ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР
Том 17 1979 № 5

УДК 539.196.5

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В СИЛЬНО ВОЗБУЖДЕННЫХ МОЛЕКУЛЯРНЫХ СМЕСЯХ

Ликальтер А. А.

Развита кинетическая теория, описывающая колебательные распределения молекул, содержащие плато, в сильно возбужденных молекулярных смесях. Применяется метод, основанный на рассмотрении потока квантов возбуждения в пространстве колебательных чисел. Указывается на возможность существования двух квазиравновесных (триноровских) частей и двух плато в распределении одной компоненты смеси. Определяется оптимальный состав, отвечающий наиболее сильному возбуждению CO_2 в смеси с N_2.

В молекулярных газах, возбуждаемых электрическим разрядом, квазистационарное распределение молекул по колебательным уровням при определенных условиях имеет медленно убывающую часть (плато). Распределение с плато устанавливается в результате колебательно-колебательного обмена между молекулами (ангармоническими осцилляторами) при низкой температуре газа и достаточно сильном возбуждении. С наличием плато в колебательном распределении связан механизм работы CO-лазера, а также баланс энергии разряда. Кинетической теории, описывающей колебательные распределения с плато, посвящены работы [1—7].

До сих пор сильно возбужденным молекулярным смесям не уделялось достаточного внимания. Между тем активная среда молекулярных лазеров часто образуется смесью разных молекул (CO_2—N_2, CO—N_2), что делает распространение теории на смеси актуальным. В данной работе для смесей применяется метод, основанный на рассмотрении потока квантов возбуждения в пространстве колебательных чисел. В качестве примера приложения развитой теории определяется оптимальный состав, отвечающий наиболее сильному возбуждению CO_2 в смеси с азотом. Анализ указывает на характерные особенности колебательных распределений в смесях, в частности, на возможность существования двух квазиравновесных (триноровских) частей и двух плато в распределении одной из компонент смеси.

1. Для смеси молекулярных компонент, колебательные кванты которых отличаются не слишком сильно (например, менее чем вдвое), при определенных условиях в некоторой области колебательных чисел доминирующим процессом является передача кванта возбуждения от молекулы к молекуле (V—V-обмен в каждой компоненте и V—V'-обмен между разными компонентами). Поскольку квант возбуждения имеет разную величину для ангармонических осцилляторов в разных состояниях, передача кванта происходит с дефектом энергии, переходящим в кинетическую энергию молекул. Скорость этого процесса экспоненциально убывает при увеличении дефекта энергии. Поэтому в случае медленно спадающих колебательных распределений главную роль играют V—V-обмен между одинаковыми молекулами в близких состояниях и V—V'-обмен между разными молекулами в состояниях, близких к соответственным (изокванто-вым), т. е. таким, для которых кванты возбуждения одинаковы.

Хорошо известно распределение Тринора, отвечающее равновесию относительно $V-V$ и $V-V'$-обмена (квазиравновесие). Необходимым условием квазиравновесия является малость вклада процессов, не сохраняющих числа квантов при столкновениях молекул с электронами и тяжелыми частицами, в скорость возбуждения и релаксации произвольного уровня в рассматриваемой области колебательных чисел по сравнению с вкладами как $V-V$, так и $V-V'$-обмена. При квазиравновесии логарифмические производные в соответственных точках распределений компонент равны, а эффективные колебательные температуры компонент связаны соотношением Тринора. Квазиравновесие в целом не достигается из-за возникновения диффузионного потока квантов возбуждения из области накачки на сильно заселенных нижних уровнях в область сильного тушения на верхних уровнях. Тем не менее, можно говорить о локальном квазиравновесии (ЛКР) между компонентами смеси, которому отвечает равенство логарифмических производных в соответственных точках распределений компонент, в то время как соотношение Тринора между колебательными температурами может не выполняться. При определенных соотношениях между константами скорости $V-V$ и $V-V'$-обмена равенство логарифмических производных в соответственных точках может быть доказано (Приложение 1).

Дополнительный по сравнению с чистым газом процесс $V-V'$-обмена играет двоякую роль: обусловливает локальное квазиравновесие между компонентами и дает добавочный поток квантов. Последнее легко понять, рассмотрев случай, когда компоненты A и B (присутствующие, например, в равных количествах) являются тождественными друг другу. Наличие ЛКР в этом случае очевидно. Будучи квадратичным по плотности [5], поток квантов должен быть вчетверо больше, чем для одной компоненты, в то время как простое сложение потоков в A и B дает увеличение лишь вдвое. Ясно, что необходимо учесть перекрестный обмен между компонентами, обусловливающий добавочный поток квантов.

Кинетическая теория, описывающая колебательные распределения с плато, основана на диффузионном характере потока квантов, позволяющем при переходе к непрерывной зависимости от колебательного числа получить дифференциальное уравнение для распределения. Детальное описание распределения каждой компоненты смеси с помощью соответствующего дифференциального уравнения потребовало бы еще и перехода к непрерывной зависимости от номера компоненты, что, очевидно, лишено смысла. Однако при локальном квазиравновесии между компонентами в столь детальном описании нет необходимости. В случае ЛКР для соответственных уровней v_A и v_B компонент A и B

$$n_{v_A} n_{v_B+1} - n_{v_A+1} n_{v_B} = 0$$

или, в дифференциальном виде,

$$d \ln n_{v_A} / dv_A = d \ln n_{v_B} / dv_B = d \ln n_v / dv, \tag{1}$$

при равных текущих величинах квантов возбуждения $\omega_{v_A} = \omega_{v_B} = \omega$, где $\omega_{v_A} = \omega^A - 2x_A v_A$; ω^A, x_A — соответственно колебательный квант и постоянная ангармонизма A-й компоненты. Переходя в (1) к дифференцированию по текущим величинам квантов и интегрируя, получаем конечное соотношение между заселенностями в соответственных точках v_A и v_B

$$n_{v_A}^{x_A} / n_{v_B}^{x_B} = \text{const}. \tag{2}$$

Поток квантов возбуждения в некотором сечении в пространстве колебательных чисел, проходящем через соответственные точки v_A, v_B, ...

всех компонент, определяется выражением

$$\Pi=\sum_{A,B}\sum_{k_B<v_B}\sum_{l_A\geqslant v_A}Q^{k_B+1,k_B}_{l_A,l_A+1}\left(n_{l_A}n_{k_B+1}-e^{-(\omega_{k_B}-\omega_{l_A})/T}n_{l_A+1}n_{k_B}\right), \qquad (3)$$

где константа скорости $V-V$ или $V-V'$-обмена $(l_A)+(k_B+1)\to(l_A+1)+(k_B)$ (A, B — номера компонент смеси; l_A, k_B — колебательные числа) представляется в виде

$$Q^{k_B+1,k_B}_{l_A,l_A+1}=Q^{AB}(l_A+1)(k_B+1)e^{-\delta_{AB}(\omega_{k_B}-\omega_{l_A})}, \quad (\omega_{k_B}>\omega_{l_A}), \qquad (4)$$

Q^{AB} и δ_{AB} — параметры; T — температура газа. Вследствие экспоненциальной зависимости константы скорости обмена (4) от дефекта энергии основной вклад при суммировании по колебательным числам l_A и k_B в (3) дает окрестность соответственных точек v_A и v_B. Представляя суммируемое выражение в дифференциальной форме с учетом равенства (1) и переходя от суммирования по колебательным числам к интегрированию по текущим величинам колебательных квантов, получим

$$\Pi=\sum_{A,B}Q^{AB}v_Av_Bn_{v_A}n_{v_B}\int\limits_{\omega_B>\omega}\int\limits_{\omega_A<\omega}e^{-\delta_{AB}(\omega_B-\omega_A)}\times$$
$$\times(\omega_B-\omega_A)\frac{d\omega_A\,d\omega_B}{4x_Ax_B}\left[\frac{1}{T}+\frac{d}{d\omega}\frac{d\ln n_v}{dv}\right],$$

где ω — величина кванта, отвечающая соответственным точкам v_A и v_B. Вычисляя двойной интеграл, получаем окончательно

$$\Pi=\sum_{A,B}(Q^{AB}/2\delta_{AB}{}^3x_Ax_B)v_Av_Bn_{v_A}n_{v_B}\left[\frac{1}{T}+\frac{d}{d\omega}\frac{d\ln n_v}{dv}\right], \qquad (5)$$

где заселенности в соответственных точках связаны соотношением (2). Исследование дифференциального выражения для потока квантов дано в Приложении 2. Величина потока связана с уровнем плато в распределении заселенности (где дифференциальным членом можно пренебречь) и находится подстановкой соответствующих заселенностей в (5).

2. Для бинарной смеси молекул A и B, колебательные кванты которых ω^A и ω^B можно считать одинаковыми, соответственные состояния покрывают всю рассматриваемую область колебательных чисел v_A и v_B. Следовательно, в случае ЛКР распределения A и B, а также числа квантов q_A и q_B функционально связаны (соотношение (2)). Уравнение для суммарного числа квантов A и B имеет вид

$$d(q_A+q_B)/dt=(H_A+H_B)-(\Pi_{AA}+2\Pi_{AB}+\Pi_{BB}), \qquad (6)$$

где H_A и H_B — накачка компонент A и B, составляющие потока квантов равны

$$\Pi_{AA}=(4b_AQ^{AA}/(2x_A\delta_{AA})^3)\alpha_A{}^2n_{\alpha_A}{}^2;$$
$$\Pi_{AB}=(Q^{AB}/2T\delta_{AB}{}^3x_Ax_B)\alpha_A\alpha_Bn_{\alpha_A}n_{\alpha_B},$$
$$\Pi_{BB}=(4b_BQ^{BB}/(2x_B\delta_{BB})^3)\alpha_B{}^2n_{\alpha_B}{}^2,$$

α_A и α_B — соответственные колебательные числа, на которые приходятся минимумы распределений Тринора для компонент A и B; $b_A=x_A/T$, $b_B=x_B/T$. В случае, если постоянные ангармонизма x_A и x_B можно считать одинаковыми (Приложение 2), заселенности n_{α_A} и n_{α_B}, определяющие уровень плато, в $\sqrt{e}$ раз ниже величины соответствующего триноровского минимума, например,

$$n_{\alpha_A}=n_{0A}\exp(-b_A\alpha_A{}^2-{}^1/_2). \qquad (7)$$

В качестве иллюстрации рассмотрим задачу о сильном возбуждении лазерной смеси CO_2 (A) и N_2 (B) в тлеющем разряде, когда для асимметричной моды колебаний молекул CO_2 основной канал диссипации энергии связан с потоком квантов. (Поток квантов асимметричной моды намного больше, чем тушение в триноровской части распределения, оцениваемое с помощью модели гармонических осцилляторов, при $n_{001}/n_{000}>$ $>0{,}3-0{,}4$.) Молекулы азота эффективно возбуждаются электронами, а их вклад в диссипацию колебательной энергии невелик из-за сравнительно небольшой константы скорости $V-V$-обмена. Таким образом, азот эффективно увеличивает накачку асимметричной моды CO_2 (Ферми-резонансные моды считаем, для простоты, невозбужденными.) Найдем, сколько азота надо добавить, чтобы возбудить данное количество CO_2 до максимальной колебательной температуры при фиксированной электронной накачке на одну молекулу. Приравняв нулю правую часть уравнения (6) и производную по n_B от отношения $n_{\alpha A}/n_A=n_{0_b}/n_B$, характеризующего степень возбуждения, получаем

$$\Pi_{AA}+2\Pi_{AB}+\Pi_{BB}=H_A+H_b; \qquad 2\Pi_{AB}/n_B+2\Pi_{BB}/n_B=\partial H_B/\partial n_B, \tag{8}$$

где n_B — плотность молекул азота. Так как $(\partial H_B/\partial n_B)n_B=H_B$, из (8) следует, в случае $H_B\gg H_A$, оптимальное соотношение $\Pi_{AA}=\Pi_{BB}$. Поскольку отношение констант скорости $V-V$-обмена CO_2-CO_2 и N_2-N_2 порядка 200 [8], оптимальное отношение плотности N_2 к плотности CO_2 примерно 14.

3. Рассмотрим бинарную смесь молекул, для которых соответственные колебательные числа сильно различаются по величине: $(\omega^B-\omega^A)/2x_B=$ $=v_B^0\gg(2x_B\delta_{BB})^{-1}$. Сумма по сортам в потоке квантов (5) для области $v_B<v_B^0$ содержит лишь член, отвечающий обмену квантами в компоненте B. При $Q^{BB}\alpha_B n_{\alpha B}\gg Q^{AB}n_{0A}\exp[-2x_B\delta_{AB}(v_B^0-\alpha_B)]$ вид распределения в области $v_B<v_B^0$ в основном такой же, как в чистом газе B. Именно, при сильном возбуждении в области $v_B<v_B^0$ имеется квазиравновесная (триноровская) часть и плато

$$n_{v_B}=\begin{cases} n_{0_B}\exp(-2b_B\alpha_B v_B+b_B v_B^2), & v_B<\alpha_B,\\ (n_{0_B}\alpha_B/v_B)\exp(-b_B\alpha_B^2-{}^1/_2), & \alpha_B<v_B<v_B^0.\end{cases}$$

В области колебательных чисел $v_A>0$, $v_B>v_B^0$ поток квантов переносится, согласно (5), обеими взаимодействующими компонентами, связанными ЛКР. Если $Q^{AA}n_{0A}^2\gg Q^{BB}\alpha_B^2 n_{\alpha B}^2+H_A$, то при $v_A>0$, $v_B>v_B^0$ распределение каждой компоненты имеет квазиравновесную часть

$$n_{vA}=n_{0A}\exp(-2b_A\alpha_A v_A+b_A v_A^2), \qquad v_A<\alpha_A,$$

$$n_{vB}=n_{vB^0}\exp(-2b_B\alpha_B' v_B'+b_B v_B'^2), \qquad v_B'<\alpha_B',$$

где $v_B'=v_B-v_B^0$, параметры α_A и α_B' связаны соотношением $b_A\alpha_A=b_B\alpha_B'$, следующим из (1). При $v_A>\alpha_A$ и $v_B>\alpha_B'$ триноровское распределение каждой компоненты переходит в соответствующее плато. Иными словами, распределение компоненты B, имеющей бо́льшую величину колебательного кванта, при сильном возбуждении содержит верхние триноровскую часть и плато при $v_B<v_B^0$ и нижние триноровскую часть и плато при $v_B>v_B^0$ (см. рисунок). Заметим, что существование нижней триноровской части распределения компоненты B обусловлено тем, что в области $v_A>0$, $v_B>v_B^0$ перенос большей части потока связан с компонентой A. Если компонента A — малая примесь, то триноровская часть распределения A и нижняя триноровская часть распределения B могут вырождаться в участок плато с увеличенным наклоном.

Параметры α_A и α_B определяются уравнениями баланса числа квантов, имеющими, с учетом последнего замечания, вид

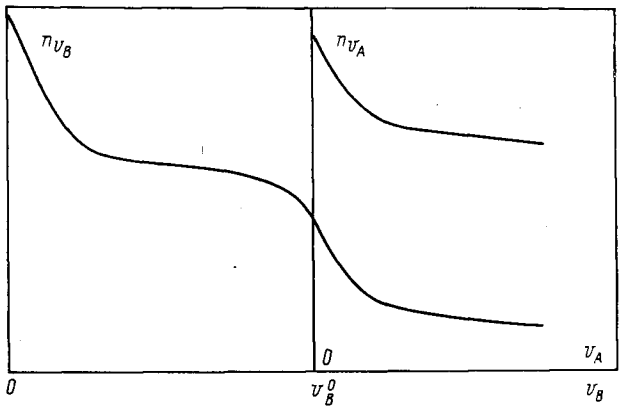
$$dq_B/dt=H_B-\Pi_{BB},$$

$$dq_A/dt=H_A+\Pi_{BB}-\Pi_{AA},$$

где Π_{BB} определяется уровнем верхнего плато.

Возможно, что нижняя триноровская часть распределения молекул CO уже наблюдалась в эксперименте Брэшиньяка и др. [9], так как спад измеренных распределений в области $v>20$ коррелирует с величиной колебательного кванта молекулы кислорода, добавляемого в лазерную смесь, причем имеется тенденция к выходу распределения на нижнее плато.

Для бинарной смеси молекул типа $CO(A)-N_2(B)$, у которых соответственные колебательные числа отличаются на величину порядка среднего



Колебательное распределение в смеси молекул A и B. Распределение молекул с бо́льшим квантом содержит две квазиравновесные части и два плато

пробега кванта: $(\omega^B-\omega^A)/2x_B=v_B^0\sim(2x_B\delta_{BB})^{-1}$, $(2x_B\delta_{AB})^{-1}$, диффузионное представление потока квантов в области $v_B<v_B^0$ не работает. В зависимости от того, какой компонентой переносится основной поток квантов, можно выделить два случая. Если основной поток переносится компонентой с бо́льшим квантом B, то распределение B такое же, как в чистом газе, а распределение A определяется ЛКР. Аналогично, если основной поток переносится компонентой с меньшим квантом A, то распределение A такое же, как в чистом газе. В отличие от первого случая, ЛКР определяет распределение B только в области $v_B>v_B^0$. Эффективная колебательная температура компоненты B, характеризующая распределение при $v_B<v_B^0$, определяется балансом накачки и передачи квантов в триноровскую часть распределения A. Скорость передачи квантов можно оценивать с помощью модели гармонических осцилляторов. При не слишком сильной накачке область $v_B<v_B^0$ находится в квазиравновесии с триноровской частью A. При этом эффективные колебательные температуры T_1^A и T_1^B связаны соотношением Тринора

$$\omega^B/T_1^B-\omega^A/T_1^A=(\omega^B-\omega^A)/T,$$

а уравнение для суммарного числа квантов не отличается от (6).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Рассмотрим бинарную смесь молекул A и B в условиях, когда передача квантов является доминирующим процессом. В стационарном режиме без диссоциации поток частиц вдоль оси колебательных чисел каждой из компонент равен нулю. При

ом отношение заселенностей соседних уровней представляется в виде

$$\frac{n_{v_A+1}}{n_{v_A}}=\frac{\sum\limits_{l_A} Q^{l_A+1,\,l_A}_{v_A,\,v_A+1}\,n_{l_A+1}+\sum\limits_{k_B} Q^{k_B+1,\,k_B}_{v_A,\,v_A+1}\,n_{k_B+1}}{\sum\limits_{l_A} Q^{l_A,\,l_A+1}_{v_A+1,\,v_A}\,n_{l_A}+\sum\limits_{k_B} Q^{k_B,\,k_B+1}_{v_A+1,\,v_A}\,n_{k_B}},$$

где суммирование ведется по всем колебательным числам.

Подставим константы скорости в виде

$$Q^{k_B+1,\,k_B}_{v_A,\,v_A+1}=Q^{AB}(v_A+1)\,(k_B+1)\,f\,(\omega_{k_B}-\omega_{v_A}),$$

где значения функции f при аргументах, отличающихся знаком, связаны соотношением детального равновесия. Положим еще $Q^{AB}=\sqrt{Q^{AA}Q^{BB}}$. Сокращая на (v_A+1) и на $\sqrt{Q^{AA}}$, получим выражение

$$\frac{n_{v_A+1}}{n_{v_A}}=$$

$$=\frac{\sqrt{Q^{AA}}\sum\limits_{l_A}(l_A+1)\,f\,(\omega_{l_A}-\omega_{v_A})\,n_{l_A+1}+\sqrt{Q^{BB}}\sum\limits_{k_B}(k_B+1)\,f\,(\omega_{k_B}-\omega_{v_A})\,n_{k_B+1}}{\sqrt{Q^{AA}}\sum\limits_{l_A}(l_A+1)\,f\,(\omega_{v_A}-\omega_{l_A})\,n_{l_A}+\sqrt{Q^{BB}}\sum\limits_{k_B}(k_B+1)\,f\,(\omega_{v_A}-\omega_{k_B})\,n_{k_B}},$$

являющееся функцией ω_{v_A}, симметричной относительно индексов A и B. Следовательно, при $\omega_{v_A}=\omega_{v_B}$ получим

$$n_{v_A+1}/n_{v_A}=n_{v_B+1}/n_{v_B}$$

или в дифференциальном виде

$$d\ln n_{v_A}/dv_A=d\ln n_{v_B}/dv_B,$$

где v_A и v_B – соответственные колебательные числа.

2. Выражая, согласно (2), заселенности в соответственных точках для всех компонент через одну $n_{v_A}=C_A n_{v_C}^{x_C/x_A}$ и приравнивая поток квантов константе, получаем дифференциальное уравнение для n_{v_C}

$$\Pi=\sum_{A,\,B} M^{AB} n_{v_C}^{x_C/x_A+x_C/x_B}\,[2b_C-d^2\ln n_{v_C}/dv_C^2]=\text{const}, \qquad (\text{П}.1)$$

где

$$M^{AB}=(Q^{AB}/4\delta_{AB}{}^3x_Ax_Bx_C)\,v_Av_BC_AC_B, \qquad (\text{П}.2)$$

$b_C=x_C/T$, соответственные колебательные числа выражаются через v_C, например

$$v_A=(x_C/x_A)\,v_C+(\omega^A-\omega^C)/2x_A.$$

Граничные условия при $v_C=0$ задаются в виде $n_{v_C=0}=1$, $d\ln n_{v_C=0}/dv_C=-2b_C\alpha_C$. На границе области сильного тушения (большие колебательные числа) n_{v_C} должно убывать как равновесное распределение. Последнее условие определяет величину потока, входящую в уравнение (П.1) как неопределенный параметр.

Исследование уравнения типа (П.1) содержится в [5]. Более наглядная интерпретация этого уравнения основана на механической аналогии*. Вводя «координату» $y=\ln n_{v_C}$ и «время» $t=v_C$, перепишем (П.1) в виде уравнения движения классической частицы в некотором поле $U(y,\,t)$

$$\ddot{y}=-\partial U/\partial y,$$

где

$$U=-2b_Cy+\Pi\int\limits_0^y dy\Big/\sum_{A,B} M^{AB}\exp[(x_C/x_A+x_C/x_B)\,y] \qquad (\text{П}.3)$$

* На возможность механической аналогии обратил наше внимание Р. Г. Минц.

имеет вид потенциального барьера. Частица начинает движение в точке $y(0)=0$ со скоростью $\dot{y}(0)=-2b_C\alpha_C$. Движение с энергией ме́ньшей (или бо́льшей) высоты барьера инфинитно; координата неограниченно возрастает после отражения от барьера (или неограниченно убывает после прохождения над барьером). Это соответствует экспоненциально быстрому изменению заселенности. Если же энергия частицы, движущейся к барьеру, равна его высоте, то движение финитно: частица неограниченно долго не достигает вершины барьера. Этот случай соответствует наличию плато в распределении заселенности.

Интеграл в (П.2) берется лишь в частных случаях. Если постоянные ангармонизма можно считать одинаковыми, то потенциал принимает вид

$$U=-2b_C y-\left(\Pi/2\sum_{A,B}M^{AB}\right)(e^{-2y}-1). \qquad (П.4)$$

Для малого потока квантов $\Pi/2b_C\sum_{A,B}M^{AB}\ll 1$ при малых y в потенциале (П.4) существен лишь первый член. Траектория движения при малых y

$$y=-2b_C\alpha_C t+b_C t^2$$

отвечает распределению Тринора. Зависящий от времени второй член в (П.4) становится существенным только в окрестности максимума потенциала. В окрестности максимума

$$U=U_m-2b_C(y-y_m)^2,$$

где

$$U_m=-b_C\left[\ln\left(\Pi/2b_C\sum_{A,B}M^{AB}\right)+1\right]+\Pi/2b_C\sum_{A,B}M^{AB}, \qquad (П.5)$$

$$y_m=(1/2)\ln\left(\Pi/2b_C\sum_{A,B}M^{AB}\right).$$

Согласно (П.5) координата и высота потенциального барьера логарифмически медленно изменяются во времени. При этом на основной части пути частицы до ее захвата зависящая от времени часть потенциала мала, поэтому энергия приближенно сохраняется. Захват частицы произойдет, если энергия равна высоте барьера в момент захвата при $t\sim\alpha_C$. Это условие дает

$$\ln\left(\Pi/2b_C\sum_{A,B}M_\alpha{}^{AB}\right)-\Pi/2b_C\sum_{A,B}M_\alpha{}^{AB}=-2b_C\alpha_C{}^2-1, \qquad (П.6)$$

где $M_\alpha{}^{AB}$ определяется выражением (П.2) при $v_C=\alpha_C$ или $v_A v_B=\alpha_A\alpha_B$. При $\Pi/2b_C\sum_{A,B}M^{AB}\ll 1$ из (П.6) получаем

$$\Pi/2b_C\sum_{A,B}M_\alpha{}^{AB}=\exp(-2b_C\alpha_C{}^2-1).$$

Сравнение последнего выражения с (П.1) определяет распределение в области плато

$$n_{v_C}=n_{0_C}\sqrt{\sum_{A,B}M_\alpha{}^{AB}\Big/\sum_{A,B}M^{AB}}\exp(-b_C\alpha_C{}^2-1/2). \qquad (П.7)$$

При $v_C=\alpha_C$ (П.7) дает формулу (7).

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *C. A. Brau.* Physica, *58*, 533, 1972.
2. *Б. Ф. Гордиец, Ш. С. Мамедов.* ПМТФ, № 3, 13, 1974.
3. *Б. Ф. Гордиец, Ш. С. Мамедов, Л. А. Шелепин.* ЖЭТФ, *67*, 1287, 1974.
4. *М. Б. Железняк, Г. В. Найдис.* ПМТФ, № 1, 4, 1976.
5. *А. А. Ликальтер.* ПМТФ, № 4, 3, 1976.
6. *М. Б. Железняк, А. А. Ликальтер, Г. В. Найдис.* ПМТФ, № 6, 11, 1976.
7. *S. H. Lam.* J. Chem. Phys., *67*, 2577, 1977.
8. *А. В. Елецкий, Л. А. Палкина, Б. М. Смирнов.* Явления переноса в слабоионизованной плазме. Атомиздат, 1975.
9. *P. Brechignac, J. P. Martin, G. Taieb.* IEEE J. Quant. Electr. QE-10, 797, 1974.