Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

Э. З. Имамов, Р. А. Муминов, Р. Х. Рахимов, Анализ эффективности солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами,
*Comp. nanotechnol.*, 2021, том 8, выпуск 4, 42–50

https://www.mathnet.ru/cn356

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.175
16 июля 2025 г., 14:23:38

# РАЗРАБОТКА НОВЫХ ЭНЕРГОУСТАНОВОК НА ОСНОВЕ ВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ

# DEVELOPMENT OF NEW POWER PLANTS BASED ON RENEWABLE ENERGY SOURCES

*05.14.01* *ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И КОМПЛЕКСЫ*

*COMPLEX POWER SYSTEMS*

DOI: 10.33693/2313-223X-2021-8-4-42-50

# Analysis of the Efficiency of a Solar Cell with Nano-Dimensional Hetero Transitions

**E.Z. Imamov[1, a] ©, R.A. Muminov[2, b] ©, R.Kh. Rakhimov[3, c] ©**

[1] **Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy, Tashkent, Republic of Uzbekistan**

[2] **Institute of Physics and Technology of the Scientific and Production Association "Physics-Sun" of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan**

[3] **Institute of Materials Science of the Scientific and Production Association "Physics-Sun" of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan**

[a] **E-mail: erkinimamov@mail.ru**

[b] **E-mail: detector@uzsci.net**

[c] **E-mail: rustam-shsul@yandex.com**

**Abstract. The** optimal ratios of the parameters of a solar cell with nano-dimensional hetero junctions that provide maximum power efficiency are determined. It follows from the obtained relations that a solar cell with nano-dimensional hetero junctions can be constructed in such a way that its efficiency will always have the required high level. It is shown that such a controlled situation is possible in relation to a solar cell with nano-dimensional *p-p*-junctions created due to the phenomenon of self-organization on a substrate made of technical silicon. Such solar cells can contribute to improving the efficiency of solar energy, the formation of highly efficient, cheap photovoltaic converters.

**Key words:** Equivalent circuit, light current, converter, voltage characteristic

**Acknowledgments.** The authors are grateful to Academician R.A. Zakhidov and professors M.N. Tursunov, K.A. Ismailov for stimulating discussion of the results obtained.

The work was carried out within the framework of two projects of the Fundamental Research Program: FA-F3-004 "Study of fundamental new physical models, mechanisms, methods" and No. BV-F3-005 "Theoretical studies of the parameters of a solar cell and the effects of nano-technological processing of its surface on improving the efficiency of solar energy".

FOR CITATION: Imamov E.Z., Muminov R.A., Rakhimov R.Kh. Analysis of the Efficiency of a Solar Cell with Nano-Dimensional Hetero Transitions. *Computational Nanotechnology*. 2021. Vol. 8. No. 4. Pp. 42–50. (In Rus.) DOI: 10.33693/2313-223X-2021-8-4-42-50

*Imamov E.Z., Muminov R.A., Rakhimov R.Kh.*

## INTRODUCTION

The paper analyzes the efficiency of a solar cell with nano-dimensional hetero junctions (SC with NHJ), based on its light-voltage characteristic (LVC). A special feature of the research is that nano-dimensional hetero junctions are created on the surface of a substrate made of technical silicon. Usually, this modification of silicon is practically not used to convert solar radiation into electricity. However, in our previous works [1–7]:

- the choice of technical silicon (after additional nano-technological impact) as a substrate of a solar cell is justified in detail;
- the technology of creating hetero contact structures on its surface is considered;
- the requirements for contacting materials are defined;
- the conditions under which the efficiency of a solar cell with nano-dimensional hetero junctions will be commensurate with the efficiency of traditional solar cells based on a crystalline modification of silicon are estimated.

A solar cell with nano-dimensional hetero junctions is able to significantly improve the process of converting solar radiation into electricity, since the transformation is carried out by nanoscale hetero contact structures that are formed in accordance with the natural phenomenon of self-organization [8–10].

The creation of self-organized nano-sized semiconductor hetero contacts on the surface of a solar cell is realized most successfully if the degree of crystallinity of the contacting materials is close to each other [11].

It was shown in [12] that lead chalcogenides are close to silicon single crystals in their crystal structure and are capable of creating nano-dimensional heterocontact systems on its surface based on the phenomenon of self-organization.

The study of the structure of real homogeneous technical silicon [13] showed the presence in it in small proportions (within one percent) of uniformly distributed nano-sized crystalline areas on the surface.

By the method of molecular beam epitaxy, it is these areas of the silicon crystal due to the manifestation of elastic stresses at the contact boundary of the materials that are the centers of the formation of stable nano-dimensional heterocontact structures (the so-called "islands" up to several hundred million in one cm$^2$ [8–11]). In this paper, the transformative properties of a solar cell with nano-dimensional hetero junctions are investigated based on the analysis of its light-voltage characteristic.

## LIGHT VOLTAGE CHARACTERISTIC

When studying the optical properties of a solar cell with nano-dimensional hetero junctions, each of them is considered as an ideal *p-n*-junction [14–19]. They are located on the surface in a strict staggered order, the equivalent scheme of functioning of which is easy to imagine in the form of a chain of homogeneous photodiodes connected to each other in parallel. Each of them has an independent "generator" *G* of the light current $I_L$. Such effective converters with many *p-n*-junctions are studied in detail in [20–21].

From the equivalent circuit diagram of the electrical circuit (Fig. 1), it can be seen that the light current $I_L$ of a separate photodiode branches into the $I_o$ current that ensures its operation, and into the $I_s$ current flowing through the resistance $p = R_sR_{sh}/(R_s + R_{sh})$ external to the contact structure (with subsequent flow to the resistance of the external load *R*), that is, $I_L = I_s + I_o$.

Here $R_s$ is the resistance of the single-crystal section of the nano-dimensional *p-n*-junction, and $R_{sh}$ is the resistance of the structureless part of the substrate and the contact of the Schottky barrier.

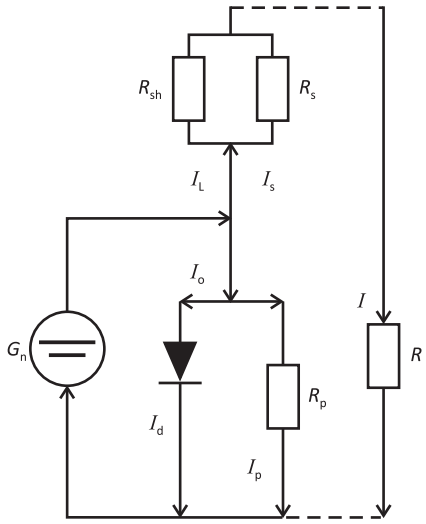


**Fig. 1.** An equivalent scheme of a solar cell with a nanoscale hetero junction

In turn, $I_o = I_d + U_p/R_p$, where $U_p/R_p$ is the current of the diode through the internal parallel resistance $R_p$, and $I_d = I_{oo}$ ($e^{\alpha U_p} - 1$) is the diode current. Thus, the light voltage characteristic of each single contact structure on the surface of a solar cell has the form:

$$I_s = I_L - I_d - U_p/R_p. \quad (1)$$

Directly on the surface of a thin substrate with a thickness of 100 to 250 microns, *n* nano-sized contact structures with embedded electrostatic fields are formed at distances of about 1–2 microns from each other (Fig. 2).

The current $I$ through the external load *R* is formed from these n independent and identical microcurrents Is from each single contact structure, functioning due to an independent source of electromotive force ε (the function of the current generator *G*). Therefore, it can be represented as an algebraic sum of *n* independent microcurrents $I_s$, that is:

$$I = nI_s. \quad (2)$$

Hence, the current-voltage characteristic of a real solar cell with parallel connected *n* nano sized *p-p*-transitions will be of the form:

$$I = nI_s = n(I_L - I_d - U_p/R_p). \quad (2^*)$$

To obtain relevant and reliable data circuit consisting of conductive regions, should be closed. It can be seen from ($2^*$) that $I = nI_s$ – the current, as a function of the voltage drop on the diode $U_p$, decreases from the value of the short – circuit current ($I_{sc} = nI_L$) to zero when $U_p$ changes from zero to $U^*$ – the no-load voltage. Moreover, both values of $I_{sc}$ and $U^*$ are easily measured parameters maximum volt-ampere characteristics:

- when $U_p = 0$, $I_{sc} = nI_L$ – short-circuit current is equal to the light current;
- when $U_p = U^*$, $I = 0$, the current through the resistance of the external load is zero, and $I_{sc}/n = I_L = I_d^* + U^*/R_p$.

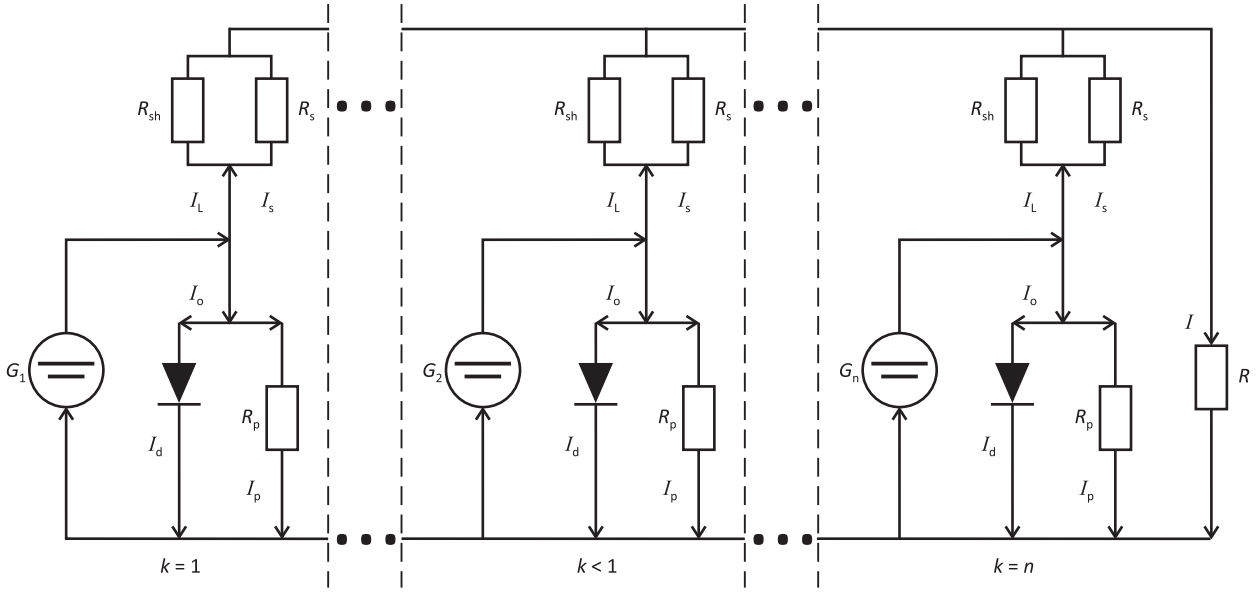


**Fig. 2**

Knowing the easily measured values $U^*$ and $I_{sc} = nI_L$, it is possible to estimate from this equality the $R_p$ value of the parallel resistance of the diode part of the equivalent circuit. It is equal to $R_p = U^*/(I_{sc}/n - I_d^*) = U^*/(I_L - I_d^*)$, where $I_d^* = I_{oo}(e^{\alpha U^*} - 1)$ – is the diode current at the no-load voltage $U^*$, and $I_{oo}$ is its amplitude value.

So, $U^*$ and $I_{sc}$ determine the boundary of the change in the parameters of the current-voltage characteristic: The current varies from $I_{sc} = nI_L$ to zero, and the voltage from zero to $U^*$. Accordingly, the $P$-power of a solar cell with n independent single nano-dimensional hetero contact structures is determined by the product of the current current $I = nI_s$ by the current voltage $U_p$, that is, $P = IU_p = nI_sU_p$.

To analyze the obtained relations, it is convenient to present them in a normalized form by dividing the current $U_p$, $I$ and $P$ by the corresponding boundary values $U^*$, $I_{sc}$ and $P$. By performing this operation, we obtain a dimensionless normalized voltage characteristic:

$$\frac{I}{I_{sc}} = \frac{nI_s}{nI_L} = \frac{I_s}{I_L} = \left(1 - \frac{U_p}{U_{co}}\right) + \frac{I_d^*}{I_L}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right);$$
$$\frac{P}{U^*} I_{sc} = \left(\frac{U_p}{U^*}\right)\left(\frac{I}{I_{sc}}\right). \quad (3)$$

For ease of analysis, we introduce some dimensionless coefficients:

$$\gamma = \frac{I_{oo}}{I_L} \qquad \alpha = \frac{e}{AkT} \qquad \Omega = \frac{1+\gamma}{\gamma} \qquad a = \frac{e^{\tau} - \Omega}{\Omega} > 0$$

$$\tau = \alpha U^* \qquad e^{\alpha U^*} = e^{\tau} \qquad e^{\alpha U_p} = e^{\tau y} \qquad \frac{I_L}{I_{sc}} = \frac{I_{sc}}{I_{sc}} = 1$$

$$f = \frac{I}{I_{sc}} \qquad y = \frac{U_p}{U^*} \qquad \Psi = \frac{P}{U^*} I_{sc} = U_p \frac{I_s}{U^*} I_{sc} = yf$$

With these dimensionless parameters, the dimensionless normalized current-voltage characteristic of a solar cell

$$I = n\frac{I_L - I_d - U_p}{R_p}$$

will now be:

$$f = [\Omega(1 + ay) - e^{\tau y}]\cdot[1/(\Omega - 1)], \quad (4)$$

and the power: $P = IU_p = U_p\{I_L(1 - U_p/U_{co}) + I_d^*(U_p/U_{co} - I_d/I_d^*)\}$ becomes non-dimensional form looks like:

$$\Psi = P/U^* \cdot I_{sc} = yf = y[1/(\Omega - 1)][\Omega(1 + ay) - e^{y\tau}]. \quad (5)$$

Dividing the current $U_p$, $I_s$ and $P$ by the corresponding boundary values $U^*$, $I_{sc}$ and $P_m$, we obtain a dimensionless view of the current-voltage characteristic and power of the solar cell:

$$\frac{I_s}{I_L} = \frac{I_s}{I_{sc}} = \left(1 - \frac{U_p}{U_{co}}\right) + \frac{I_d^*}{I_{sc}}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right);$$
$$\frac{p}{U^*} I_{sc} = \left(\frac{U_p}{U^*}\right)\left(\frac{I_s}{I_{sc}}\right).$$

The power, as a function of voltage $\Psi = \Psi(y)$, increases with increasing $y$ (voltage) from zero to a certain maximum $\Psi_m$ at a certain current $f_m$ and voltage $U_m$. Then the power $\Psi = \Psi(y)$ is rapidly reduced to zero at $y = 1$ (or $U_p = U^*$).

The main indicators of the efficiency of a solar cell are the parameters of the maximum power: $f_m$, $\Psi_m$ and $y_m$ (or $I_m$, $P_m$ and $U_m$). If we find $y_m$, then by formulas (4) and (5) we find $f_m$ and $\Psi_m$. Therefore, by equating to zero $dP/dU_p$ – the first derivative of the solar cell power by the voltage $U_p$ (or in the dimensionless form $d\Psi/dy$), we obtain the transcendental equation

$$e^{y_m\tau} = \Omega(1 + 2y_m a)/(1 + \tau y_m). \quad (6)$$

The solution of the transcendental equation will allow us to determine $y_m = U_m/U^*$, as well as $f_m$, and $\Psi_m$. The values of the maximum power $P_m$, voltage $U_m$ and current $I_m$ at the same time, in an explicit and dimensionless form, are equal:

$$P_m = I_m U_m \quad U_m \qquad I_m = I_{sc}\left(\frac{1 - U_m}{U^*} + \frac{I_{oo}}{I_L}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right)\right)$$
$$\Psi_m = f_m y_m \quad y_m \qquad f_m = \left[\frac{y_m \Omega}{(\Omega - 1)(1 + \tau y_m)}\right]\left[\tau + a(\tau y_m - 1)\right] \quad (7)$$

The power of a solar cell divided by $I_{sc}U^*$ determines its efficiency – the efficiency coefficient $\eta = P/I_{sc}U^*$, which in dimensionless form coincides by definition with the normalized power and has the form:

$$\eta = yf = \frac{P}{I_{sc}}U^* = y\left[\frac{1}{\Omega-1}\right]\left[\Omega(1+ay) - e^{y\tau}\right].$$

At the point of maximum power, the efficiency coefficient in the dimensionless form is equal to:

$$\eta_m = \left[\tau + a(\tau y_m - 1)\right]\frac{y_m^2\Omega}{(\Omega-1)(1+\tau y_m)}. \quad (8)$$

## ANALYSIS OF THE RESULTS OBTAINED

The analysis of the obtained results shows that the value of the maximum power efficiency is significantly determined by the parameters of a solar cell with nano-dimensional hetero transitions: Ω, τ and the ratio between them.

It follows from the transcendental equation (6) that the left growing exponential part of $e^{ym\tau}$ is equal to the right, asymptotically decreasing part with respect to $y_m$:

$$\frac{\Omega(1+2y_m a)}{1+\tau y_m}.$$

But it follows from (4) that in the entire range of voltage changes from 0 to $U^*$ ($y \le 1$), the value of the normalized current $f$ must be positive. And this is possible under the condition $e^{\tau y} > \Omega$, which is guaranteed to be fulfilled near the boundary $y \le 1$. Note that $e^{\tau y}$ and Ω are large numbers in themselves, but they are quite close to each other. Since Ω >1 and $a = e^{\tau}/\Omega - 1$, the decrease of the right part of (6) is possible for

$$\frac{1+2y_m a}{1+\tau y_m} < 1.$$

Thus, the combination of the conditions: $e^{\tau y} > \Omega$, $\Omega > 1$, $(1 + 2y_m a)/(1 + \tau y_m) < 1$ and $2a < \tau$, allows us to obtain a relation connecting Ω, τ and $y$:

$$e^{\tau y} > \Omega > 2e^{\tau}/(2 + \tau)$$

It follows from this inequality that the greatest efficiency of a solar cell with nano-dimensional hetero transitions is manifested when

$$\Omega = \frac{I_L}{I_{oo}+1} \ge \frac{2e^{\frac{eU^*}{AkT}}}{\frac{2+eU^*}{AkT}} = \frac{2e^{\tau}}{2+\tau} \quad (9)$$

and when the value of the maximum voltage $U_m$ is close to the boundary voltage $U^*$, that is, $U_m \le U^*$.

It is precisely with the simultaneous fulfillment of inequalities (9) and $U_m \le U^*$ that the maximum value of the $\eta_m$ – the efficiency indicator of a solar cell with nano-dimensional heterojunctions can be achieved.

We list several combinations of the numbers $\Omega = 1 + I_L/I_{oo}$ and $e^{\tau} = e^{eU^*/(AkT)}$, whose substitution in $\eta_m$, $y_m$, $f_m$ and $\Psi_m$ will give a high efficiency of a single element with nano-dimensional heterojunctions. It is only necessary to observe the conditions $e^{\tau} > \Omega$ each time.

$\Omega = 8$ and $e^{\tau} = 10$; $\Omega = 21$ and $e^{\tau} = 24$; $\Omega = 51$ and $e^{\tau} = 56$;

$\Omega = 101$ and $e^{\tau} = 111$; $\Omega = 201$ and $e^{\tau} = 203$.

Temperature variations or changes in the non-ideality coefficient of the diode A affect the value $\tau = eU^*/(AkT)$. For example, with an increase in $AkT$ or due to temperature, or a change in the A – coefficient of imperfection, the type of current-voltage characteristic changes dramatically.

## CONCLUSIONS

The optimal ratios of the parameters of a solar cell with nano-dimensional hetero transitions that provide maximum power efficiency are determined.

It follows from the obtained relations that a solar cell with nano-dimensional hetero transitions can be constructed in such a way that its efficiency will always have the required high level.

It is shown that such a controlled situation is possible in relation to a solar cell with nano-dimensional *p–p*-transitions created due to the phenomenon of self-organization on a substrate made of technical silicon. Such solar cells can contribute to improving the efficiency of solar energy, the formation of highly efficient, cheap photovoltaic converters.

## *References*

1. *Jalalov T.A.*, *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Rakhimov R.H. Computational Nanotechnology*. 2018. No. 1. Pp. 155–167. (In Rus.)
2. *Jalalov T.A.*, *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.* et al. *Computational Nanotechnology.* 2018. No. 3. Pp. 85–90.
3. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Jalalov T.A.*, *Karimov H.N. Ilmiy Xabarnoma-Scientific Bulletin.* 2019. No. 1. Pp. 25–27.
4. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Jalalov T.A* et al. *Uzbek Journal of Physics*. 2019. No. 3. Pp. 173–179.
5. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Jalalov T.A.*, *Karimov H.N. Physics of Semiconductors and Microelectronics*. 2019. No. 4. Pp. 14–21.
6. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Rakhimov R.Kh. Computational Nanotechnology*. 2020. Vol. 7. No. 2. Pp. 58–63.
7. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Rakhimov R.Kh. Scientific-Technical Journal* (STJ FerPI). 2020. Vol. 24. No. 5. Pp. 31–36.
8. *Haken H*. Synergetics. Berlin-Heidelberg: Springer, 1997.
9. *Shchukin V.A.*, *Ledentsov N.N.*, *Kopev P.S.*, *Bimberg D*. Spontaneous ordering of arrays of coherent strained islands. *Phys. Rev. Lett*. 1995. Vol. 75. No. 16. Pp. 2968–2971.
10. *Ledentsov N.N.*, *Ustinov V.M.*, *Ivanov S.V*. et al. Ordered arrays of quantum dots in semiconductor matrices. *UFN*. 1996. Vol. 166. No. 4. Pp. 423–428.
11. *Ledentsov N.N.*, *Ustinov V.M.*, *Shchukin V.A*. et al. Heterostructures with quantum dots: production, properties, lasers. *FTP*. 1998. Vol. 32. No. 4. Pp. 385–410.
12. *Stancu V.*, *Pentia E.*, *Goldenblum A.* et al. *Romanian Journal of Information Science and Technology*. 2007. Vol. 10. No. 1. Pp. 53–66.
13. *Raskin A.A.*, *Prokofiev V.K*. Technology of materials of micro, opto- and nanoelectronics. In 2 vols. Moscow: BINOM, Laboratory of Knowledge, 2010.
14. *Gremenok V.F.*, *Tivanov M.S.*, *Zalessky V.B*. Solar cells based on semiconductor materials. Minsk: Publishing House of the BSU Center, 2007. 222 p.
15. *Koltun M.M*. Optics and metrology of solar cells. Moscow: Nauka, 1984. 280 p.
16. *Vasiliev A.M.*, *Landsman A.P*. Semiconductor phototransverters. Moscow: Sov. radio, 1971. 248 p.
17. *Farenbruch A.*, *Bub R*. Solar cells: Theory and experiment. Moscow: Energoatomizdat, 1987. 280 p.
18. *Martynov V.N.*, *Koltsov G.I*. Semiconductor optoelectronics. Moscow: MISIS, 1999. 400 p.
19. *Moss T.*, *Burrell G.*, *Ellis B*. Semiconductor optoelectronics. Moscow: Mir, 1976. 431 p.
20. *Tsoi B*. Patent in the Eurasian Patent Office (EP2405487 A1. 08.30. 2012).
21. *Tsoi B*. Patent in the World Intellectual Property Organization (No. WO 2011/040838 A2 07. 04.2011).

# Анализ эффективности солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами

**Э.З. Имамов[1, a] ©, Р.А. Муминов[2, b] ©, Р.Х. Рахимов[3, c] ©**

[1] Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразмий, г. Ташкент, Республика Узбекистан

[2] Физико-технический институт Научно-производственного объединения «Физика-Солнце» Академии наук Республики Узбекистан, г. Ташкент, Республика Узбекистан

[3] Институт материаловедения Научно-производственного объединения «Физика-Солнце» Академии наук Республики Узбекистан, г. Ташкент, Республика Узбекистан

[a] E-mail: erkinimamov@mail.ru

[b] E-mail: detector@uzsci.net

[c] E-mail: rustam-shsul@yandex.com

**Аннотация.** Определены оптимальные соотношения параметров солнечного элемента с нано размерными гетеро переходами обеспечивающие максимальной мощности коэффициент полезного действия. Из полученных соотношений следует, что солнечный элемент с нано размерными гетеро переходами можно построить таким образом, что его эффективность будет иметь всегда требуемый высокий уровень. Показано, что такая управляемая ситуация возможна применительно к солнечному элементу с нано размерными *p-n*-переходами, созданные в силу явления самоорганизации на подложке из технического кремния.

**Ключевые слова:** Эквивалентная схема, световой ток, преобразователь, вольтамперная характеристика

**Благодарности.** Авторы благодарны академику Р.А. Захидову и профессорам М.Н. Турсунову, К.А. Исмайлову за стимулирующее обсуждение полученных результатов.

Работа выполнена в рамках двух проектов Программы фундаментальных исследований: ФА-Ф3-004 «Изучение фундаментальных новых физических моделей, механизмов, способов» и № БВ-Ф3-005 «Теоретические исследования параметров солнечного элемента и влияний нано технологической обработки его поверхности на повышение эффективности гелиоэнергетики».

ССЫЛКА НА СТАТЬЮ: Имамов Э.З., Муминов Р.А., Рахимов Р.Х. Анализ эффективности солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами // Computational nanotechnology. 2021. Т. 8. № 4. С. 42–50. DOI: 10.33693/2313-223X-2021-8-4-42-50

## ВВЕДЕНИЕ

В работе проводится анализ эффективности солнечного элемента с нано размерными гетеро переходами (СЭ с НРГП), исходя из его световой вольтамперной характеристики (ВАХ). Особенностью исследований является то, что нано размерные гетеро переходы созданы на поверхности подложки из технического кремния. Обычно, для преобразования солнечного излучения в электричество эта модификация кремния практически не используется. Однако, в наших предыдущих работах [1–7]:

- подробно обоснован выбор технического кремния (после дополнительного нано технологического воздействия) в качестве подложки солнечного элемента;
- рассмотрена технология создания на его поверхности гетеро контактных структур;
- определены требования, предъявляемые к контактирующим материалам;
- оценены условия, при которых эффективность солнечного элемента с нано размерными гетеро переходами будет соизмерим с эффективностью традиционных солнечных элементом на основе кристаллической модификации кремния.

Солнечный элемент с нано размерными гетеро переходами в состоянии существенно улучшить процесс преобразования солнечного излучения в электричество, поскольку преобразование осуществляется наноразмерными гетеро контактными структурами, которые формируются в соответствии с естественным явлением самоорганизации [8–10].

Создание самоорганизованных нано размерных полупроводниковых гетеро контактов на поверхности солнечного элемента реализуется наиболее успешно, если степень кристалличности контактирующихся материалов близки друг другу [11].

В работе [12] показано, что халкогениды свинца по кристаллической структуре близки к монокристаллам кремния и способны на его поверхности, на основе явления самоорганизации создавать нано размерные гетеро контактные системы.

*Имамов Э.З., Муминов Р.А., Рахимов Р.Х.*

Исследование структуры реального однородного технического кремния [13] показало наличие в нем в малых пропорциях (в пределах одного процента) равномерно распределенных по поверхности нано размерных кристаллических участков.

Методом молекулярно лучевой эпитаксии именно эти участки кристалличности кремния за счет проявления на границе соприкосновения материалов упругих напряжений являются центрами формирования устойчивых нано размерных гетеро контактных структур (так называемых «островков» до нескольких сотен миллионов в одном квадратном сантиметре [8–11]). В настоящей работе исследуются преобразующие свойства солнечного элемента с нано размерными гетеро переходами на основе анализа его световой вольтамперной характеристики

## СВЕТОВАЯ ВОЛЬТАМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

При исследовании оптических свойств солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами каждый из них рассматривается как идеальный *p-n*-переход [14–19]. Они расположены на поверхности в строгом шахматном порядке, эквивалентную схему функционирования которых легко представить в виде параллельно соединенных друг с другом цепь однородных фотодиодов (рис. 1). Каждый из них обладает самостоятельным «генератором» *G* светового тока $I_L$. Подобные эффективные преобразователи с многими *p-n*-переходами подробно изучены в работе [20–21].

Из эквивалентной схемы электрической цепи видно, что световой ток $I_L$ отдельного фотодиода разветвляется на $I_o$ – ток, обеспечивающий его функционирование, и на $I_s$ – ток, протекающий через внешние по отношению к контактной структуре сопротивление $\rho = R_s R_{sh}/(R_s + R_{sh})$ (с последующим перетеканием на сопротивление внешней нагрузки *R*), то есть $I_L = I_s + I_o$.

Здесь $R_s$ – сопротивление монокристаллического участка нано размерного *p-n*-перехода, а $R_{sh}$ – сопротивление бесструктурной части подложки и контакта барьера Шоттки.

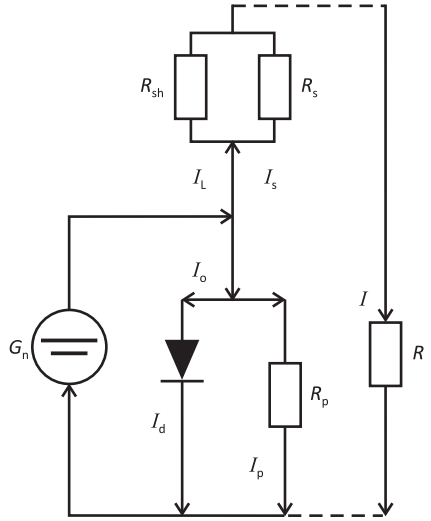


**Рис. 1.** Эквивалентная схема солнечного элемента с наноразмерным гетеро переходом

В свою очередь, $I_o = I_d + U_p/R_p$, где $U_p/R_p$ – ток диода через внутреннее параллельное сопротивление $R_p$, а $I_d = I_{oo}(e^{\alpha U_p} - 1)$ – диодный ток. Таким образом, световая вольтамперная характеристика каждой одиночной контактной структуры на поверхности солнечного элемента имеет вид:

$$I_s = I_L - I_d - U_p/R_p. \quad (1)$$

Непосредственно на поверхности тонкой подложки толщиной от 100 до 250 мкм формируются *n* наноразмерных контактных структур с встроенными электростатическими полями на расстояниях порядка 1–2 мкм друг от друга (рис. 2).

Ток $I$ через внешнюю нагрузку *R* формируется из этих *n* независимых и идентичных микротоков $I_s$ от каждой одиночной контактной структуры, функционирующий за счет самостоятельного источника электродвижущей силы ε (функции генератора тока *G*). Поэтому его можно представить в виде алгебраической суммы *n* независимых микротоков $I_s$, то есть:

$$I = nI_s. \quad (2)$$

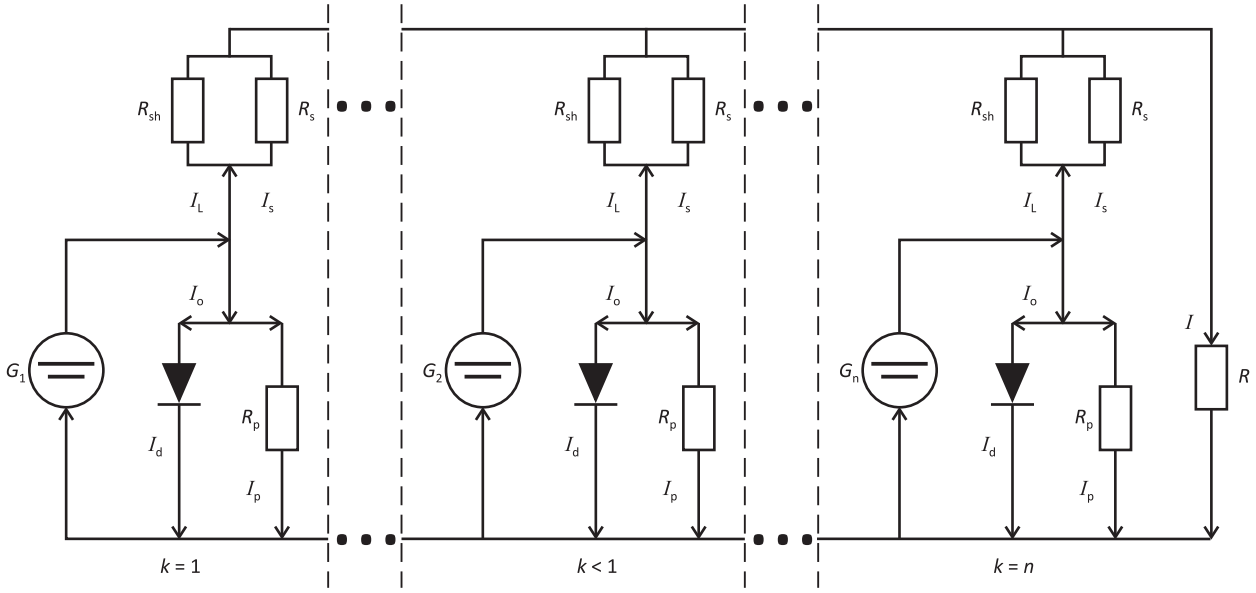


**Рис. 2**

Значит, вольтамперная характеристика реального солнечного элемента с параллельно соединенными n нано размерными *p-n*-переходами будет иметь вид:

$$I = nI_s = n(I_L - I_d - U_p/R_p). \qquad (2^*)$$

Для получения необходимых и достоверных данных цепь, состоящая из проводящих участков, должна быть замкнутой.

Из ($2^*$) видно, что $I = nI_s$ – ток, как функция падения напряжения на диоде $U_p$, уменьшается от величины тока короткого замыкания ($I_{sc} = nI_L$) до нуля при изменении $U_p$ от нуля до $U^*$ – напряжения холостого хода. Причем обе величины $I_{sc}$ и $U^*$ являются легко измеряемыми максимальными параметрами вольтамперной характеристики:

- когда $U_p = 0$, то $I_{sc} = nI_L$ – ток короткого замыкания равен световому току;
- когда $U_p = U^*$, то $I = 0$ – ток через сопротивление внешней нагрузки равен нулю, *а* и $I_{sc}/n = I_L = I_d^* + U^*/R_p$.

Зная легко измеряемые величины $U^*$ и $I_{sc} = nI_L$, можно из этого равенства оценить $R_p$ – величину параллельного сопротивления диодной части эквивалентной схемы. Она равна $R_p = U^*/(I_{sc}/n - I_d^*) = U^*/(I_L - I_d^*)$, где $I_d^* = I_{oo}(e^{\alpha U^*} - 1)$ – диодный ток при напряжении холостого хода $U^*$, а $I_{oo}$ – его амплитудное значение.

Значит, $U^*$ и $I_{sc}$ определяют границу изменения параметров вольтамперной характеристики: ток изменяется от $I_{sc} = nI_L$ до нуля, а напряжение от нуля до $U^*$. Соответственно, *P* – мощность солнечного элемента с *n* независимых одиночных нано размерных гетеро контактных структур определяется произведением текущего тока $I = nI_s$ на текущее напряжение $U_p$, то есть $P = IU_p = nI_sU_p$.

Для анализа полученных соотношений удобно их представить в нормированном виде, поделив текущие $U_p$, $I$ и $P$ на соответствующие граничные величины $U^*$, $I_{sc}$ и $P$. Выполнив эту операцию, получим безразмерную нормированную вольтамперную характеристику:

$$\frac{I}{I_{sc}} = \frac{nI_s}{nI_L} = \frac{I_s}{I_L} = \left(1 - \frac{U_p}{U_{co}}\right) + \frac{I_d^*}{I_L}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right);$$
$$\frac{P}{U^*}I_{sc} = \left(\frac{U_p}{U^*}\right)\left(\frac{I}{I_{sc}}\right). \qquad (3)$$

Для удобства анализа введем несколько безразмерных коэффициентов:

$$\gamma = \frac{I_{oo}}{I_L} \qquad \alpha = \frac{e}{AkT} \qquad \Omega = \frac{1+\gamma}{\gamma} \qquad a = \frac{e^{\tau} - \Omega}{\Omega} > 0$$

$$\tau = \alpha U^* \qquad e^{\alpha U^*} = e^{\tau} \qquad e^{\alpha U_p} = e^{\tau y} \qquad \frac{I_L}{I_{sc}} = \frac{I_{sc}}{I_{sc}} = 1$$

$$f = \frac{I}{I_{sc}} \qquad y = \frac{U_p}{U^*} \qquad \Psi = \frac{P}{U^*}I_{sc} = U_p\frac{I_s}{U^*}I_{sc} = yf$$

С этими безразмерными параметрами безразмерная нормированная вольтамперная характеристика солнечного элемента $I = n(I_L - I_d - U_p/R_p)$ будет теперь иметь вид:

$$f = [\Omega(1 + ay) - e^{\tau y}][1/(\Omega - 1)], \qquad (4)$$

а мощность: $P = IU_p = U_p\{I_L(1 - U_p/U_{co}) + I_d^*(U_p/U_{co} - I_d/I_d^*)\}$ приобретает безразмерном виде выглядит как:

$$\Psi = P/U^* \cdot I_{sc} = yf = y[1/(\Omega - 1)][\Omega(1 + ay) - e^{y\tau}]. \qquad (5)$$

Поделив текущие $U_p$, $I_s$ и $P$ на соответствующие граничные величины $U^*$, $I_{sc}$ и $P_m$, получим безразмерный вид вольтамперной характеристики и мощности солнечного элемента:

$$\frac{I_s}{I_L} = \frac{I_s}{I_{sc}} = \left(1 - \frac{U_p}{U_{co}}\right) + \frac{I_d^*}{I_{sc}}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right);$$
$$\frac{p}{U^*}I_{sc} = \left(\frac{U_p}{U^*}\right)\left(\frac{I_s}{I_{sc}}\right).$$

Мощность, как функция напряжения $\Psi = \Psi(y)$, с ростом *y* (напряжения) увеличивается с нуля до некоторого максимума $\Psi_m$ при некотором токе $f_m$ и напряжении $y_m$. Затем мощность $\Psi = \Psi(y)$ быстро уменьшается до нуля при $y = 1$ (или $U_p = U^*$).

Главными показателями эффективности солнечного элемента являются параметры максимума мощности: $f_m$, $\Psi_m$ и $y_m$ (или $I_m$, $P_m$ и $U_m$). Если найдем $y_m$, то по формулам (4) и (5) находится $f_m$ и $\Psi_m$. Поэтому, приравняв к нулю $dP/dU_p$ – первую производную от мощности солнечного элемента по напряжению $U_p$ (или в безразмерной форме $d\Psi/dy$), получим трансцендентное уравнение

$$e^{y_m\tau} = \Omega(1 + 2y_m a)/(1 + \tau y_m). \qquad (6)$$

Решение трансцендентного уравнения позволит определить $y_m = U_m/U^*$, а также $f_m$, и $\Psi_m$. Величины максимальной мощности $P_m$, напряжения $U_m$ и тока $I_m$ при этом, в явном и безразмерном виде равны:

$$P_m = I_m U_m \quad U_m \qquad I_m = I_{sc}\left(\frac{1 - U_m}{U^*} + \frac{I_{oo}}{I_L}\left(\frac{U_p}{U_{co}} - \frac{I_d}{I_d^*}\right)\right)$$
$$\Psi_m = f_m y_m \quad y_m \qquad f_m = \left[\frac{y_m\Omega}{(\Omega - 1)(1 + \tau y_m)}\right]\left[\tau + a(\tau y_m - 1)\right] \qquad (7)$$

Мощность солнечного элемента, поделенная на $I_{sc} \cdot U^*$, определяет его КПД – коэффициент полезного действия $\eta = P/I_{sc} \cdot U^*$, который в безразмерной форме совпадает по определению с нормированной мощностью и имеет вид:

$$\eta = yf = \frac{P}{I_{sc}}U^* = y\left[\frac{1}{\Omega - 1}\right]\left[\Omega(1 + ay) - e^{y\tau}\right].$$

В точке максимальной мощности коэффициент полезного действия в безразмерной форме равен:

$$\eta_m = \left[\tau + a(\tau y_m - 1)\right]\frac{y_m^2\Omega}{(\Omega - 1)(1 + \tau y_m)}. \qquad (8)$$

## АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ полученных результатов показывает, что величина максимальной мощности коэффициент полезного действия существенно определяется параметрами солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами: Ω, τ и соотношением между ними.

Из трансцендентного уравнения (6) следует, что левая растущая экспоненциальная часть $e^{y_m\tau}$ равняется правой, асимптотически убывающейся относительно $y_m$ части:

$$\frac{\Omega(1 + 2y_m a)}{1 + \tau y_m}.$$

Но из (4) следует, что во всем интервале изменения напряжения от 0 до $U^*$ ($y \le 1$), величина нормированного тока $f$ должна быть положительной. А это возможно при условии $e^{\tau y} > \Omega$, которое гарантированно выполняется вблизи границы $y \le 1$. Отметим, что $e^{\tau y}$ и $\Omega$ сами по себе большие но достаточно близкие друг другу числа. Поскольку $\Omega > 1$ и $a = e^{\tau}/\Omega - 1$, то убывание правой части (6) возможно при

$$\frac{1+2y_m a}{1+\tau y_m} < 1.$$

Таким образом, сочетание условий: $e^{\tau y} > \Omega$, $\Omega > 1$, $(1 + 2y_m a)/(1 + \tau y_m) < 1$ и $2a < \tau$, позволяет получить соотношение связывающее $\Omega$, $\tau$ и $y$:

$$e^{\tau y} > \Omega > 2e^{\tau}/(2 + \tau).$$

Из этого неравенства следует, что наибольшая эффективность солнечного элемента с нано размерными гетеропереходами проявляется, когда

$$\Omega = \frac{I_L}{I_{oo}+1} \ge \frac{2e^{\frac{eU^*}{AkT}}}{\frac{2+eU^*}{AkT}} = \frac{2e^{\tau}}{2+\tau} \qquad (9)$$

и когда величина максимального напряжения $U_m$ близка к граничному напряжению $U^*$, то есть $U_m \le U^*$.

Именно при одновременном выполнении неравенств (9) и $U_m \le U^*$ возможно достижение максимальное значение $\eta_m$ – показателя эффективности солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами.

Перечислим несколько комбинаций чисел $\Omega = 1 + I_L/I_{oo}$ и $e^{\tau} = e^{eU^*/(AkT)}$, подстановка которых в $\eta_m$, $y_m$, $f_m$ и $\Psi_m$ дадут высокую эффективность солнечного элемента с наноразмерными гетеропереходами. Необходимо только каждый раз соблюдать условия $e^{\tau} > \Omega$.

$\Omega = 8$ и $e^{\tau} = 10$; $\Omega = 21$ и $e^{\tau} = 24$; $\Omega = 51$ и $e^{\tau} = 56$;

$\Omega = 101$ и $e^{\tau} = 111$; $\Omega = 201$ и $e^{\tau} = 203$.

Температурные вариации или изменения коэффициента неидеальности диода $A$ влияет на величину $\tau = eU^*/(AkT)$. Например, при увеличении $AkT$ или за счет температуры, или изменения $A$ – коэффициента неидеальности, резко меняется вид вольтамперной характеристики.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определены оптимальные соотношения параметров солнечного элемента с нано размерными гетеропереходами обеспечивающие максимальной мощности коэффициент полезного действия.

Из полученных соотношений следует, что солнечный элемент с наноразмерными гетеропереходами можно построить таким образом, что его эффективность будет иметь всегда требуемый высокий уровень.

Показано, что такая управляемая ситуация возможна применительно к солнечному элементу с нано размерными *p-n*-переходами, созданные в силу явления самоорганизации на подложке из технического кремния. Подобные солнечные элементы могут способствовать повышению эффективности гелиоэнергетики, формированию высокоэффективных, дешевых фотопреобразователей.

## Литература

1. *Джалалов Т.А.*, *Имамов Э.З.*, *Муминов Р.А.*, *Рахимов Р.Х.* // Computational nanotechnology. 2018. Вып. 1. С. 155–167.
2. *Jalalov T.A.*, *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.* et al. // Computational Nanotechnology. 2018. No. 3. Pp. 85–90.
3. *Имамов Э.З.*, *Муминов Р.А.*, *Джалалов Т.А.*, *Каримов Х.Н.* // Ilmiy xabarnoma – Научный вестник. 2019. № 1. С. 25–27.
4. *Имамов Э.З.*, *Муминов Р.А.*, *Джалалов Т.А.* и др. // Узбекский физический журнал. 2019. № 3. С. 173–179.
5. *Имамов Э.З.*, *Муминов Р.А.*, *Джалалов Т.А.*, *Каримов Х.Н.* // Физика полупроводников и микроэлектроника. 2019. № 4. С. 14–21.
6. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Rakhimov R.Kh.* // Computational Nanotechnology. 2020. Vol. 7. No. 2. Pp. 58–63.
7. *Imamov E.Z.*, *Muminov R.A.*, *Rakhimov R.Kh.* // Scientific-Technical Journal (STJ FerPI). 2020. Vol. 24. No. 5. Pp. 31–36.
8. *Haken H.* Synergetics. Berlin-Heidelberg: Springer, 1997.
9. *Shchukin V.A.*, *Ledentsov N.N.*, *Kopev P.S.*, *Bimberg D.* Spontaneous ordering of arrays of coherent strained islands // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75. No. 16. Pp. 2968–2971.
10. *Леденцов Н.Н.*, *Устинов В.М.*, *Иванов С.В.* и др. Упорядоченные массивы квантовых точек в полупроводниковых матрицах // УФН. 1996. Т. 166. № 4. С. 423–428.
11. *Леденцов Н.Н.*, *Устинов В.М.*, *Щукин В.А.* и др. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры // ФТП. 1998. Т. 32. № 4. С. 385–410.
12. *Stancu V.*, *Pentia E.*, *Goldenblum A.* et al. // Romanian Journal of Information Science and Technology. 2007. Vol. 10. No. 1. Pp. 53–66.
13. *Раскин А.А.*, *Прокофьева В.К.* Технология материалов микро-, опто- и наноэлектроники. В 2-х тт. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2010.
14. *Гременок В.Ф.*, *Тиванов М.С.*, *Залесский В.Б.* Солнечные элементы на основе полупроводниковых материалов. Минск: Изд. Центр БГУ, 2007. 222 с.
15. *Колтун М.М.* Оптика и метрология солнечных элементов. М.: Наука, 1984. 280 с.
16. *Васильев А.М.*, *Ландсман А.П.* Полупроводниковые фотопреобразователи. М.: Сов. радио, 1971. 248 с.
17. *Фаренбрух А.*, *Бьюб Р.* Солнечные элементы: теория и эксперимент. М.: Энергоатомиздат, 1987. 280 с.
18. *Мартынов В.Н.*, *Кольцов Г.И.* Полупроводниковая оптоэлектроника. М.: МИСИС, 1999. 400 с.
19. *Мосс Т.*, *Баррел Г.*, *Эллис Б.* Полупроводниковая оптоэлектроника М.: Мир, 1976. 431 с.
20. *Цой Б.* Патент в Евразийском патентном ведомстве (EP2405487 A1. 08.30. 2012).
21. *Цой Б.* Патент во всемирной организации интеллектуальной собственности (№WO 2011/040838 A2 07. 04.2011).

Статья проверена программой Антиплагиат

Р е ц е н з е н т: *Раджапов С.А.*, доктор физико-математических наук; главный научный сотрудник лаборатории полупроводниковых высокочувствительных датчиков Физико-технического института Научно-производственного объединения «Физика-Солнце» Академии наук Республики Узбекистан

Статья поступила в редакцию 10.11.2021, принята к публикации 14.12.2021
The article was received on 10.11.2021, accepted for publication 14.12.2021

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

***Имамов Эркин Зуннунович***, доктор физико-математических наук, профессор; Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразмий. Ташкент, Республика Узбекистан. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8580-222. E-mail: erkinimamov@mail.ru

***Муминов Рамизулла Абдуллаевич***, доктор физико-математических наук, академик Академии наук Республики Узбекистан, Физико-технический институт, Научно-производственное объединение «Физика-Солнце» Академии наук Республики Узбекистан. Ташкент, Республика Узбекистан. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7243-595X; E-mail: detector@uzsci.net

***Рахимов Рустам Хакимович***, доктор технических наук; зав. лабораторией № 1 Института материаловедения Научно-производственного объединения «Физика-Солнце» Академии наук Республики Узбекистан. Ташкент, Республика Узбекистан. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6964-9260; E-mail: rustam-shsul@yandex.com

## ABOUT THE AUTHORS

***Erkin Z. Imamov***, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor; Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi. Tashkent, Republic of Uzbekistan. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8580-222; E-mail: erkinimamov@mail.ru

***Ramizulla A. Muminov***, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Academician of the Academy Sciences of the Republic Uzbekistan; Physical-Technical Institute, SPA “Physics-Sun”, Academy of Sciences of Uzbekistan. Tashkent, Tashkent, Republic of Uzbekistan. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7243-595X; E-mail: detector@uzsci.net

***Rustam Kh. Rakhimov***, Dr. Sci. (Eng.); Head of laboratory No. 1 of the Institute of Materials Science, SPA “Physics-Sun”, Academy of Sciences of Uzbekistan. Tashkent, Tashkent, Republic of Uzbekistan. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6964-9260; E-mail: rustam-shsul@yandex.com