

# Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

М. Я. Сафин, Прямой метод локализации объектов  
в двумерном пространстве,  
*Issled. Inform.*, 2007, Issue 12, 124–130

<https://www.mathnet.ru/eng/ipi192>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that  
you have read and agreed to these terms of use  
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.168

May 17, 2025, 15:40:39



## ПРЯМОЙ МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ ОБЪЕКТОВ В ДВУМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

М. Я. Сафин

Представление трехмерных объектов на двумерном мониторе в реальном времени требует высокой производительности компьютера. Высокие вычислительные требования объясняются алгоритмической сложностью визуализации и большим количеством данных, которые будут обработаны.

Метод деления пространства на восемь частей [1] используется для правильного представления твердых объектов в трехмерной среде и является основой для многих систем моделирования и визуализации. Главная цель метода деления пространства на восемь частей – это уменьшить число сравнений, необходимых для определения поверхностей сцены, которые должны быть обработаны процедурой “ray tracing” или другими подобными вычислениями.

Данный метод, прежде всего, используется в статических средах, он может также использоваться и в динамических средах, но с некоторыми модификациями. Он может существенно сократить время, необходимое для сортировки многоугольников сцены с целью правильного вывода на экран, и идеально подходит для ресурсоемких игр, которые состоят, прежде всего, из пустого пространства, в пределах которого объекты демонстрируют большие изменения относительного размера (например, симуляторов полета).

Алгоритмы деления пространства на восемь частей рекурсивны по своей природе и используют сложные промежуточные структуры. Поэтому их сложно реализовать в аппаратных средствах. Это и послужило причиной создания рассматриваемого в данной статье метода, предназначенного для связи объектов с участками области в координатном пространстве.

Предлагаемый метод предназначен для быстрого определения местоположения объекта в пространстве. Метод будет описан ниже для двумерного случая, хотя он может быть применен в пространстве с произвольным числом измерений.

На рис. 1 представлен первый этап метода – преобразование области 14 двумерного пространства с системой координат  $XOY$  в единичный квадрат 16. То же самое координатное преобразование применено к объектам 10 и 12 произвольной формы расположенным в области 14. Объек-

ты 10 (рис. 1А) преобразованы в объекты 18 (рис. 1В). Четырехугольная фигура 12 только частично расположена в области 14. Поэтому в рамках нашего метода мы будем рассматривать только заштрихованную часть этого объекта на рис. 1А и 1В.

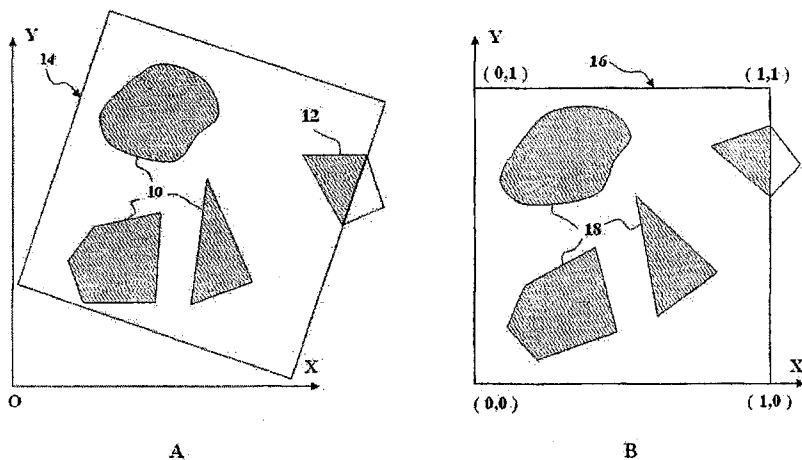


Рис. 1

Рассмотрим теперь процедуру деления квадрата на подобласти. На первом шаге квадрат делится линией на две равные прямоугольные подобласти. На последующих шагах выбирается определенная прямоугольная подобласть и так же делится линией на две равных подобласти и т.д. Каждая линия деления параллельна одной из координатных осей и перпендикулярна предыдущей линии деления. Каждой подобласти, получающейся при делении квадрата, назначается имя. Имя подобласти будет использоваться в дальнейшем в процедуре "связывания" объекта с множеством минимальных подобластей.

Общая рекурсивная процедура назначения имени произвольной подобласти квадрата состоит в следующем:

- Имя начальной прямоугольной подобласти пусто (то есть не содержит никаких символов).

- В результате деления подобласти появляются две новые прямоугольные подобласти; для каждой новой прямоугольной подобласти к имени с правой стороны добавляется символ 0 или 1. Символ 0 добавляется к имени исходной подобласти для прямоугольной подобласти, самой близкой к началу координат, а символ 1 – для самой дальней подобласти.

- Процедура деления завершается при достижении заранее определенного размера подобласти.

Рис. 2 демонстрирует ряд делений квадрата согласно предлагаемому методу и получившиеся в результате этого прямоугольные подобласти и их имена.

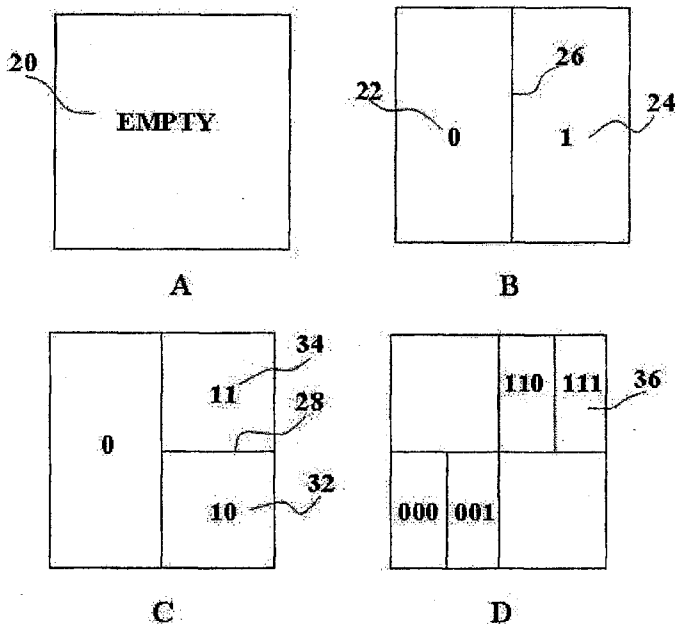


Рис. 2

На первом шаге квадрат 20 (рис. 2А) делится линией 26 на два равных прямоугольника 22 и 24 (рис. 2В). Прямоугольник 22 получает имя 0, а прямоугольник 24 – имя 1. На следующем шаге в результате деления прямоугольника 24 линией 28 (рис. 2С) получается две новых равных прямоугольных подобласти 32 и 34. Некоторые из прямоугольных подобластей, полученные делениями начального квадрата 20, представлены на рис. 2D. Число символов в имени определяет число делений, которые привели к появлению прямоугольной подобласти, соответствующей этому имени, как видно на рис. 2. Максимальная длина имени подобласти, которой соответствует длина имени прямоугольной подобласти 36 на рис. 2D, равна трем.

Под локализацией объекта будем понимать локализацию множества ограничивающих его прямоугольников. Локализация прямоугольника – это определение содержащей его целиком минимальной подобласти. На рис. 3А ограничивающий прямоугольник 40 квадрата 20 содержит преобразованный объект 42 целиком. На рис. 3В два ограничивающих прямоугольника *abhe* и *abcd* содержат часть объекта 42. Стороны ограничиваю-

щих прямоугольников должны быть параллельны координатным осям. Способы определения множества ограничивающих прямоугольников для объекта различной формы в данном методе не рассматриваются. Чтобы определить, содержит ли подобласть ограничивающий прямоугольник, достаточно определить, содержит ли подобласть диагональ ограничивающего прямоугольника. На рис. 3А подобласть 44 квадрата 20 содержит объект 42 с ограничивающим его прямоугольником 40. Подобласть 44 содержит диагональ 46 ограничивающего прямоугольника 40.

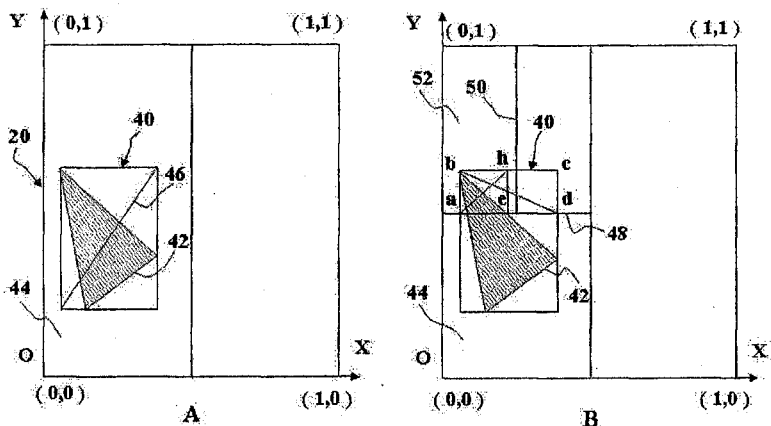


Рис. 3

Минимальная подобласть для ограничивающего прямоугольника определяется как минимальная среди подобластей, которые содержат ограничивающий прямоугольник целиком. Минимальная подобласть может определяться по диагонали ограничивающего прямоугольника. На рис. 3А и 3В подобласть 44 содержит ограничивающий прямоугольник 40 объекта 42 целиком. Подобласть 44 – минимальная подобласть для ограничивающего прямоугольника 40. Следующая разделяющая линия 48 (рис. 3В) подобласти 44 пересекается с ограничивающим прямоугольником 40.

На рис. 3В сторона  $ae$  ограничивающего прямоугольника  $abhe$  и сторона  $ad$  ограничивающего прямоугольника  $abcd$  совпадают с разделяющей линией 48. Оба ограничивающих прямоугольника  $abhe$  и  $abcd$  содержатся в подобласти 52, которая получилась в результате деления подобласти 44 линией 48. Подобласть 52 – минимальная подобласть для ограничивающего прямоугольника  $abcd$ , так как линия 50 подобласти 52 пересекается с ограничивающим прямоугольником  $abcd$  и его диагональю  $bd$ . Подобласть 52 не минимальна для ограничивающего прямоугольника  $abhe$ , так как линия 50 для подобласти 52 не пересекается с ограничивающим прямоугольником  $abhe$ .

Определение минимальной подобласти для ограничивающего прямоугольника выполняется с использованием диагонали. Опишем процедуру определения минимальной подобласти для диагонали.

Сначала десятичные координаты  $x$  и  $y$  граничных точек диагонали преобразовываются к двоичному виду. Дробные части этих двоичных представлений записываются в двоичные строки (рис. 4). Максимально возможная длина имени подобласти ограничивает длину двоичной строки. Максимально возможная длина имени подобласти определяется предопределенным размером наименьшей подобласти, который определен контекстом задачи.

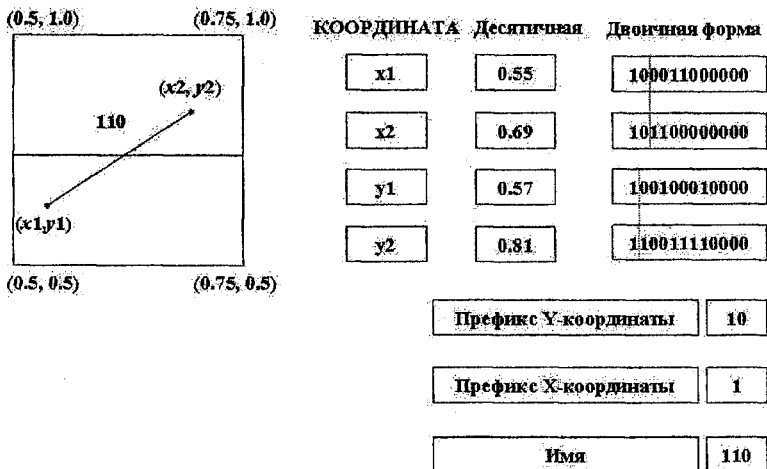


Рис. 4

Для  $x$ -координат двух граничных точек диагонали определяется совпадающая начальная часть соответствующих двоичных форм. Эта часть обозначена вертикальной линией на рис. 4.

Эта совпадающая начальная часть двух двоичных форм для  $x$ -координаты далее будет называться префиксом  $x$ -координаты. Точно так же определяется префикс  $y$ -координаты. Имя минимальной подобласти получается из префикса  $x$ -координаты и префикса  $y$ -координаты. Таким образом, если префикс  $x$ -координаты пуст, тогда имя минимальной подобласти совпадает с именем начальной подобласти, иначе, имя получается в результате попеременного конкатенирования символов префикса  $x$ -координаты и префикса  $y$ -координаты в двоичную строку как показано на рис. 4. Конкатенирование прекращается, когда хотя бы один из префиксов сконкатенирован полностью.

Таким образом, если для каждого объекта каким-либо образом определено "покрывающее" его множество ограничивающих прямоугольников, то однозначно и легко определяется множество имен минимальных

подобластей, целиком содержащих эти прямоугольники. Поэтому, используя любую процедуру перебора всех объектов, можно однозначно и быстро (за число операций, пропорциональное количеству всех ограничивающих прямоугольников) "связать" все ограничивающие прямоугольники всех объектов с именами минимальных подобластей, целиком содержащих эти прямоугольники. Другими словами, можно сделать так, что каждому имени подобласти будет соответствовать указатель на массив 64 всех ограничивающих прямоугольников 62 (см. рис. 5), целиком содержащихся в этой подобласти.

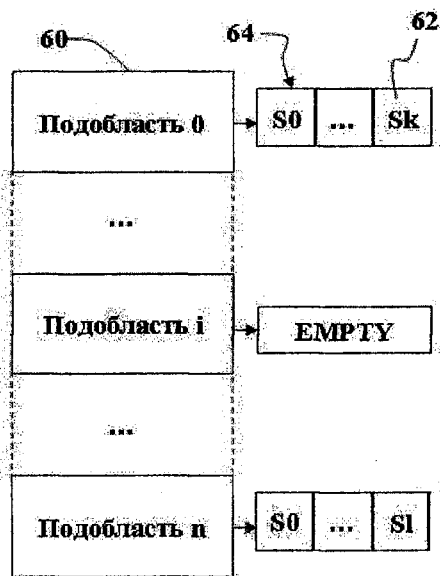


Рис. 5

Множество этих указателей можно объединить в линейный массив 60 (рис. 5) так, что номер (индекс) для любого имени подобласти  $a_m a_{m-1} \dots a_j \dots a_1$ , где  $a_j$  есть 0 или 1, а  $m$  — длина имени, будет определяться так: к двоичной строке  $a_m a_{m-1} \dots a_j \dots a_1$  слева приписывается символ 1, и из результата как из целого числа вычитается единица.

На рис. 6 показано вычисление индексов подобластей в массиве всех подобластей. Индексы рассчитаны из имен подобластей, показанных на рис. 2 А, В, С и D. В этом примере количество возможных наименьших подобластей равно восьми.

Имя	Индекс
Пустое	0
0	1
1	2
10	5
11	6
110	13

Рис. 6

Таким образом, в статье представлен метод прямой локализации объектов в двумерном пространстве, который обеспечивает возможность определения для любого объекта области в координатном пространстве множества минимальных подобластей, целиком содержащих все ограничивающие прямоугольники этого объекта. На основании этого метода представляется возможным создание системы, которая может быть реализована в аппаратном и программном обеспечении. Отметим, что метод может быть применен в пространстве любой размерности, тогда для деления надо использовать плоскости или гиперплоскости.

#### Литература

1. Andrew S. Space Subdivision for Fast Ray Tracing by Glassner // IEEE Computer Graphics and Applications. – 1984. – Vol. 4. – No. 10. – P. 15-22.