

УДК 629.7.023.001.2(082)

## ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ ПОРИСТОЙ СТЕНКИ ПРИ ПРОНИКАЮЩЕМ ОХЛАЖДЕНИИ. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

© 1997 г. Ю. В. Полежаев, А. Ф. Поляков, В. М. Поцепкин, И. В. Репин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Поступила в редакцию 02.02.96 г.

Получено аналитическое решение задачи о распределении температур матрицы и охладителя в пористом проницаемом слое с учетом теплопроводности охладителя и теплопереноса в области подвода охладителя к пористому слою.

Способ защиты теплонапряженных конструкций с помощью вдува охладителя через проницаемую оболочку обладает рядом преимуществ по сравнению с другими видами тепловой защиты. Прежде всего это отсутствие ограничений на величину внешнего теплового потока  $q_w$  при сохранении неизменной формы охлаждаемой поверхности. Во-вторых, это высокая эффективность использования охладителя, которая пропорционально увеличивается с ростом температуры  $T_e$  (или энтальпии  $J_e$ ) набегающего газового потока. При прочих равных условиях удельный массовый расход охладителя  $G_c$  при проникающей системе охлаждения тем меньше расхода  $G_{cr}$  при конвективном (рубашечном) охлаждении, чем выше перепад энтальпий ( $J_e - J_w$ ) в набегающем потоке по сравнению с перегревом охладителя ( $J_w - J_{cr}$ ) внутри системы [1]

$$\frac{G_c}{G_{cr}} \approx \left[ 1 + \gamma \frac{J_e - J_w}{J_w - J_{cr}} \right]^{-1} \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – так называемый коэффициент вдува, зависящий от режима течения газа в пограничном слое и отношения молекулярных масс набегающего газового потока  $\bar{\mu}_e$  и охладителя  $\bar{\mu}_c$ . В турбулентном пограничном слое  $\gamma_i$  приблизительно в 2 раза меньше, чем в ламинарном –  $\gamma_l$ .

Следует отметить также, что за счет изменения проницаемости (или размера пор в проницаемой матрице) можно распределить расход охладителя вдоль поверхности обтекаемого тела. Это обстоятельство играет решающую роль в том случае, когда требуется снизить уровень термических напряжений в конструкции, возникающих за счет ее неизотермичности. И, наконец, проникающее охлаждение может оказаться единственным возможным в гетерогенных средах. Даже небольшое количество конденсированных частиц в набегающем потоке способно значительно интенсифицировать теплообмен и привести к эрози-

онному износу поверхности тела. Вдув инородного газа увеличивает толщину холодного пристенного слоя и создает активную помеху потоку падающих частиц [2].

В данной статье рассмотрена только проблема проникающего охлаждения, обусловленная неравновесностью тепловых режимов охладителя и проницаемых оболочек. Неравновесными процессами характеризуются лопатки высокотемпературных ступеней газотурбинных энергетических установок. Несмотря на многочисленные публикации по этому вопросу [1, 3], до сих пор отсутствуют не только четкие рекомендации, но и единая точка зрения.

Рассмотрим двухтемпературную модель проникающего охлаждения. Если режим фильтрации и теплообмена считать установившимся, а теплофизические свойства газа и пористой матрицы постоянными, то закон сохранения энергии позволяет выписать два уравнения

$$\tilde{\lambda}_s \frac{d^2 T_s}{dy^2} = \alpha_v (T_s - T_c), \quad (2)$$

$$\tilde{\lambda}_c \frac{d^2 T_c}{dy^2} + \tilde{\rho} \tilde{c} v \frac{dT_c}{dy} = \alpha_v (T_s - T_c). \quad (3)$$

Схема решаемой задачи и основные обозначения представлены на рис. 1. На первом этапе ограничимся рассмотрением идеального пористого тела, т.е. слоя материала (матрицы), пронизанного параллельными отверстиями. Режим движения охладителя на всех участках предполагается ламинарным.

Аналогичная постановка задачи использована в работе Эккерта и Чоу [4] по проникающему охлаждению. К сожалению, в статье полностью не приведены система уравнений и граничные условия. Более подробно эта работа будет обсуждена ниже.

Только в случае локального теплового равновесия, когда коэффициент  $\alpha_v \rightarrow \infty$ ,  $(T_s - T_c) \rightarrow 0$ , из двух уравнений (2) и (3) можно получить одно уравнение для унифицированного значения температуры  $T = T_s = T_c$

$$\tilde{\lambda} \frac{d^2 T}{dy^2} = \tilde{\rho} \tilde{c} v \frac{dT}{dy} \quad (4)$$

Приведем уравнения (2) и (3) к безразмерному виду

$$\frac{d^2 \vartheta_s}{dY^2} = Ks(\vartheta_s - \vartheta_c), \quad (5)$$

$$\frac{d^2 \vartheta_c}{dY^2} - R \frac{d\vartheta_c}{dY} = -RKs(\vartheta_s - \vartheta_c) \text{ при } 0 \leq Y \leq 1. \quad (6)$$

Наряду с уравнениями (5) и (6), описывающими одномерные распределения температур каркаса и охладителя в пористой оболочке, для определения температуры охладителя на входе в пористую структуру необходимо решение дополнительного уравнения

$$\frac{d^2 \vartheta_c}{dY^2} - Rh \frac{d\vartheta_c}{dY} = 0 \text{ при } -\infty < Y \leq 0. \quad (7)$$

Аналитическое решение полной системы уравнений (5)–(7) авторам неизвестно. Результаты решения [5] уравнения одностепенного приближения (4) совместно с уравнением (7) приведены в справочнике А.В. Лыкова [6]. Решение задачи для системы уравнений (2) и (3) представлено в книге В.М. Поляева и др. [3], однако при этом не учитывается теплопроводность в охладителе (в уравнении (3) и безразмерном аналоге (6) опущена вторая производная) и отсутствует решение уравнения (7). Кроме того, не учитывалось взаимодействие температурного поля в пористой стенке с пограничным слоем высокотемпературного газа. Решение выписано для относительного значения температуры, а именно  $\hat{T} = (T - T_{c\infty}) / (T_{cw} - T_{c\infty})$ , в котором величина  $T_{cw}$  неизвестна.

Подставив в уравнение (6) выражение для  $\vartheta_c$  из уравнения (5), получим следующее обыкновенное линейное дифференциальное уравнение четвертого порядка для безразмерной температуры каркаса:

$$\begin{aligned} \frac{d^4(\vartheta_s)}{dY^4} - R \frac{d^3(\vartheta_s)}{dY^3} - (KcR + Ks) \frac{d^2(\vartheta_s)}{dY^2} + \\ + KsR \frac{d(\vartheta_s)}{dY} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

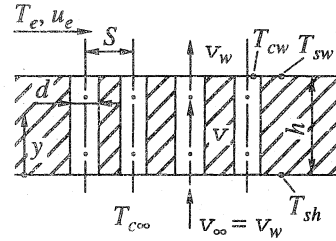


Рис. 1. Схема идеального пористого тела.

Общее решение уравнения (8) имеет вид

$$\vartheta_s = C_1 e^{r_1 Y} + C_2 e^{r_2 Y} + C_3 e^{r_3 Y} + C_4. \quad (9)$$

Здесь  $r_1, r_2, r_3$  – корни характеристического уравнения

$$r_{1,2} = \frac{R}{3} \left[ 1 - \sqrt{P} \left( \cos \frac{\varphi}{3} \mp \sqrt{3} \sin \frac{\varphi}{3} \right) \right], \quad (10)$$

$$r_3 = \frac{R}{3} \left[ 1 + 2\sqrt{P} \cos \frac{\varphi}{3} \right], \quad r_4 = 0,$$

$$\varphi = \arccos \left( 1 + \frac{9Kc}{2R} - \frac{9Ks}{R^2} \right) / P^{3/2},$$

$$P = 1 + \frac{3Kc}{R} + \frac{3Ks}{R^2} = 1 + \frac{3Kc}{R} (1 + \Lambda).$$

С помощью уравнений (5) и (9) можно получить профиль температуры охладителя в пористом теле

$$\vartheta_c = \sum_{i=1}^3 C_i \left( 1 - \frac{r_i^2}{Ks} \right) e^{r_i Y} + C_4. \quad (11)$$

Соответствующее решение уравнения (7) имеет вид

$$\vartheta_c = C_5 e^{RhY} + C_6 \text{ при } -\infty < Y \leq 0. \quad (12)$$

Для нахождения постоянных  $C_1 \dots C_6$  в выражениях (9)–(12) использованы условия

$$1. Y \Rightarrow -\infty, \quad \vartheta_c = 0. \quad (13)$$

2. Условие неразрывности температуры охладителя на входе в пористую пластину

$$Y = 0, \quad \vartheta_c|_{+Y \rightarrow 0} = \vartheta_c|_{-Y \rightarrow 0}. \quad (14)$$

3. Условие равенства тепловых потоков на входе в пористую пластину  $Y = 0$

$$\left[ \frac{d\vartheta_s}{dY} + \Lambda \frac{d\vartheta_c}{dY} \right]_{+Y \rightarrow 0} = \tilde{\Lambda} \frac{d\vartheta_c}{dY} \Big|_{-Y \rightarrow 0}. \quad (15)$$

4. Задание температуры внешней поверхности пластины

$$Y = 1, \quad \vartheta_s = \vartheta_{sw}^*. \quad (16)$$

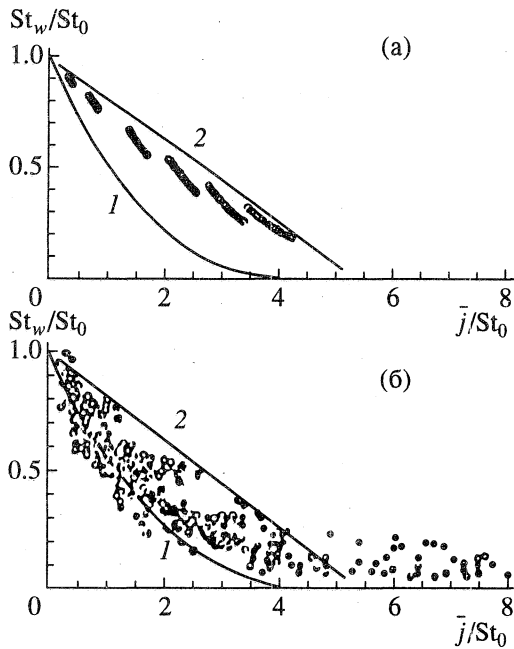


Рис. 2. Изменение относительной теплоотдачи в пограничном слое на пористой поверхности в зависимости от интенсивности вдува. 1 – расчет по формуле предельного закона [7], 2 – расчет по эмпирической формуле В.П. Мугалева [8]; а – сравнение результатов численного решения [4] (точки) с кривыми 1 и 2; б – сравнение опытных данных разных авторов (точки) с кривыми 1 и 2 (график заимствован из [7]).

5. Условие равенства тепловых потоков на внешней стенке пористой пластины (заданное со стороны пограничного слоя через соотношение  $q = \alpha(T_e - T_w)$  при  $T_w = T_{sw} = T_{cw}$ )

$$Y = 1, \quad \frac{d\vartheta_s}{dY} + \Lambda \frac{d\vartheta_c}{dY} = K \frac{St_w}{j_t} (1 - \vartheta_{sw}^*). \quad (17)$$

6. Условие теплообмена матрицы на входе в пористый слой (граничное условие третьего рода)

$$Y = 0, \quad \frac{d\vartheta_s}{dY} = K St_{en} \vartheta_s. \quad (18)$$

Из граничных условий (4), (5) определяется постоянная  $C_4 = 0$ , а из условия (13) следует  $C_6 = 0$ .

Специального обсуждения требуют граничные условия (16), (17). При определении числа Стантона

$$St_w = \frac{q_w}{(\rho c_p)_g u_e (T_e - T_w)} \quad (19)$$

возникают неопределенности с нахождением величин  $T_w$  и  $q_w$ . В экспериментальных работах измеряется (или считается, что измеряется) температура внешней поверхности матрицы, т.е.  $T_w = T_{sw}$ . Данные по теплоотдаче имеют большие расхождения, что показано на рис. 2б, заимствованном

из монографии С.С. Кутателадзе и А.И. Леонтьева [7]. Рассмотрим среднюю часть графика. При  $b_t = \bar{j}/St_{ox} = 2$  экспериментальные данные различаются в 2.5 раза. Нижняя линия 1 рассчитана по формуле предельного закона [7] для  $(\rho_c v_w) = \text{const}$  по поверхности при соблюдении равенства чисел  $Re_x$ . Верхняя линия 2 рассчитана по эмпирической формуле В.П. Мугалева [8], обобщающей опытные данные, полученные для  $Re_x = 10^5 - 10^7$  и предположительно (на основании оценок) для равенства температур поверхности каркаса и охладителя на выходе из пористой стенки,

$$St_w^*/St_0 = 1 - 0.19b_t. \quad (20)$$

Разброс опытных данных [8] относительно интерполяционной зависимости (20) достигает 40% и при  $b_t = 2$  верхние точки лежат вблизи значений  $(St_w/St_0) \approx 0.75$ . При этом следует обратить внимание на отсутствие дополнительной зависимости от числа  $Re_x$  в указанном широком диапазоне его изменения.

Подтверждением того, что зависимость (20) близка к условию  $\vartheta_{cw} = \vartheta_{sw}$ , служат многочисленные данные по теплообмену на сублимирующих поверхностях [1], строго соответствующие этому условию. Они располагаются вблизи зависимости (20). Вблизи этих данных находятся также данные [9] по теплообмену в пограничном слое на пористой пористой поверхности, которые принято считать наиболее достоверными. Расчетные данные [4], полученные для граничного условия  $T_w = T_{sw} = T_{cw}$ , также располагаются вблизи линии 2, как это видно из верхней части рис. 2, заимствованного из [4].

Таким образом область между линиями 1 и 2 на рис. 2 фактически является диапазоном возможной реализации величины  $(St_w/St_0)$  при заданном  $b_t$ , который, вероятно, определяется отличием  $T_{cw}$  от  $T_{sw}$ .

Существующие в настоящее время подходы к описанию теплообмена в пограничном слое с проникающим (пористым) охлаждением основаны на предположении о том, что температура поверхности  $T_w$  соответствует температуре каркаса на поверхности  $T_{sw}$  и температуре охладителя на выходе из пористой стенки  $T_{cw}$ . Такой подход использован, например, в статье Эккерта и Чоу [4]. В то же время при практической реализации соблюдение условия  $T_{cw} = T_{sw}$  является частным и трудно контролируемым случаем. Таким образом при  $T_w = T_{sw} = T_{cw}$  сопряженная задача проникающего охлаждения разбивается на две задачи: расчет пограничного слоя со вдувом при заданной  $T_w$  и расчет распределения температуры в пористой стенке при заданной  $T_w$ . Такое разбиение оправдано при одотемпературном приближении для пористой среды.

Полученное в данной работе решение позволяет определить величину  $(\vartheta_{s-c})_w \equiv (\vartheta_{sw} - \vartheta_{cw})$  для сопряженной задачи, включающей область подвода охладителя, пористую среду с разделением распределения температур в каркасе и в охладителе, теплообмен во внешнем пограничном слое.

Вернемся к рассмотрению граничных условий (16), (17) и определению постоянных  $C_1 \dots C_3, C_5$ . Левая часть граничного условия (17) в общем виде для произвольных постоянных  $C_1 \dots C_3$  соответствует безразмерной температуре охладителя на выходе из пористой стенки, т.е.  $\vartheta_{cw}$  (точнее величине  $K\vartheta_{cw}$ ). Поясним это. Подставив выражения (9), (11) в левую часть граничного условия (17) с учетом связей, определяемых характеристическим уравнением для (8), получим при  $Y = 1$

$$K \sum_{i=1}^3 C_i (1 - r_i^2 / Ks) e^{r_i} = KSt_w / \bar{j}_t (1 - \vartheta_{sw}^*). \quad (21)$$

В левой части этого выражения под знаком суммы стоит выражение, тождественно определяющее величину  $\vartheta_{cw}$  (11). Таким образом тепловой поток, поступающий из внешнего пограничного слоя в пористую оболочку, полностью расходуется на прогрев охладителя строго до температуры  $T_{cw}$ .

Из (21) следует

$$\vartheta_{cw} = St_w / \bar{j}_t (1 - \vartheta_{sw}^*). \quad (22)$$

Зависимость (22) при задании  $(St_w / \bar{j}_t)$  устанавливает связь между  $\vartheta_{cw}$  и  $\vartheta_{sw}^*$ , однако их величина остается неопределенной. Для предположения  $\vartheta_{cw} = \vartheta_{sw}^* = \vartheta_w$  получаем

$$\vartheta_{sw}^* = \vartheta_{cw} = \frac{St_w^* / \bar{j}_t}{1 + St_w^* / \bar{j}_t}. \quad (23)$$

Из проведенного выше обсуждения следует, что зависимость (23) относится к области наименьшего отклонения величины  $(St_w / St_0)$  от единицы при заданном  $b_t$ , т.е. к области вблизи линии 2 на рис. 2. Зависимости (23), (20) фактически представляют собой обобщение данных по температуре внешней стенки каркаса и будут использоваться в граничных условиях (16), (17).

Итак, при использовании граничных условий (13)–(18), определив постоянные  $C_1 \dots C_3, C_5$ , из (9)–(12), получим окончательные выражения для безразмерных температур каркаса и охладителя при  $0 \leq Y \leq 1$

$$\vartheta_s = \frac{\sum_{i=1}^3 [E_i e^{r_i Y}]}{E}, \quad (24)$$

$$\vartheta_c = \frac{\sum_{i=1}^3 \left[ E_i \left( 1 - \frac{r_i^2}{Ks} \right) e^{r_i Y} \right]}{E}, \quad (25)$$

при  $-\infty \leq Y \leq 0$

$$\vartheta_c = \left( \vartheta_{sw}^* e^{RhY} \sum_{i=1}^3 \left\{ e^{r_i} r_i^2 \left[ \left( 1 - \frac{r_{i+1}}{Kh} \right) (1 - r_{i-1}^2) - \left( 1 - \frac{r_{i-1}}{Kh} \right) (1 - r_{i+1}^2) \right] \right\} \right) / E, \quad (26)$$

где

$$E = \sum_{i=1}^3 \left[ e^{r_{i+1} + r_{i-1}} \left( 1 - \frac{r_i}{Kh} \right) (r_{i-1}^2 - r_{i+1}^2) \right],$$

(круговая перестановка по  $i$ );

$$E_i = \vartheta_{sw}^* \left\{ e^{r_{i+1}} \left( 1 - \frac{r_{i-1}}{Kh} \right) r_{i+1}^2 - e^{r_{i-1}} \left( 1 - \frac{r_{i+1}}{Kh} \right) r_{i-1}^2 \right\},$$

$$\vartheta_{sw}^* = \frac{St_w^* / \bar{j}_t}{1 + St_w^* / \bar{j}_t}. \quad Kh = KSt_{en}, \quad St_w^* \text{ по (20).}$$

Объемный коэффициент теплообмена в пористой среде  $\alpha_v$ , входящий в безразмерные параметры  $Ks, Kc$ , находим с помощью известного соотношения для пористых сред

$$\alpha_v = F_v \alpha_d. \quad (27)$$

Для рассматриваемого идеального пористого тела имеем

$$R = \frac{vh}{(\lambda / \rho c_p)_c} = Pe \frac{h}{d}, \quad (28)$$

$$\frac{Kc}{R} = \frac{St_v}{Pe} = St_d \frac{1}{Pe} \frac{\pi (d/S)^2}{\Pi} = 4 \frac{St_d}{Pe},$$

где  $\Pi = \Pi_w = \pi d^2 / (4S^2)$ .

Учитывая, что движение в каналах пористой оболочки является ламинарным, теплоотдачу в них будем рассчитывать по зависимостям, приведенным в монографии Б.С. Петухова [10]. Для нахождения средней теплоотдачи по длине канала круглого сечения воспользуемся формулой (12-10) из [10], описывающей среднюю теплоотдачу в гидродинамическом начальном участке

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_{ст6} 0.6 \left( \frac{1}{Re d} \right)^{-1.7} \left( 1 + 2.5 \frac{1}{Re d} \right),$$

которая справедлива при  $(1/Re)l/d < 0.1$ . Для  $(1/Re)l/d > 0.1$  принимается  $\overline{Nu} = \overline{Nu}_{ст6}$ . При граничном условии  $T_c = \text{const}$  число  $\overline{Nu}_{ст6} = 3.66$ , а

при  $q_c = \text{const} - \bar{Nu}_{\text{сгб}} = 4.36$ . Будем принимать среднее значение  $\bar{Nu}_{\text{сгб}} = 4.0$ . Итак, для расчета  $St_d$  воспользуемся следующей зависимостью:

$$St_d = \frac{\bar{Nu}}{Pe} = \frac{3.43}{Re_d} \left( \frac{1}{Re_d} \frac{h}{d} \right)^{-1/7} \left( 1 + 2.5 \frac{1}{Re_d} \frac{h}{d} \right) \quad (29)$$

при  $\frac{1}{Re_d} \frac{h}{d} < 0.1$ ,

$St_d = 4/Pe = 5.7/Re_d$  при  $(1/Re)h/d > 0.1$ .

Величину параметра теплоотдачи между каркасом и охладителем на входе в пористую оболочку оценим следующим образом:

$$\begin{aligned} Kh &= KSt_{en} = \frac{\alpha_{en} h}{\lambda_s^0 (1 - \Pi_w)} = \\ &= 0.5 \sqrt{Re_d} \frac{h}{d} \frac{\lambda_c^0 \Pi}{\lambda_s^0 (1 - \Pi)^{3/2}}, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $Nu_{en} = 0.5 \sqrt{Re_{en}}$ ,  $Re_{en} = v_w d_s / \nu_c = Re_d (1 - \Pi_w)$ .

Поскольку интересующий случай пористого проникающего охлаждения газом относится к лопаткам высокотемпературных газовых турбин с проницаемой оболочкой из пористого сетчатого материала (нихрома), отношение теплопроводностей исходных компонент в пористой системе имеет порядок  $(\lambda_s^0 / \lambda_c^0) = 500$  ( $\Lambda_0 = 2 \times 10^{-3}$ ).

Решения (24), (25) позволяют проанализировать влияние толщины пористой оболочки на распределение температуры в ней. Как видно из выражений (24), (25), величина  $h$  не входит ни в один из коэффициентов перед экспонентами, однако входит в показатели экспонент через параметр  $R$  в виде множителя. Следовательно, при больших отрицательных степенях, определяемых ростом  $h$ , соответствующие члены в выражениях (19)–(21) будут становиться пренебрежимо малы. Поскольку  $r_3$  является наибольшим положительным корнем, то поделим числитель и знаменатель в (24), (25) на  $e^{r_3}$ . При больших значениях  $h$ , т.е. при  $r_2 \ll -1$ ,  $r_3 \gg 1$ , выражения (24), (25) приводятся к виду

$$\begin{aligned} \vartheta_s &= \vartheta_{sw}^* \left\{ e^{r_2 Y} \left( 1 - \frac{r_1}{Kh} \right) r_3^2 + e^{r_3 Y - r_3 + r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) r_1^2 - \right. \\ &\quad \left. - e^{r_1 Y} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) r_3^2 \right\} / \left[ e^{r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) (r_1^2 - r_3^2) \right], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_c &= \frac{\vartheta_{sw}^*}{e^{r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) (r_1^2 - r_3^2)} \left\{ e^{r_2 Y} \left( 1 - \frac{r_2}{Ks} \right) \left( 1 - \frac{r_1}{Kh} \right) r_3^2 + \right. \\ &\quad \left. + e^{r_3 Y - r_3 + r_1} \left( 1 - \frac{r_3}{Ks} \right) \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) r_1^2 - \right. \\ &\quad \left. - e^{r_1 Y} \left( 1 - \frac{r_1}{Ks} \right) \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) r_3^2 \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Зависимости (31), (32) при  $Y = 1$  естественно удовлетворяют условиям  $\vartheta_s|_{Y=1} = \vartheta_c|_{Y=1} = \vartheta_{sw}^* =$

$$= \frac{St_w^* / \bar{j}_i}{1 + St_w^* / \bar{j}_i}.$$

На входе в пористую оболочку  $Y = 0$ , из (31), (32) получим

$$\vartheta_{sh} = \frac{\frac{r_1 - r_2}{Kh} \vartheta_{sw}^* r_3^2}{e^{r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) (r_3^2 - r_1^2)}, \quad (33)$$

$$\vartheta_{ch} = \frac{\frac{r_1 - r_2}{Kh} \vartheta_{sw}^* r_3^2 \left( 1 + \frac{r_1 r_2}{Ks} - Kh \frac{r_1 + r_2}{Ks} \right)}{e^{r_1} \left( 1 - \frac{r_2}{Kh} \right) (r_3^2 - r_1^2)}. \quad (34)$$

Соотношение между температурами каркаса и охладителя на входе в пористую оболочку имеет вид

$$\vartheta_{ch} = \left( 1 + \frac{r_1 r_2}{Ks} - Kh \frac{r_1 + r_2}{Ks} \right) \vartheta_{sh}. \quad (35)$$

Необходимость соблюдения условия  $\vartheta_{sh} \geq \vartheta_{ch} \geq 0$  приводит к следующему неравенству:

$$1 \geq 1 + \frac{r_1 r_2}{Ks} - Kh \frac{r_1 + r_2}{Ks} = \frac{T_{ch} - T_{c\infty}}{T_{sh} - T_{c\infty}} \geq 0. \quad (36)$$

На рис. 3а результаты расчетов по формулам (24)–(26) сопоставлены с данными численного решения [4], проведенного для двух предельных случаев: очень высокой теплопроводности каркаса по сравнению с теплопроводностью охладителя  $\Lambda = 0.002$  и нулевой теплопроводности каркаса. Наблюдается хорошее соответствие между аналитическим и численным решениями. Обращает на себя внимание следующее. 1. Для случая  $\Lambda = 0.002$  при указанных параметрах температура каркаса и температура охладителя в пористом теле практически совпадают. 2. Существенное изменение температуры в области подвода газового охладителя может распространяться на достаточно большое расстояние от входа в пористый слой (до 2–3 мм). 3. В случае абсолютно нетеплопроводного каркаса

( $\lambda_s = 0, \Lambda \rightarrow \infty$ ) аналогичный характер изменения температуры охладителя наблюдается внутри пористой среды вблизи выхода охладителя на поверхность.

В тонкой стенке (рис. 3б) на распределение температуры, в первую очередь, влияют граничные условия, что наиболее очевидно для  $\Lambda \rightarrow \infty$ . В данном случае сосредоточенное вблизи выхода из толстой стенки (см. рис. 3а) изменение  $\vartheta_c$  распространяется на всю толщину стенки и проникает на относительно большое расстояние в глубь области подвода охладителя. Для случая  $\Lambda = 0.002$  при указанных параметрах характер распределений температуры практически аналогичен описанному выше для толстой стенки.

На рис. 4 представлены результаты расчетов по формулам (24)–(26) для случая  $\Lambda < 0.1$  и несколько другого сочетания параметров, чем в [4], а следовательно и на рис. 3. При уменьшении теплопроводности каркаса ( $\Lambda = 0.02$ ), например, с переходом от системы металл–газ к системе металлокерамика–газ, распределения температуры приближаются к распределениям, показанным на рис. 3а для  $\lambda_s = 0, \Lambda \rightarrow \infty$ . При задании условия  $\vartheta_{cw} = \vartheta_{sw}^*$  наблюдается равенство температур каркаса и охладителя в зоне влияния выходных условий. В тонком слое это равенство наблюдается практически по всей толщине. На рис. 4 приведены режимы с существенным различием  $T_s$  и  $T_c$  в прилегающей ко входу части слоя для  $\Lambda = 0.002$ .

Следует отметить, что все приведенные на рис. 3, 4 результаты расчетов относятся к случаю вдува воздуха в воздух при условиях, не приводящих к влиянию переменных физических свойств жидкости.

Таким образом, основные усилия при решении сопряженной задачи для пористого слоя должны быть сосредоточены на решении теплогазодинамической задачи для области “выход из пористой среды–пристенная область пограничного слоя”.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 94-02-03058а).

Обозначения:  $a$  – температуропроводность,  $m^2/c$ ;  $c, c_p$  – теплоемкость, Дж/(К кг);  $d$  – диаметр, м;  $d_s = 4F_{en}/P_{en}$  – эквивалентный диаметр характерного элемента поверхности натекания охладителя на входе в пористое тело, м;  $h$  – толщина пористой оболочки, м;  $F_{en}$  – площадь поверхности характерного элемента на поверхности натекания,  $m^2$ ;  $F_v$  – полная смоченная поверхность внутренних пор на единицу объема,  $m^2/m^3$ ;  $P_{en}$  – смоченный периметр характерного элемента на входе охладителя, м;  $T$  – температура, К, °С;  $u$  – скорость теплоносителя в пограничном слое, м/с;  $v$  – скорость охладителя в пористой стенке, м/с;  $v_w \equiv v_\infty = \sqrt{\Pi_w}$  – скорость

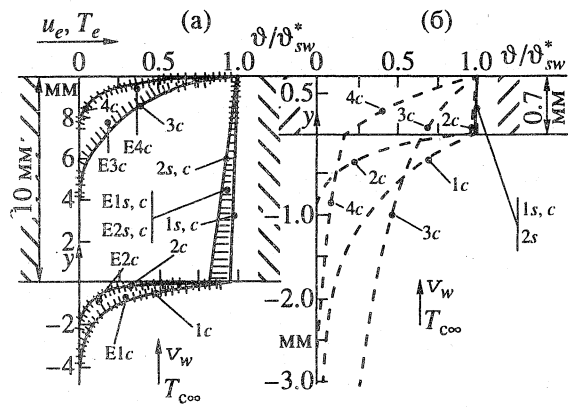


Рис. 3. Распределение безразмерной температуры каркаса (s) и охладителя (c) для пористых а – толстой стенки толщиной 10 мм и б – тонкой стенки толщиной 0.7 мм при  $Pr = 0.7$ . 1 –  $\Lambda = 2 \times 10^{-3}, Re_d = 0.35, d = 0.1$  мм,  $\bar{j} = 0.001, \Pi = 0.5$ ; 2 –  $\Lambda = 2 \times 10^{-3}, Re_d = 1.40, d = 0.1$  мм,  $\bar{j} = 0.004, \Pi = 0.5$ ; 3 –  $\Lambda \rightarrow \infty, \lambda_s = 0, Re_d = 0.35, d = 0.4$  мм,  $\bar{j} = 0.001, \Pi = 0.5$ ; 4 –  $\Lambda \rightarrow \infty, \lambda_s = 0, Re_d = 1.40, d = 0.4$  мм,  $\bar{j} = 0.004, \Pi = 0.5$ ; Е – данные [4].

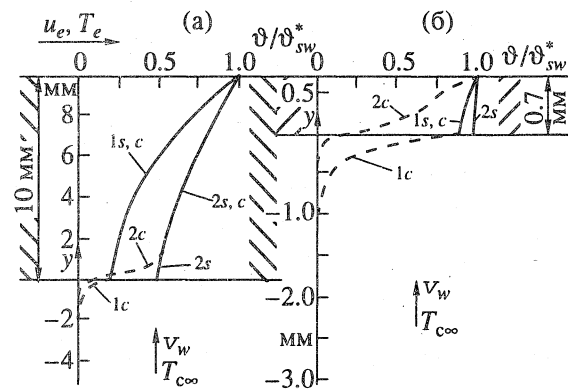


Рис. 4. Распределение температуры каркаса (s) и охладителя (c) для пористых а – толстой стенки (10 мм), б – тонкой стенки (0.7 мм). 1 –  $\Lambda = 0.02, Re_d = 1.40, d = 0.1$  мм,  $\bar{j} = 0.001, \Pi = 0.5$ ; 2 –  $\Lambda = 0.002, Re_d = 20, d = 0.1$  мм,  $\bar{j} = 0.004, \Pi = 0.5$ .

фильтрации, м/с;  $y$  – координата, отсчитываемая от входа в пористую оболочку, м;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи в пограничном слое, Вт/( $m^2$  К);  $\alpha_d$  – коэффициент теплоотдачи в канале идеального пористого тела, Вт/( $m^2$  К);  $\alpha_v = \alpha_d F_v$  – объемный коэффициент внутреннего теплообмена в пористой среде, Вт/( $m^3$  К);  $\lambda$  – теплопроводность, Вт/(м К);  $\tilde{\lambda}_s$ ,  $\tilde{\lambda}_c$  – эффективная теплопроводность матрицы (без жидкости) и охладителя (при нулевом значении теплопроводности матрицы) соответственно, Вт/(К м);  $\lambda_c \equiv \lambda_c^0$  – теплопроводность охладителя, Вт/(К м);

$\lambda_s^0$  – теплопроводность материала матрицы, Вт/(К м);  $\Pi$  – пористость;  $\Pi_w$  – поверхностная пористость (скважность);  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\tilde{\rho}\tilde{c} = \Pi(\rho c_p)_c$  – теплоемкость жидкости в расчете на единицу объема пористой среды, Дж/(К м<sup>3</sup>);

*Безразмерные:*  $b_t = \bar{j}/St_0$  – тепловой параметр вдува (проницаемости);  $\bar{j} = (\rho_c v_w)/(\rho u)_e$  – относительная массовая скорость вдуваемого через поверхность газа;  $\bar{j}_t = (\rho c_p)_c v_w / (\rho c_p)_g u_e$  – тепловая интенсивность вдува;  $K = K_s/K_c = \tilde{\rho}\tilde{c} v h / \tilde{\lambda}_s = (\rho c_p)_c v_w h / \tilde{\lambda}_s = R\Lambda$  – критерий охлаждения пористых тел [6];  $K_s = \alpha_v h / (\tilde{\rho}\tilde{c} v) = \alpha_v h / ((\rho c_p)_c v_w) = \frac{4\overline{Nu}_d}{Re_d Pr_c} \frac{h}{d}$ ;  $K_c = \alpha_v h^2 / \tilde{\lambda}_s = \overline{Nu}_d 4 \left(\frac{h}{d}\right)^2 \Lambda_0 \frac{\Pi}{1-\Pi}$ ;  $Kh = St_{en} K = \overline{Nu}_d \left(\frac{h}{d_s}\right) \frac{\Lambda_0}{1-\Pi} = 0.5 \sqrt{Re_d} \left(\frac{h}{d}\right) \frac{\Lambda_0 \Pi}{(1-\Pi)^{3/2}}$ ;

$R = h \tilde{\rho}\tilde{c} v / \tilde{\lambda}_c = K/\Lambda = Re_d Pr_c \left(\frac{h}{d}\right)$ ;  $Rh = \frac{(\rho c_p)_c v_w h}{\lambda_c} = Re_d Pr_c \left(\frac{h}{d}\right) \Pi$ ;  $Re_x = (\rho u)_e x / \mu_e$  – число Рейнольдса для пограничного слоя;  $Re_d = vd/v_c = \frac{v_w d}{v_c \Pi_w}$  – число Рейнольдса в канале пористого слоя;  $St_0 = \frac{q_w}{(\rho c_p)_g u_e (T_e - T_w)}$  – число Стантона на непроницаемой поверхности;  $St_0 = 0.0295 Re_x^{-0.2} Pr^{-0.4}$ ;  $St_{en} = \frac{\alpha_{en}}{(\rho c_p)_c v_w}$  – число Стантона на входе в пористую оболочку;  $St_w = \frac{\alpha_w}{(\rho c_p)_g u_e} = \frac{q_w}{(\rho c_p)_g u_e (T_e - T_{c\infty})}$  – число Стантона для пограничного слоя со вдувом;  $Y = y/h$ ;  $Pe = Re Pr = \tilde{v} d / a_c$  – число Пекле;  $Pr = \nu / a = \mu c_p / \lambda$  – число Прандтля;  $\vartheta = \frac{T - T_{c\infty}}{T_e - T_{c\infty}}$ ;  $\theta =$

$= \frac{T_e - T_{sw}}{T_e - T_{c\infty}}$  – эффективность (глубина) охлаждения;

ния;  $\Lambda = \frac{\tilde{\lambda}_c}{\tilde{\lambda}_s} = \frac{\lambda_c^0}{\lambda_s^0} \frac{\Pi}{(1-\Pi)} = \frac{K}{R}$ ;  $\tilde{\Lambda} = \frac{\lambda_c^0}{\lambda_s}$ ;  $\Lambda_0 = \frac{\lambda_c^0}{\lambda_s^0}$  –

отношение теплопроводности чистых веществ.

*Индексы:*  $e$  – вне пограничного слоя, параметры набегающего потока;  $c$  – охладитель;  $h$  – на входе охладителя в пористую оболочку;  $s$  – каркас (матрица) пористой среды;  $w$  – внешняя поверхность стенки;  $\infty$  – вдали от входа охладителя в пористое тело;  $\sim$  – эффективное значение; \* относится к условию  $T_{cw} = T_{sw}$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полежаев Ю.В., Шишков А.А. Газодинамические испытания тепловой защиты. Спр. М.: Промедэк, 1992. 248 с.
2. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.В. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.
3. Поляев В.М., Майоров В.А., Васильев Л.Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1988. 168 с.
4. Eckert E.R.G., Cho H.H. Transition from Transpiration to Film Cooling // Int. J. Heat Mass Transfer. 1994. V. 37. № 1. P. 3.
5. Weinlau S., Wheller H. // J. Appl. Phys. 1947. V. 20. P. 113.
6. Лыков А.В. Теплообмен. Спр. М.: Энергия, 1972. 560 с.
7. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат, 1985. 319 с.
8. Мугалев В.П. Исследование теплообмена и характеристик турбулентного пограничного слоя на пористой поверхности. Теплоперенос. Т. 1. М.: Энергия, 1968. С. 32.
9. Moffatt R.G., Kays W.M. The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate // Int. J. Heat Mass Transfer. 1968. V. 11. № 10. P. 1547.
10. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967. 411 с.