( k_v^{(0)} \varphi_{gv}^{(0)} - 2 \frac{D}{v_l} \dot{k}_{v(s)} \right), \quad (21)$$

$$\varphi_{gv}^{(0)} = \varphi_{gv0} \quad (\xi = 0),$$

$$\varphi_l = 1, \quad \theta_l = \theta_0 = 1 \quad (\xi \rightarrow \infty). \quad (22)$$

На границе фазовых переходов ( $\xi = \xi_{(s)}$ ) из (11) и (12) следует

$$\dot{\varphi}_{gv} = \dot{\varphi}_l, \quad \ddot{\varphi}_{gv} = \tilde{\mu} \ddot{\varphi}_l$$

$$(\tilde{\mu} = \mu_l / \mu_{gv}), \quad (23)$$

$$\theta_{gv} = \theta_l = \theta_{(s)}, \quad -\dot{\theta}_{gv} + \tilde{\lambda} \dot{\theta}_l = \frac{1}{2} \tilde{\nu} \frac{Pr_{gv}}{Ja_{gv}} \varphi_{gv}$$

$$k_v = k_{v(s)} \quad (Ja_{gv} = c_{gv} T_0 / l), \quad (24)$$

$$k_{v(s)} = (\tilde{R} \exp(\theta_*/\theta_{(s)}) / P_* - (\tilde{R} - 1))^{-1} \times$$

$$\times (\tilde{R} = R_v / R_g, \quad \theta_* = T_* / T_0, \quad P_* = p_* / p).$$

Условие баланса массы (8) на межфазной границе ( $\xi = \xi_{(s)}$ ) запишется в виде

$$2\dot{k}_v - \tilde{\nu} Sc^{-1} (1 - k_v) \varphi_{gv} = 0, \quad \tilde{\rho} \varphi_l = \varphi_{gv}$$

$$(\tilde{\rho} = \rho_l / \rho_{gv}). \quad (25)$$

Отметим, что граничному значению  $\varphi_{gv} = \varphi_{gv0}$  при  $\xi = 0$  в (21) соответствует, согласно формулам (17) и (18), интенсивность инжекции парогазовой смеси по закону

$$v_{g0} = v_{gv0} = -\frac{\varphi_{gv0}}{2} \sqrt{\frac{v_l U}{x}} \quad \text{при } y = 0. \quad (26)$$

Отсюда для средней скорости вдува  $\bar{v}_{gv0}$  для пластины длиной  $L$ , определяемой как

$$\bar{v}_{gv0} = \frac{1}{L} \int_0^L v_{gv0} dx, \quad (27)$$

имеем

$$\bar{v}_{gv0} = -\varphi_{gv0} \sqrt{\frac{v_l U}{L}}. \quad (28)$$

Таким образом, задача свелась к решению краевой задачи системы обыкновенных дифференциальных уравнений с промежуточной границей,

определяемой неизвестным значением автомобильной координаты  $\xi_{(s)}$ .

Коэффициент теплопередачи из (16) в безразмерных и автомобильных переменных будет иметь вид

$$\alpha_{gv} = -\lambda_{gv} \frac{T_0}{T_w - T_0} \dot{\theta}_{gv}(0) \frac{1}{\sqrt{xv_l/U}}. \quad (29)$$

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Для большинства сред кинематическая вязкость пара значительно выше, чем для жидкого состояния ( $\tilde{\nu} \ll 1$ ). Для воды, в частности, имеет место  $\tilde{\nu} \approx 10^{-1}$ . Тогда, пренебрегая слагаемыми с коэффициентом  $\tilde{\nu}$  в уравнениях (19), а также слагаемыми, связанными с вязкостным трением в уравнении теплопроводности, можем записать

$$\ddot{\varphi}_{gv} = 0, \quad \ddot{k}_{gv} = 0, \quad \ddot{\theta}_v = 0. \quad (30)$$

Решения этих уравнений, удовлетворяющие граничным условиям (21), могут быть представлены в виде

$$\varphi_{gv} = \varphi_{gv0} + (\varphi_{gv(s)} - \varphi_{gv0}) \left( \frac{\xi}{\xi_{(s)}} \right)^2, \quad (31)$$

$$k_v = k_{v0} + (k_{v(s)} - k_{v0}) \frac{\xi}{\xi_{(s)}}, \quad \theta_{gv} = \theta_w + (\theta_{(s)} - \theta_w) \frac{\xi}{\xi_{(s)}}.$$

С учетом решения (31) выражение (29) запишется как

$$\alpha_{gv} = \frac{\lambda_{gv} \theta_w - \theta_{(s)}}{\xi_{(s)} \theta_w - 1} \frac{1}{\sqrt{xv_l/U}}. \quad (32)$$

Используя эти решения, на основе условий (23)–(25) на границе фазовых переходов  $\xi = \xi_{(s)}$  получим выражения для определения значений  $\varphi_{l(s)}$ ,  $\dot{\varphi}_{l(s)}$  и  $\ddot{\varphi}_{l(s)}$ , а также  $\dot{\theta}_{l(s)}$  на этой границе

$$\varphi_{l(s)} = \frac{\varphi_{gv(s)}}{\tilde{\rho}}, \quad \dot{\varphi}_{l(s)} = \frac{2}{\xi_{(s)}} (\varphi_{gv(s)} - \varphi_{gv0}),$$

$$\ddot{\varphi}_{l(s)} = \frac{2}{\tilde{\mu} \xi_{(s)}^2} (\varphi_{gv(s)} - \varphi_{gv0}),$$

$$\theta_{l(s)} = \theta_{(s)}, \quad \dot{\theta}_{l(s)} = \frac{1}{\tilde{\lambda}} \left( \frac{\theta_{(s)} - \theta_w}{\xi_{(s)}} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\nu} \text{Pr}_{gv}}{\text{Ja}_{gv}} \varphi_{gv(s)} \right), \quad (33)$$

$$k_{v(s)} = (\tilde{R} \exp(\theta_*/\theta_{(s)}) / P_* - (\tilde{R} - 1))^{-1},$$

$$\xi_{(s)} = 2 \frac{\text{Sc}}{\tilde{\nu}} \frac{k_{v(s)} - k_{v0}}{(1 - k_{v(s)}) \varphi_{gv(s)}}.$$

Таким образом, задача свелась к решению уравнений (20) при граничных условиях (33). Отметим, что в эту систему граничных условий входят два неизвестных параметра  $\varphi_{gv(s)}$ ,  $\theta_{(s)}$ , требующих решения.

Выведем условие для минимальной толщины парогазового слоя, чтобы перепад скорости  $U$  между пластиной и жидкостью реализовался в основном в пристеночном слое. Для этого достаточно, чтобы

$$\frac{U}{\delta_l} \mu_l \gg \frac{U}{\delta_{gv}} \mu_{gv}. \quad (34)$$

Здесь  $\delta_l$  и  $\delta_{gv}$  – толщины пограничного слоя в жидкости и слоя парогазовой смеси.

Тогда, полагая, что  $\delta_l = \sqrt{xv_l/U}$  и  $\delta_{gv} = y_{(s)}(x) = \xi_{(s)} \delta_l$ , из (34) получим условие

$$\xi_{(s)} \gg \tilde{\mu}^{-1}. \quad (35)$$

При выполнении этого условия можно приближенно считать  $\dot{\varphi}_{gv} = 1$  при  $\xi = \xi_{(s)}$  ( $u_{gv} = U$  при  $y = y_{(s)}(x)$ ). С учетом этого решение для  $\varphi_{gv}$  из (31) будет иметь вид

$$\varphi_{gv} = \varphi_{gv0} + \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\xi_{(s)}^2}. \quad (36)$$

В области течения жидкости для функции  $\varphi_l$ , удовлетворяющей условию  $\dot{\varphi}_l = 1$  при  $\xi \geq \xi_{(s)}$  ( $u_l = U$  при  $y \geq y_{(s)}(x)$ ), а также первым двум условиям из (33), имеем

$$\varphi_l = \xi - \xi_{(s)}. \quad (37)$$

При выводе (37) учтено также, что  $\tilde{\rho} \gg 1$ . Используя выражения (37) на основе уравнения (20) и пренебрегая слагаемыми, учитывающими вязкость, получим решение в виде

$$\theta_l = \theta_{(s)} + (1 - \theta_{(s)}) \Phi(\sqrt{\text{Pr}_l}(\xi - \xi_{(s)})/2),$$

$$\left( \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\eta^2} d\eta \right). \quad (38)$$

Из уравнения теплового баланса (последнее уравнение в (33)) с учетом (38) получим уравнение для определения значения автомобильной координаты  $\xi_{(s)}$ , соответствующей поверхности фазовых переходов

$$\tilde{\lambda} \sqrt{\frac{\text{Pr}_l}{\pi}} (1 - \theta_{(s)}) = \frac{\theta_{(s)} - \theta_w}{\xi_{(s)}} + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\nu} \text{Pr}_{gv}}{\text{Ja}_{gv}} \left( \varphi_{gv0} + \frac{\xi_{(s)}}{2} \right). \quad (39)$$

### КОЭФФИЦИЕНТ СНИЖЕНИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Для анализа эффективности образования парогазового слоя на теплопередачу между пластиной и жидкостью введем коэффициент снижения теплопередачи  $\tilde{\alpha}$ . Этот коэффициент определим как отношение интенсивности теплопередачи при отсутствии парогазовой пленки к интенсивности, когда образуется парогазовый слой, для одного и

того же перепада температуры  $\Delta T$  между пластиной и потоком жидкости ( $\Delta T = T_w - T_0$ )

$$\tilde{\alpha} = \lambda_l \left( \frac{\partial T_l}{\partial y} \right)_{y=0} / \lambda_{gv} \left( \frac{\partial T_{gv}}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (40)$$

Этот коэффициент можно представить в виде

$$\tilde{\alpha} = \alpha_l / \alpha_{gv}, \quad \alpha_l = -\frac{\lambda_l}{T_w - T_0} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (41)$$

Здесь  $\alpha_{gv}$  определяется формулой (16). Для автомодельной задачи из (41) с учетом (29) имеем

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\lambda} \dot{\theta}_l(0) / \dot{\theta}_{gv}(0). \quad (42)$$

Если, кроме этого, учесть (32), то отсюда следует

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\lambda} \dot{\theta}_l(0) \xi_{(s)} / (\theta_w - \theta_{(s)}). \quad (43)$$

### ОБРАЗОВАНИЕ ПАРОВОГО СЛОЯ ЗА СЧЕТ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

Проанализируем возможность снижения сопротивления пластины при обтекании жидкостью, находящейся вблизи точки кипения, из-за образования парового слоя только за счет проявления вязкого трения в самом паровом слое. Для этого случая на основе уравнения теплопроводности пара (19), пренебрегая первым слагаемым в правой части и используя выражение для  $\varphi_v$  из (31), получим следующее решение:

$$\theta_v = \frac{2Pr_v Ec_v \varphi_{vs}^2}{\xi_s^2} \left( 1 - \left( \frac{\xi}{\xi_s} \right)^2 \right) + 1,$$

удовлетворяющее на поверхности пластины условию отсутствия теплового потока. Поскольку жидкость имеет температуру насыщения ( $T_0 = T_s$ ), из условия теплового баланса (24) получим выражение, связывающее  $\varphi_{vs}$  с  $\xi_s$ :

$$\varphi_{vs} = \frac{1}{8Ja_v Ec_v} \tilde{v} \xi_s^3. \quad (44)$$

Найдем условия, когда перепад скоростей определяется в паровом слое. Полагая в (29)  $\varphi_{vs} = \xi_s/2$  ( $\dot{\varphi}_{vs} = 1$ ), для  $\xi_s$  получим

$$\xi_s = 2 \left( \frac{Ja_v Ec_v}{\tilde{v}} \right)^{1/2}.$$

Тогда из условия (33) имеем следующее условие для скорости пластины, когда сопротивление пластины будет определяться слоем пара, образованным за счет тепла из-за вязкостного трения:

$$U \gg U_*, \quad U_* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_v \rho_v}{\mu_l \rho_l}}. \quad (45)$$

В случае воды ( $\rho_v = 0.589 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_v = 1.2 \times 10^{-5} \text{ кг/(м с)}$ ,  $\mu_l = 10^{-3} \text{ кг/(м с)}$ ,  $L = 2.256 \times 10^6 \text{ Дж/кг}$ ) и жидкости FC-72 ( $\rho_v = 15.4 \text{ кг/м}^3$ ,

$\rho_l = 1580 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_v = 1.2 \times 10^{-5} \text{ кг/(м с)}$ ,  $\mu_l = 4.1 \times 10^{-4} \text{ кг/(м с)}$ ,  $L = 9.11 \times 10^4 \text{ Дж/кг}$ ) при  $p = 0.1 \text{ МПа}$  для критической скорости на основе (45) имеем  $U_* \approx 2 \text{ м/с}$  и  $U_* \approx 3 \text{ м/с}$  соответственно.

### О СНИЖЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ

Проанализируем эффективность образования парового слоя на снижение силы сопротивления пластины. В случае отсутствия парового слоя сила сопротивления пластины  $F_l$ , имеющей ширину  $a$  и длину  $b$  [14], определяется выражением

$$F_l = 4\beta a \sqrt{\rho_l \mu_l} U^3, \quad \beta = 0.33. \quad (46)$$

В случае наличия паровой “смазки” сила сопротивления, определяемая из соотношений

$$F_{gv} = 2a \int_0^b \tau_{gv} dx, \quad \tau_{gv} = \mu_{gv} \left. \frac{\partial u_{gv}}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (47)$$

может быть представлена в виде

$$F_{gv} = 4\ddot{\varphi}_{gv}(0) a \sqrt{\frac{\rho_{gv} \mu_{gv} U^3 b}{\tilde{v}}}. \quad (48)$$

Введем коэффициент снижения сопротивления

$$\tilde{F} = \frac{F_l}{F_{gv}}. \quad (49)$$

Тогда с учетом (46) и (48) для коэффициента снижения сопротивления будем иметь

$$\tilde{F} = \frac{\beta \tilde{\mu}}{\ddot{\varphi}_{gv}(0)}. \quad (50)$$

С учетом выражения для  $\varphi_v$  из (31) получим

$$\tilde{F} = \frac{1}{2} \frac{\beta \xi_{(s)}^2 \tilde{\mu}}{\varphi_{gv(s)} - \varphi_{gv0}}. \quad (51)$$

В случае толстого парового слоя, когда имеет место (36), для коэффициента снижения сопротивления получим

$$\tilde{F} = \beta \xi_{(s)} \tilde{\mu}. \quad (52)$$

### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Численное решение задачи осуществлялось методом пристрелки, который заключался в следующем. В паровом слое ( $0 < \xi < \xi_{(s)*}$ ) использовались аналитические решения (31) при произвольно заданных значениях  $\varphi_{gv(s)*}$ ,  $\theta_{gv(s)*}$ . При этом значение автомодельной координаты межфазной границы при заданных  $\varphi_{gv(s)*}$  и  $\theta_{gv(s)*}$  определялось на основе последнего выражения из (33). Далее с учетом граничных условий (33) решение системы (20) в области жидкости осуществлялось численным методом Рунге—Кутты.

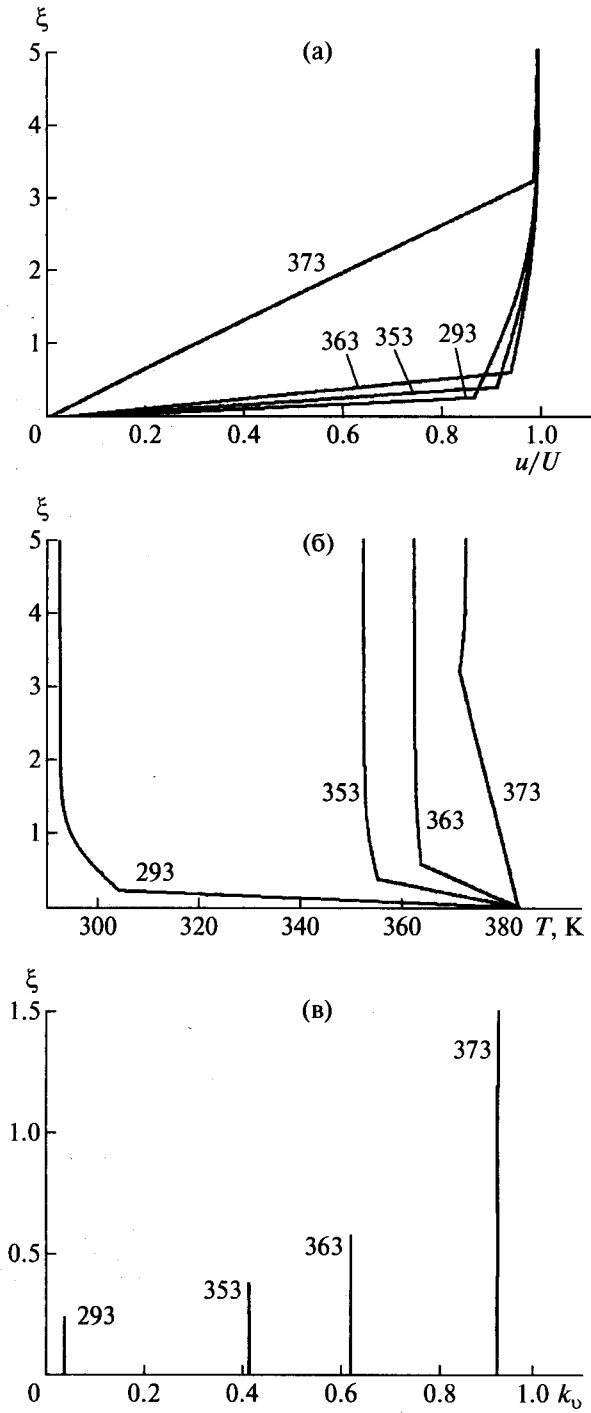


Рис. 1. Распределение скорости (а), температуры (б) и концентрации пара (в) вблизи стенки при различных значениях температуры воды.

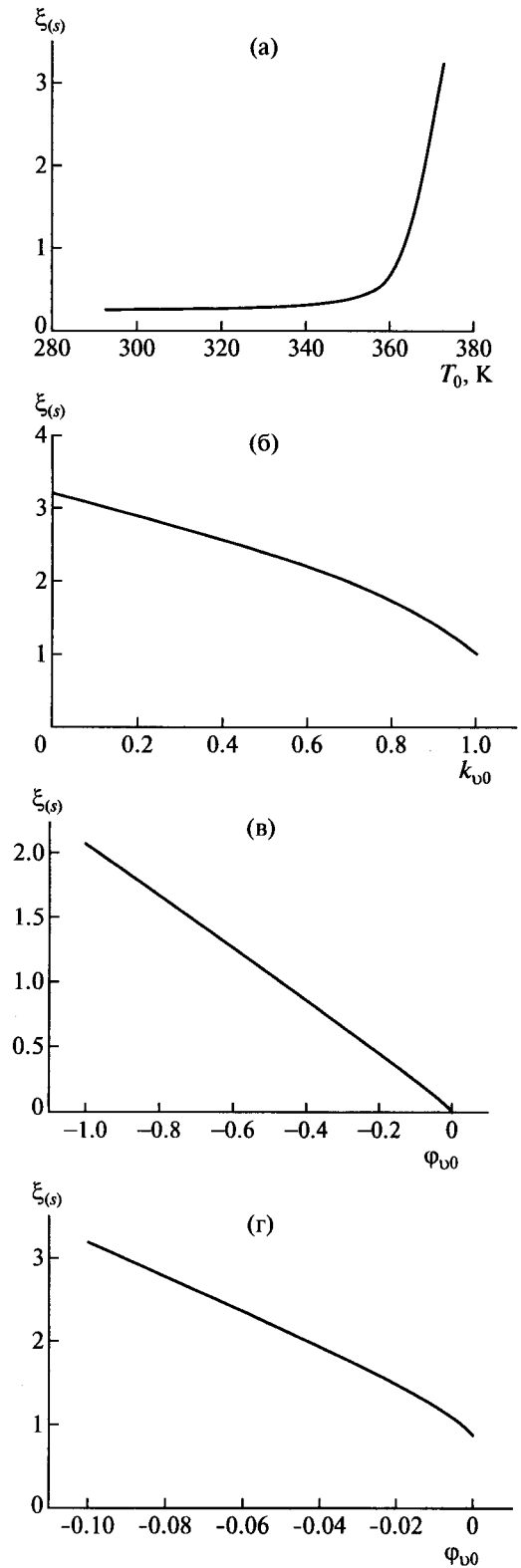
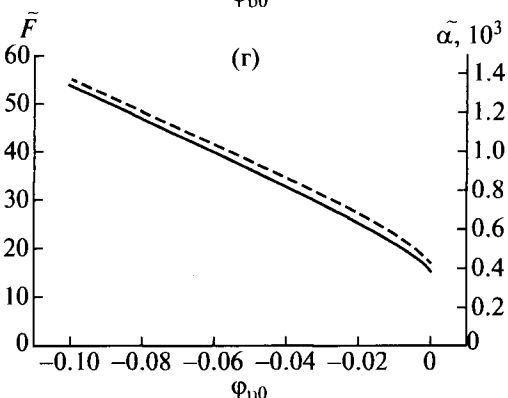
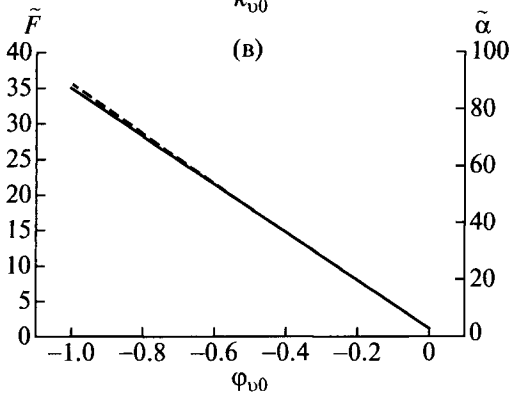
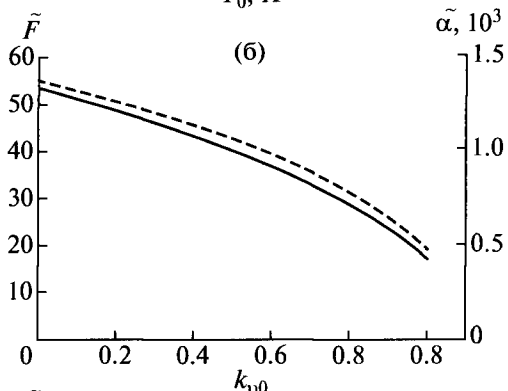
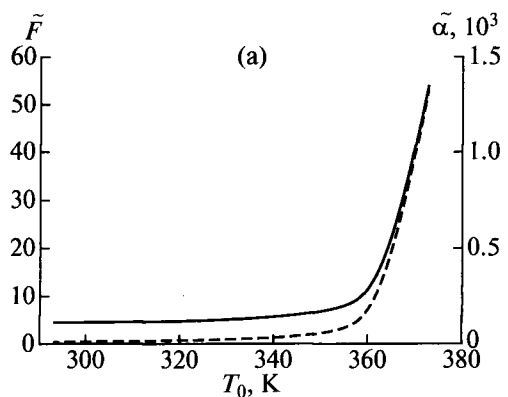


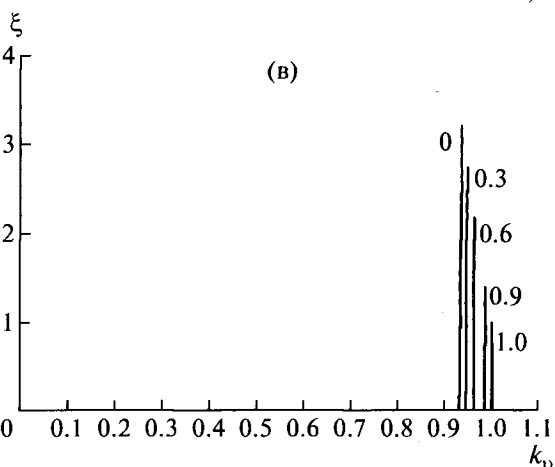
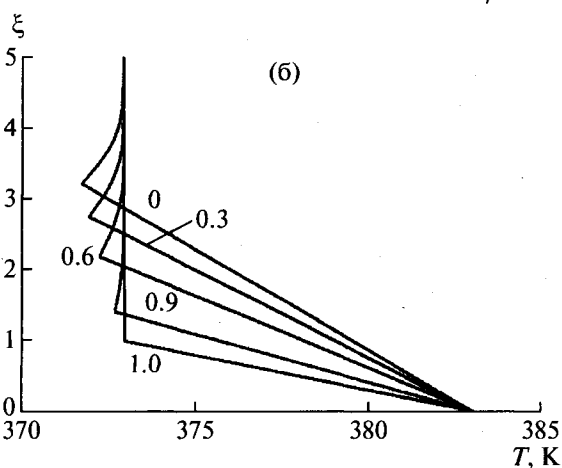
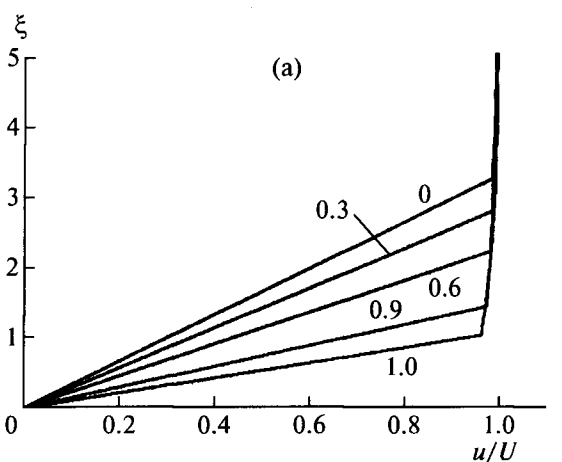
Рис. 2. Зависимости толщины парогазового слоя от: (а) — температуры воды ( $T_w = 383 K$ ), (б) — концентрации пара во вдуваемой парогазовой смеси ( $T_w = 383 K$  и  $T_0 = 373 K$ ), (в) — интенсивности вдува "чистого" газа ( $T_0 = 293 K$ ), (г) — интенсивности вдува "чистого" газа ( $T_0 = 373 K$ ).

Подбор значений для  $\Phi_{gv(s)*}$  и  $\theta_{gv(s)*}$  продолжался до тех пор, пока граничные условия (22) не выполнялись с заданной точностью.

В качестве жидкости бралась вода, а в качестве газа — воздух. Все нижеперечисленные результаты



**Рис. 3.** Зависимости коэффициентов снижения сил сопротивления (сплошная кривая) и теплопередачи (пунктирная кривая) от: (а) — температуры воды ( $T_w = 383$  К), (б) — концентрации пара во вдуваемой парогазовой смеси ( $T_w = 383$  К и  $T_0 = 373$  К), (в) — интенсивности вдува “чистого” газа ( $T_0 = 293$  К), (г) — интенсивности вдува “чистого” газа ( $T_0 = 373$  К).



**Рис. 4.** Распределение скорости (а), температуры (б) и концентрации пара (в) вблизи стенки при различных значениях концентрации пара во вдуваемой парогазовой смеси.

получены для обтекания пластины со скоростью  $U = 1$  м/с при значении давления  $p = 0.1$  МПа. На рис. 1 представлены профили скоростей, температуры и концентрации пара при обтекании пластины, сопровождаемом вдувом чистого газа при температуре  $T_w = 383$  К. Числа на кривых соответ-



ствуют температуре жидкости  $T_0$  вдали от пластины в Кельвинах. Для безразмерного параметра, определяющего интенсивность вдува, принято  $\varphi_{gv0} = -10^{-1}$  (средняя скорость вдува с пластины длиной  $L = 1$  м составляла  $\bar{v}_{gv0} = -10^{-4}$  м/с). Из этих графиков видно, что толщина парогазового слоя сильно зависит от температуры окружающей жидкости. С ростом температуры жидкости растет интенсивность испарения, и вследствие этого происходит увеличение толщины парогазового слоя (рис. 2а), что в свою очередь приводит к снижению сил сопротивления, а также интенсивности теплопередачи (рис. 3а). При этом наибольший эффект наблюдается при температуре жидкости, близкой к температуре кипения.

На рис. 4 иллюстрируются зависимости гидродинамических и температурных полей вблизи пластины от массового паросодержания во вдуваемой парогазовой смеси ( $\varphi_{v0} = -10^{-1}$ ,  $T_0 = 373$  К и  $T_w = 383$  К). При малых содержаниях пара во вдуваемой парогазовой смеси вследствие большой интенсивности испарения с межфазной поверхности наблюдается образование температурной “ямы”. Увеличение паросодержания сопровождается снижением интенсивности испарения, что приводит к уменьшению температурной “ямы”, а также к уменьшению толщины парогазового слоя (рис. 2б). Влияние этого обстоятельства на силы сопротивления и интенсивность теплопередачи можно видеть на рис. 3б.

На рис. 5 показано влияние температуры вдуваемого газа на поля скорости, температуры и концентрации пара при температуре окружающей жидкости  $T_0 = 293$  К и при интенсивности вдува  $\varphi_{gv0} = -10^{-1}$ . Из этих графиков следует, что толщина парогазового слоя и температура на межфазной поверхности слабо зависят от температуры вдуваемого газа. Это связано с тем, что в случае “холодной” жидкости лишь малая доля тепла, подводимая с пластины, затрачивается на образование пара на межфазной границе, а основное тепло отводится в жидкость.

Зависимости распределения гидродинамических, температурных полей и коэффициентов снижения сопротивления и теплопередачи от интенсивности вдува чистого газа ( $k_{v0}^{(0)} = 0$ ) при  $T_0 = 293$  К и  $T_w = 383$  К проиллюстрированы на рис. 6 и рис. 3в. Видно, что только при достаточно больших интенсивностях вдува ( $|\varphi_{gv0}| \sim 1$ ) происходит заметное изменение толщины пристеночного слоя. Случай отсутствия вдува соответствует случаю обтекания пластины со вскипанием вблизи поверхности. Поэтому толщина пристеночно-

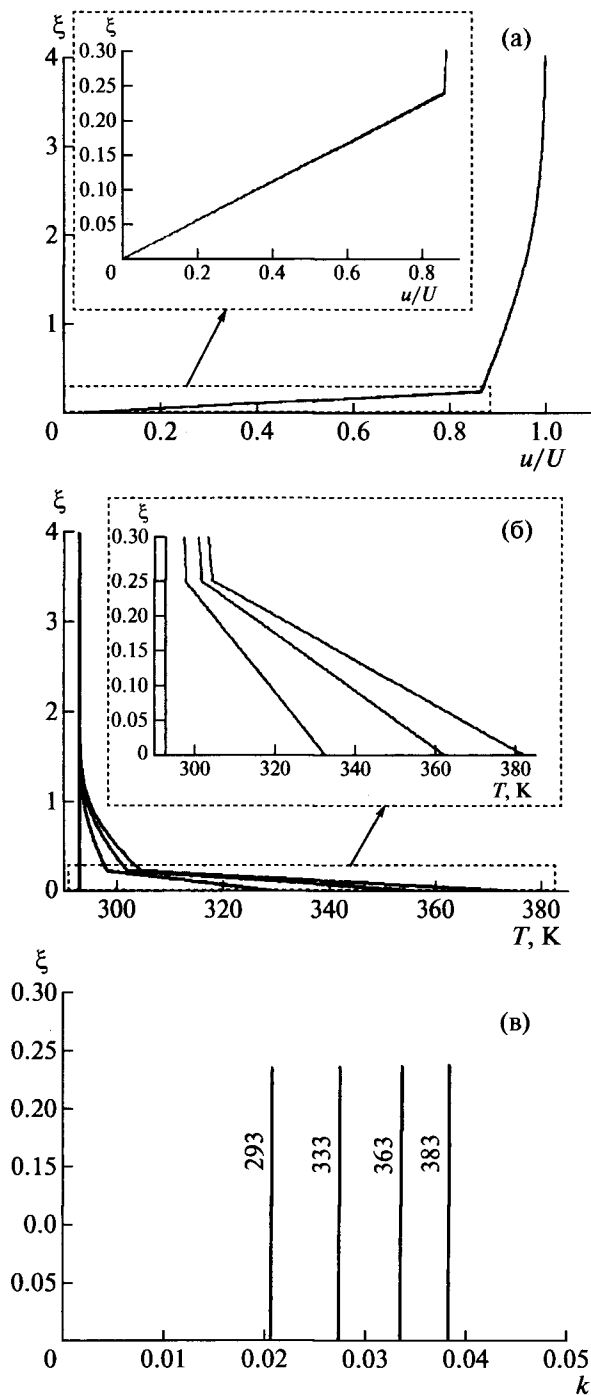


Рис. 5. Распределение скорости (а), температуры (б) и концентрации пара (в) вблизи стенки при различных значениях температуры вдуваемого газа.

го слоя в этом случае полностью определяется парообразованием (рис. 2в).

Распределения гидродинамических, температурных полей и коэффициентов снижения сопротивления и теплопередачи в зависимости от интенсивности вдува “чистого” газа ( $k_{v0}^{(0)} = 0$ ) при

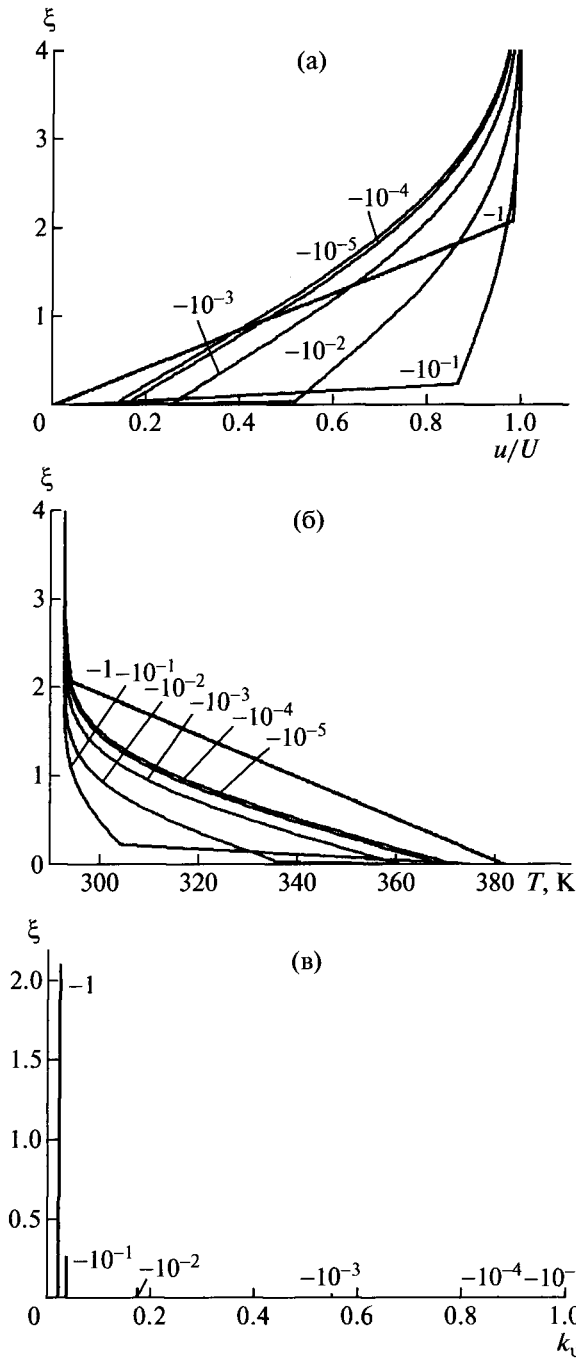


Рис. 6. Распределение скорости (а), температуры (б) и концентрации пара (в) вблизи стенки при различных интенсивностях вдува "чистого" газа ( $T_0 = 293$  К).

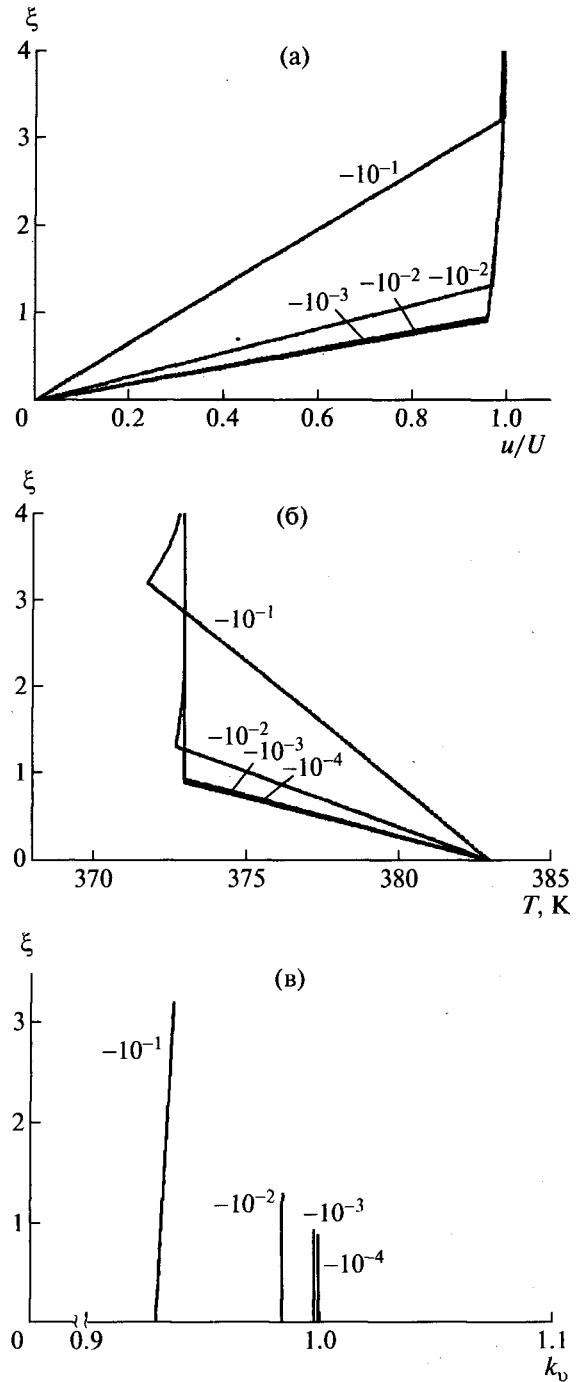


Рис. 7. Распределение скорости (а), температуры (б) и концентрации пара (в) вблизи стенки при различных интенсивностях вдува "чистого" газа ( $T_0 = 373$  К).

$T_0 = 373$  К и  $T_w = 383$  К проиллюстрированы на рис. 7 и рис. 3г. Видно, что в этом случае вблизи межфазной поверхности возникает температурная "яма", величина которой увеличивается с ростом интенсивности вдува. Появление такой температурной "ямы" означает, что с уменьшением паросодержания вдуваемой смеси растет интен-

сивность испарения обтекающей жидкости за счет отбора дополнительного тепла от самой жидкости. Достаточно большая интенсивность вдува ( $|\varphi_{gv0}| \sim 1$ ) заметно влияет на изменение толщины пристеночного слоя (рис. 2г). При слабом вдуве ( $|\varphi_{gv0}| \leq 0.1$ ) толщина парогазового слоя в основном определяется парообразованием.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в работе автомодельные решения, описывающие обтекание пластины жидкостью, сопровождаемое вдувом парогазовой смеси, позволяют оценить характерные значения толщины парогазового слоя, распределения гидродинамических и температурных полей.

В результате анализа данных численного решения установлено, что сопротивление пластины и коэффициент теплопередачи при обтекании со вдувом сильно зависят от температуры окружающей жидкости, массового содержания пара в составе вдуваемой парогазовой смеси и интенсивности вдува.

В случае вдува “чистого” газа ( $k_{00}^{(0)} = 0$ ) при температуре жидкости, близкой к температуре кипения, наблюдается образование температурной “ямы” вблизи межфазной границы. Этот эффект объясняется тем, что испарение с межфазной поверхности происходит не только за счет тепла, подводимого от пластины, но также за счет отбора тепла от самой жидкости.

Показана возможность образования паровой пленки и тем самым снижение сопротивления пластины только за счет сил вязкостного трения в случае, когда жидкость находится вблизи точки кипения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sturgis J.C., Mudawar I.* Critical Heat Flux in a Long, Rectangular Channel Subjected to One-Sided Heating – I. Flow Visualization // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1999. № 42. P. 1835.
2. *Sturgis J.C., Mudawar I.* Critical Heat Flux in a Long, Rectangular Channel Subjected to One-Sided Heating – II. Analysis of Critical Heat Flux Data // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1999. № 42. P. 1849.
3. *Авксентюк Б.П., Овчинников В.В.* Исследование влияния недогрева на третий кризис теплоотдачи //

Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 33.

4. *Варава А.Н., Дедов А.В., Комов А.Т. и др.* Экспериментальное исследование теплообмена при кипении в недогретом закрученном потоке при одностороннем нагреве // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 55.
5. *Крюков А.П., Селянинова Ю.Ю.* Форма межфазной поверхности при пленочном кипении воды на полусфере // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 155.
6. *Лексин М.А., Ягов В.В.* Влияние вязкости на кризис объемного кипения на горизонтальных цилиндрических нагревателях // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 167.
7. *Ремизов О.В.* О начале поверхностного кипения воды // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 194.
8. *Синкевич О.А., Зейгарник Ю.А., Ивочкин Ю.П.* Взрывное разрушение паровой пленки при интенсивных тепловых потоках // Тр. 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 4. М.: МЭИ, 2006. С. 204.
9. *Ягов В.В.* Механизм кризиса кипения в большом объеме // *Теплоэнергетика.* 2003. № 3. С. 2.
10. *Шагапов В.Ш.* О фильтрации газированной жидкости // *ПМТФ.* 1993. Т. 34. № 3. С. 97.
11. *Сыртланов В.Р., Шагапов В.Ш.* Фильтрация кипящей жидкости в пористой среде // *ТВТ.* 1994. Т. 34. № 1. С. 87.
12. *Черный Г.Г.* Ламинарное движение газа и жидкости в пограничном слое с поверхностью разрыва // *Изв. АН СССР. ОТН.* 1954. № 12. С. 38.
13. *Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е.* Теплообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984.
14. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
15. *Schütte V.* Filmsieden bei der Umströmung der Halbinendlichen Ebenen Platte und des Keils durch Inkompressible Flüssigkeiten // *ZAMM.* 1985. V. 65 (3). P. 167.
16. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987.