

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. A. Bityurin, G. A. Lyubimov, S. A. Medin,
V. M. Ponomarev, Об инженерных методах рас-
чета течения в канале МГД-генератора,
TVT, 1974, Volume 12, Issue 4, 817–826

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt7428>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that
you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.88

April 23, 2025, 15:46:14



УДК 621.313.12:538.4

ОБ ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДАХ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ МГД-ГЕНЕРАТОРА

*В. А. Битюрин, Г. А. Любимов, С. А. Медин,
В. М. Пономарев*

Обсуждаются некоторые общие вопросы построения инженерных методов расчета течения в канале МГД, базирующихся на гидравлическом (квазиодномерном) приближении. Рассмотрены возможные подходы к построению гидравлических моделей, устанавливается связь между различными подходами и обсуждаются соображения, связанные с постановкой конкретной задачи, в пользу выбора той или иной модели течения. Ранее предложенная модель обобщается с целью учета поперечного градиента давления при расчете течения в канале сверхзвукового МГДГ с существенным продольным током. Приводятся результаты расчетов с поперечным градиентом давления и обсуждаются их особенности.

Инженерный метод расчета течения в канале МГД-генератора должен обладать как достаточной для практики точностью, так и простотой использования при определении интегральных характеристик генератора и распределений параметров по длине канала при заданных граничных и внешних условиях (распределение индукции магнитного поля, схема включения нагрузки, тепловой режим стенок канала и т. д.). Как показывает опыт газовой динамики и практика расчетов каналов МГДГ, подобным требованиям может удовлетворять метод, основанный на гидравлической модели неоднородного потока [1], если соответствующая модель учитывает определяющие черты рассматриваемого течения на основе результатов расчета неоднородных течений и анализа экспериментальных данных.

После работ [2, 3] в литературе [4–7] предложены другие в математическом смысле системы уравнений, предназначенные для описания неразвитых течений в канале МГД-генератора. Правда, в этих работах введены дополнительные по отношению к [2, 3] ограничения физических свойств потока и стенок (например, отсутствие анизотропии проводимости [5–7], идеальность изоляции канала [4, 6, 7] и т. д.). Тем не менее существует класс течений, которые можно описывать различным образом, исходя из работ [2–7].

В данной работе устанавливается связь между указанными выше подходами и обсуждаются соображения, связанные с постановкой конкретной задачи, в пользу выбора той или иной модели течения. Кроме того, модель [2, 3] обобщается с целью расчета течения в канале сверхзвукового МГД-генератора при существенном продольном токе.

1. Основу любой гидравлической системы уравнений составляют интегральные законы сохранения массы импульса и энергии. Такая система уравнений по существу незамкнута. Замыкание системы может осуществляться по-разному, в зависимости от свойств рассматриваемого течения и целей, которые преследует гидравлический расчет [1]. Операция построения гидравлической системы уравнений представляет собой введение в рассмотрение фиктивного канонического потока, в котором сохраняются

некоторые (выбранные, исходя из целей исследования) свойства изучаемого реального потока.

В связи с этим очевидно, что нельзя в принципе построить единую гидравлическую систему уравнений, которая бы одинаково хорошо описывала сильно отличающиеся по свойствам классы реальных неоднородных течений. С другой стороны, одному и тому же классу течений можно поставить в соответствие различные канонические потоки, в разной степени отражающие свойства реального течения. Получаемые при этом гидравлические системы уравнений в математическом смысле будут различными. При практических расчетах целесообразно выбирать простейшую из них, которая тем не менее обеспечивает расчет представляющих интерес характеристик потока с заданной точностью. Анализ точности расчета определенных характеристик рассматриваемого класса течений производится путем сравнения результатов гидравлического расчета с расчетами неоднородных течений или экспериментальными данными.

Проиллюстрируем высказанные положения на примере гидравлической системы уравнений для расчета течения в канале МГД-генератора. В литературе имеются два подхода к решению этой задачи.

В работах [2, 3] вводится неоднородный канонический поток с заданным распределением скорости, давления и энтальпии в поперечном сечении канала

$$u = u(x)\psi_u(x, y, z), \quad p = p(x)\psi_p(x, y, z), \quad h = h(x)\psi_h(x, y, z). \quad (1)$$

При конкретных расчетах предлагалось считать

$$\psi_p = 1, \quad (2)$$

а функции ψ_u , ψ_h задавать для прямоугольного канала в виде степенных зависимостей вида

$$\psi_u = \eta \xi,$$

$$\psi_h = (1 - h_w^+) \eta \xi + (\xi - \eta) h_w^- + h_w^+,$$

где

$$h_w^+ = 0,5(h_{w_3} + h_{w_1})/h(x), \quad h_w^- = 0,5(h_{w_3} - h_{w_1})/h(x), \quad (3)$$

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{при } a - \delta_a > |y| \\ \left(\frac{a - |y|}{\delta_a}\right)^n & \text{при } a - \delta_a \leq |y| \end{cases} \quad \xi = \begin{cases} 1 & \text{при } b - \delta_b > |z| \\ \left(\frac{b - |z|}{\delta_b}\right)^n & \text{при } b - \delta_b \leq |z|. \end{cases}$$

Профили (3) отражают наличие в потоке областей неоднородности, связанных с пограничными слоями на электродных и изоляционных стенках канала, характерный размер которых δ_a и δ_b соответственно.

Гидравлическая система уравнений при этом имеет вид

$$\frac{d}{dx}(\rho(x)u(x)F\alpha_1) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{1}{F} \frac{d}{dx} [\rho(x)u^2(x)F\alpha_2 + Fp(x)\alpha_p] = F_{\tau p} + F_x - \frac{1}{F} \oint p \operatorname{ctg}(n, \mathbf{e}_x) dl,$$

$$\frac{1}{F} \frac{d}{dx} \left[\rho(x)u(x)F \left(h(x)\alpha_h + \frac{u^2(x)}{2}\alpha_3 \right) \right] = Q_{\tau} + N,$$

$$\alpha_k = \frac{1}{F} \iint_F \frac{\rho}{\rho(x)} \psi_u^k dy dz, \quad k=1, 2, 3, \quad \alpha_h = \frac{1}{F} \iint_F \frac{\rho}{\rho(x)} \psi_u \psi_h dy dz,$$

$$\alpha_p = \frac{1}{F} \iint_F \psi_p dy dz \quad (\alpha_p = 1 \text{ при } \psi_p = 1),$$

где $F_{тр}$ и $Q_{ст}$ — сила трения и потери тепла в стенки, определяемые на основе эксперимента; F_x и N — электромагнитная сила и приток энергии со стороны электромагнитного поля, задаваемые на основе дополнительных соображений о структуре электромагнитного поля в канале; l — периметр поперечного сечения канала. В [3] получены выражения для F_x и N при достаточно общих предположениях о физических свойствах потока и стенок канала. При этом в общем случае для определения холловского поля совместно с системой (4) необходимо решать дифференциальное уравнение сохранения полного тока в канале.

Гидравлическая модель (1)–(4) позволяет рассчитать течение в канале, если указан закон изменения неоднородностей вдоль канала $\delta_s(x)$, $\delta_n(x)$. В [3] для определения этих величин используется решение интегрального уравнения импульсов при безградиентном турбулентном обтекании пластины несжимаемой жидкостью

$$\delta_i = \text{const } x \text{Re}_x^{-0,2}, \quad i = \text{э, и}, \quad (5)$$

где Re_x вычисляется по определяющей энтальпии.

В [4–7] предлагается описывать течение и развитие неоднородностей газодинамических параметров в канале путем разбиения потока на однородное ядро и пограничные слои.

Изменение параметров в ядре потока описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \rho_e u_e (2a - 2\delta_s^*(x)) (2b - 2\delta_n^*(x)) &= 0, \\ \rho_e u_e \frac{du_e}{dx} &= -\frac{dp_e}{dx} + f_x, \\ \rho_e u_e \frac{d(h_e + u_e^2/2)}{dx} &= q, \end{aligned} \quad (6)$$

где δ^* — толщина вытеснения.

Для определения толщин пограничных слоев используется интегральное уравнение импульсов

$$\begin{aligned} \frac{d\delta^{**}}{dx} + (2+H) \frac{\delta^{**}}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{\delta^{**}}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e u_e} \int_0^{\delta} ([j\mathbf{B}]_x - [j\mathbf{B}]_{xe}) dy &= \frac{c_f}{2}, \\ \delta^{**} &= H\delta^{**}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для решения уравнения (7) необходимо в каком-то виде задать функцию c_f , а также профиль скорости в пограничном слое (или форм-параметр H). Кроме того, для вычисления f_x и q , как правило, необходимо задавать профиль проводимости. Обычно изменение проводимости в пограничном слое определяется по профилю температуры. В связи с этим в рассмотренные необходимо ввести тепловой пограничный слой и дополнить систему (6), (7) интегральным уравнением энергии [6]

$$\frac{d\delta_n^{**}}{dx} + \frac{\delta_n^{**}}{\rho_e u_e \Delta h} \frac{d}{dx} (\rho_e u_e \Delta h) + \frac{j_e \mathbf{E}_e}{\rho_e u_e \Delta h} \int_0^{\delta_n} \left(\frac{\rho u}{\rho_e u_e} - \frac{j \mathbf{E}}{j_e \mathbf{E}_e} \right) dy = \text{St}, \quad (8)$$

где

$$\Delta h = h_w - h_r.$$

Система уравнений (6)–(8) при заданных профилях скорости и температуры (или эквивалентных предположениях, обеспечивающих реше-

ние задачи в пограничном слое) и заданных c_f , St , f_x , q представляет собой гидравлическую систему для расчета течения в канале, отличную от системы (4), (5). Тем не менее легко проверить, что при одинаковых заданиях профильных функций и согласованном вычислении величин силowych и энергетических воздействий системы уравнений (4), (7), (8) и (6) — (8) совпадают.

На практике, однако, канонический поток (6) — (8) не рассматривался, по-видимому, из-за вычислительных трудностей, а изучались его различные упрощенные модификации.

Для определения форм-параметра H в [4] используется уравнение Гарнера, полученное для несжимаемого турбулентного пограничного слоя (см. также [8]), в [5] — аппроксимационные формулы [6]. Отметим, что процедура восстановления профилей по известному H довольно трудоемка и дает значительную погрешность при неточном определении H , поэтому в [5] при расчете внутреннего сопротивления канала она не используется, а профиль температур задается аналогично (3).

Рассмотрим теперь коротко соответствие между описанными выше каноническими потоками и некоторыми классами течений в канале МГД-генератора. Отметим прежде всего, что канонический поток (6) — (8) (или (6), (7)) по определению соответствует неразвитым течениям с однородным ядром потока и тонкими пограничными слоями, причем этими свойствами должны, в частности, обладать распределения параметров в начальном сечении канала*. Кроме того, для расчета теплообмена и анализа МГД-генератора как тепловой машины недостаточно решения уравнений (6), (7). Для решения этих задач необходимо, вообще говоря, решать систему (6) — (8). Точность расчета теплообмена по решению (6), (7) с учетом дополнительного соотношения между δ и δ_L при заданной функции St зависит от вида принятых связей и этот вопрос (в частности, для соотношения $\delta_L = \delta Pr^{-0,6}$ [5] и функции St из [6]) нуждается в дополнительном анализе.

С другой стороны, канонический поток (4) в принципе представляет большие возможности для расчета различных течений**. В его рамках при соответствующем задании профильных функций (1) могут рассматриваться различные классы неоднородных течений, в том числе и близкие к развитым. В частности, при замене соотношений (5), определяющих развитие неоднородностей в канале, уравнением (7) в рамках канонического потока (4) можно получить не только результаты, следующие из канонического потока (6), (7), но и адекватно учесть теплообмен в неразвитых течениях с тонкими пограничными слоями. В рамках канонического потока (2) — (5) с успехом рассматривались дозвуковые течения в длинных каналах стационарных МГД-установок. Результаты таких расчетов дают вполне удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными как по интегральным характеристикам, так и по локальным распределениям параметров потока [9]. Ниже на основе (4) будет построен канонический поток, позволяющий описывать неразвитое течение в холловском генераторе, когда имеются существенные неоднородности в невязкой части потока и т. д.***.

* Следует отметить, что это условие на практике трудно реализовать из-за наличия участков входа в магнитное поле и электродную зону генератора, где за счет концевых эффектов профили газодинамических параметров сильно деформируются (см. например, [4, 15, 16]).

** Введение специальных неоднородных канонических потоков позволяет получить решения, которые в различном смысле соответствуют рассматриваемому реальному течению [1].

*** Конечно, приведенные примеры необязательно связывать с уравнениями (4), но важно, что все указанные канонические потоки, по существу, приспособлены для решения определенного класса задач и приводят к различным гидравлическим системам уравнений.

В общем случае, выбор закона развития неоднородностей в рамках канонического потока (4) связан с анализом конкретного класса изучаемых течений и с задачей, которая ставится перед гидравлическим расчетом. Если заинтересоваться, например, только интегральными характеристиками канала при неравном течении с однородным потоком на входе, то не очень существенно, в какой форме задавать закон развития неоднородностей (5) или (7). Результаты расчета по этим двум соотношениям и уравнениям (4) будут тем более близки, чем меньше градиенты скорости и плотности в ядре потока. Это непосредственно следует из анализа уравнения (7). Для иллюстрации приведем результаты расчета толщин потери импульса и интегральных характеристик сверхзвуковых и дозвуковых генераторов. На рис. 1 сплошные линии соответствуют расчету для канонического потока (2) — (5), штриховые — (6), (7). Около кривых указаны значения мощности генератора при соответствующем расчете. Видно, что при дозвуковом течении величины $\delta^{**}(x)$, рассчитанные по (5) или (7), практически совпадают. Заметное различие в δ^{**} в сверхзвуковом потоке имеет место лишь в области существенного торможения потока, но несмотря на это величины мощности генератора, рассчитанные различным образом, оказываются близкими.

Отсюда следует, что интегральные характеристики генератора можно рассчитывать (конечно, если не требуется очень высокая точность) по более простой модели течения (2) — (5). С другой стороны, если интересоваться более тонкими эффектами, например, устойчивостью пограничного слоя, то расчет неоднородностей по модели (5) вблизи отрыва может давать плохие результаты. Естественно поэтому, что канонический поток (6); (7) был введен в [4, 5] именно для возможностей прогнозирования явления отрыва пограничного слоя, которое может приводить к существенному снижению мощности генератора. Сравнение результатов расчета положения сечения отрыва на основе канонического потока (6), (7) с экспериментальными данными [4, 5] показывает, что эта модель может давать приемлемые результаты. Однако весьма ограниченный экспериментальный материал и сильные предположения, заложенные в расчет пограничного слоя (см. ниже), делают, на наш взгляд, необходимым дальнейшее теоретическое и экспериментальное исследование в этом направлении.

Отметим, что точность расчета характеристик пограничного слоя и течения в целом на основе (6) — (8) или (4), (5) во многом определяется заданием коэффициента трения c_f и безразмерного теплового потока в стенку St . В обычной газодинамике c_f и St вычисляются по соответствующим полуэмпирическим формулам (см., например, [6, 10, 11]). Влияние магнитного поля на трение и теплообмен в турбулентном пограничном слое электропроводного газа в каналах типа МГД-генератора в настоящее время слабо изучено как теоретически, так и экспериментально.

С другой стороны, обработка экспериментальных данных и получение полуэмпирических зависимостей всегда производится с привлечением той или иной модели канонического потока или определенного решения задачи об обтекании пластины, и это надо иметь в виду при использовании экспериментальных зависимостей для c_f и St в гидравлических расчетах.

В [5—7] предлагается при расчете пограничного слоя в канале МГД-генератора принимать для c_f и St зависимости, полученные в газовой динамике [6], и обоснованные путем сравнения с экспериментальными данными при адиабатическом течении вне пограничного слоя.

Возможность такого подхода ограничивается не только влиянием магнитного поля на течение в пограничном слое, но и тем, что отсутствует экспериментальная проверка применимости соответствующих формул для расчета, трения и теплообмена в потоках с существенной неадиабатичностью, которые имеют место в канале МГД-генератора. Такую проверку можно было бы осуществить на основе имеющихся экспериментальных данных [12—14], однако это не сделано.

Экспериментальные данные [12–14] обрабатывались на основе канонического потока (4), (5) или сходных моделей, основанных на законах сохранения для потока в целом.

При такой обработке использовались газодинамические зависимости для c_f и St с поправочными коэффициентами (см., например, [8, 9]). Очевидно, что величина этих коэффициентов, их зависимость от условий течения, а также возможное изменение функциональной зависимости c_f и St от определяющих параметров, должны определяться и уточняться в процессе обработки будущих экспериментов. Полученные таким образом зависимости естественно использовать при расчетах течения на основе канонического потока (4), (5).

Приведенные выше общие соображения, связанные с построением системы уравнений гидравлического приближения для расчета течения в канале МГД-генератора, следует иметь в виду при выборе той или иной системы уравнений, а также при оценке новых моделей и методик расчета, дискуссии о которых часто имеют место в печати и на семинарах.

2. Для крупномасштабных МГД-генераторов предположение о наличии невязкого ядра и тонких пограничных слоев на стенках канала, по-видимому, оправдано. В то же время оценки и расчеты плоского течения невязкого и нетеплопроводного газа [15, 16] в канале МГД-генератора на продуктах сгорания показывают, что предположение об однородности скорости и энтальпии в ядре потока выполняются с достаточной для инженерных расчетов точностью (порядка нескольких процентов). С другой стороны, изменения давления и плотности поперек канала могут оказаться существенными для сверхзвуковых генераторов с продольным током. Действительно, поперечный перепад давления определяется продольным током j_x и индукцией магнитного поля B

$$\Delta p \approx 2aj_x B.$$

В условиях генератора имеет место

$$j_x \leq \beta j_v \leq \beta \sigma u B \quad \text{и} \quad \frac{\Delta p}{p} \leq \beta \frac{2\sigma u a B^2}{p} \approx \beta M^2 N, \quad (9)$$

где N — параметр магнитогидродинамического взаимодействия, определенный по межэлектродному расстоянию $2a$; β — параметр Холла.

Поперечный градиент давления и связанная с ним неоднородность проводимости σ , во-первых, приводит к росту внутреннего сопротивления генератора, во-вторых, может вызвать заметное различие пограничных слоев на анодной и катодной стенках канала.

Точные решения двумерных задач [16] показывают, что при определенных условиях (сильный продольный ток) поперечная сила, связанная с продольным током, в значительной степени уравновешивается поперечным градиентом давления в любой точке потока, достаточно удаленной от концевых областей. Поэтому при определении канонического потока для расчета МГД-генераторов с существенным продольным током целесообразно ввести профиль статического давления. При этом вместо (2) для профильной функции давления (см. (1)) с удовлетворительной точностью можно принять

$$\psi_p = 1 - \frac{1}{p(x)} \int_0^y j_x B dy, \quad \frac{\partial \psi_p}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

а для профильных функций скорости и энтальпии использовать соотношения, аналогичные (3). Система уравнений гидравлического приближения для описания рассматриваемого класса течений будет отличаться от (4) только заменой величины α_p . Условия применимости сформулированной модели зависят от числа Маха, геометрии канала, величины продольного тока и пр.

Закон развития неоднородностей $\delta(x)$ может быть задан или соотношениями (5) или для расчета течений с сильным торможением потока — уравнениями (7), (8), в которых используются значения параметров на внешней границе пограничного слоя для каждой из стенок. Величины F_x и N могут быть рассчитаны, например, в соответствии с рекомендациями работы [3].

Эффект поперечного градиента давления и его влияние на интегральные характеристики МГД-генератора, асимметрию развития пограничных слоев на анодной и катодной стенках проиллюстрируем на примере расчета сверхзвукового течения в канале идеально секционированного МГД-генератора с холловской схемой включения нагрузки.

Расчет проведен по системе уравнений (4) как с привлечением соотношения (5), так и с использованием уравнения (7). Для простоты толщины теплового и динамического пограничных слоев приняты равными (в предположении справедливости

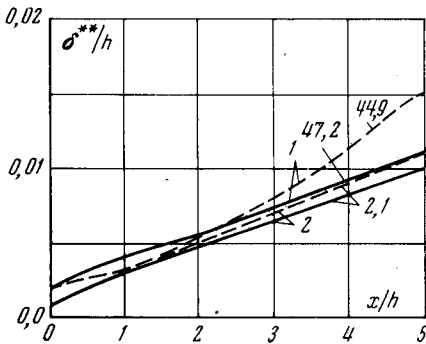


Рис. 1

Рис. 1. Развитие пограничного слоя на электродных стенках канала:

1 — сверхзвуковой генератор, рассчитанный при условиях $m=60$ кг/сек, $M_1=2.5$, $T_1=2500^\circ\text{K}$, $T_w=1200^\circ\text{K}$; $F_1=0.6 \times 0.6$ м², $F_2=0.6 \times 0.96$ м², коэффициент нагрузки 0,65; 2 — дозвуковой генератор, рассчитанный при условиях $m=30$ кг/сек, $T_1=2500^\circ\text{K}$, $T_w=1873^\circ\text{K}$, $p_2=1$ атм, $F_1=0.6 \times 0.6$ м², $F_2=0.6 \times 0.72$ м², коэффициент нагрузки 0,5. Величина мощности указана в Мет

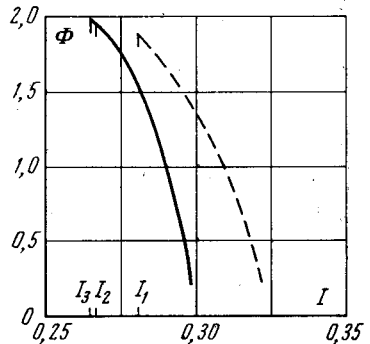


Рис. 2

Рис. 2. Вольт-амперная характеристика сверхзвукового генератора с холловской схемой включения нагрузки. При $I < I_1$ отрыв пограничного слоя при $\psi_p=1$; $I_3 < I < I_2$ отрыв на аноде при $\psi_p \neq 1$, $I < I_3$ отрыв на катоде при $\psi_p \neq 1$

аналогии Рейнольдса), величина c_f определялась по [9]. Вязкость в соотношении (5) рассчитывалась по определяющей температуре $T_s = (T_w + T_e)/2 + 0,11(\gamma - 1)M^2 T_e$ [11]. Показатель степени в (3) принят равным 1/7.

В качестве начальных условий на входе в канал выбраны следующие параметры: число Маха $M_1=2.5$, статическая температура $T_1=2500^\circ\text{K}$, расход $m=60$ кг/сек, $\delta_1^{**}=0,130 \cdot 10^{-2}$ м, $T_w=1200^\circ\text{K}$. Рассматривался канал с линейно возрастающим межэлектродным расстоянием и постоянным магнитным зазором; площадь поперечного сечения на входе в канал составляла $F_1=0,6 \times 0,6$ м² (величина магнитного зазора принималась в качестве характерного линейного размера), площадь поперечного сечения на выходе канала составляла $F_2=0,6 \times 0,96$ м². Величина магнитной индукции составляла 2 тл в рабочей зоне канала и спадала по закону $\exp\{-4\xi\}$ вне рабочей зоны (ξ — расстояние от концов электродного участка). Граничным условием для электрической части задачи служила величина полного продольного тока или продольной холловской разности потенциалов. Считалось, что рабочее тело подчиняется уравнению состояния совершенного газа с показателем адиабаты $\gamma=1,14$. Для проводимости и параметра Холла приняты зависимости вида

$$\sigma = 2,05 \cdot 10^5 T^{0,75} \exp\{-25150/T\} p^{-0,5}, \quad \beta = 0,5210^5 \sqrt{T \cdot 10^{-3}} p^{-1} B.$$

Указанным условиям соответствует параметр магнитогидродинамического взаимодействия $N_1=0,19$. Полная длина канала составляла 6 м, рабочая зона располагалась при $1 \leq x \leq 5$.

Выше обсуждались результаты сравнения расчета развития неоднородностей по соотношениям (5) и уравнению (7) (рис. 1), в частности, было отмечено, что для расчета и контроля устойчивости пограничного слоя в потоках с сильным торможением целесообразно использовать уравнение (7).

На рис. 2 приведены вольт-амперные характеристики генератора, рассчитанные с учетом (сплошная кривая) и без учета (пунктирная) поперечного градиента давления. Существенное отличие этих кривых обусловлено значительным повышением эффективного внутреннего сопротивления генератора, вызванного неоднородностью профиля давления в поперечном сечении канала. При заданной величине продольного тока увеличение внут-

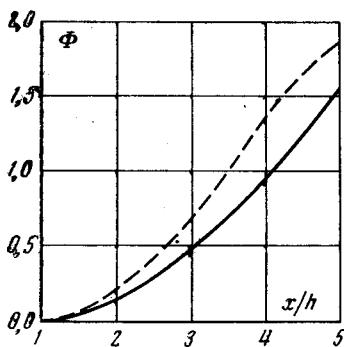


Рис. 3

Рис. 3. Распределение потенциала по оси канала

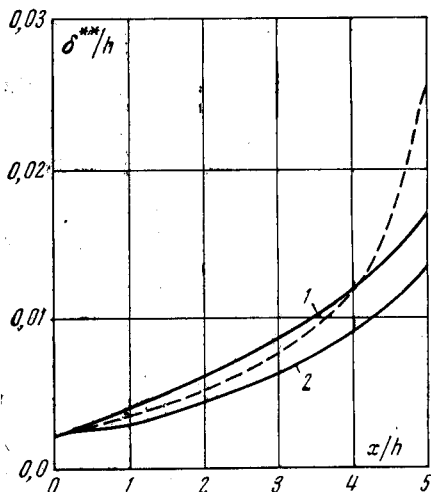


Рис. 4

Рис. 4. Развитие пограничного слоя на электродных стенках в холловском генераторе. Увеличение внутреннего сопротивления приводит к снижению поперечного тока и, следовательно, холловской разности потенциалов и суммарной мощности.

Распределение потенциала

$$\Phi(x) = - \int_0^x E_x dx$$

по оси канала показано на рис. 3. На том же графике пунктирной кривой показано распределение потенциала, рассчитанное при $\psi_p = 1$ и той же величине полного продольного тока. Отличие суммарной мощности, которая в рассматриваемом случае пропорциональна холловской разности потенциалов, составляет примерно 20%.

На рис. 4 показано изменение толщины потери импульса δ^{**} по длине канала на аноде (кривая 1) и на катоде (кривая 2). Для сравнения пунктиром нанесено изменение толщины потери импульса в потоке, рассчитанном при $\psi_p = 1$. Видно, что поперечный градиент давления вызывает заметное отличие пограничных слоев на анодной и катодной стенках и качественно меняет характер нарастания пограничного слоя по сравнению со случаем постоянного в поперечном сечении давления.

В МГД-генераторах с сильным торможением потока и тонкими пограничными слоями возможен отрыв пограничного слоя. Это явление может приводить к отрицательным последствиям с точки зрения характеристик генератора [5, 8, 17] и поэтому возникает проблема расчетной оценки условий возникновения отрыва пограничного слоя в данном канале [5, 8, 18] или определения формы канала, в котором при заданных условиях отрыв происходить не будет [19].

В настоящее время для оценки положения сечения отрыва пограничного слоя пользуются газодинамическими критериями

$$\bar{H} = \int_0^{\delta} (1 - \psi_u) dy / \int_0^{\delta} \psi_u (1 - \psi_u) dy = \bar{H}_{кр} [8] \quad \text{или} \quad \xi = \frac{p' \delta^{**}}{\rho u^2} = \xi_{кр} [5, 18, 19].$$

В газовой динамике параметры $H_{кр}$ и $\xi_{кр}$ являются известными функциями локальных безразмерных параметров Re , M , T_w/T_c , ... Так как параметры H и ξ существенным образом связаны с профилем скорости и толщиной пограничного слоя, то в рамках соответствующей гидравлической системы уравнений необходимо с относительно высокой точностью проводить расчет развития пограничного слоя.

Методы определения функциональных связей $H_{кр}$, $\xi_{кр}$ для магнитогазодинамических течений в настоящее время разработаны недостаточно, а соответствующие экспериментальные данные весьма ограничены. В практических расчетах и при сравнении с экспериментальными данными до сих пор использовались методы газовой динамики.

В работах [4, 8] возникновение отрыва пограничного слоя оценивалось условием $\bar{H} = \bar{H}_{кр}$. В гидравлической схеме расчета использовалось уравнение (7) и уравнение Гарнера для определения \bar{H} . Величина $\bar{H}_{кр}$ определялась на основе сравнения с экспериментальными данными по отрыву пограничного слоя в МГД-генераторах Марк II, Марк V и ЛОРХО. Оказалось, что полученное значение $\bar{H}_{кр} = 1,5$ существенно отличается от гидродинамического $\bar{H}_{кр} = 1,8$ и не зависит от особенностей течения (Re , M , T_w/T_c).

В [5] с той же целью использовалось значение H и метод расчета, заимствованный из [6]. При этом величина H оказалась существенно зависящей от температурного фактора и результаты расчета удовлетворительно описывали экспериментальные данные.

В расчетах, описанных выше, возможность отрыва пограничного слоя оценивалась по условию $\xi = 0,8\xi_{кр}$ [19], причем значение $\xi_{кр}$ выбиралось согласно работам [18, 20], а развитие пограничного слоя описывалось уравнением (7) при заданном степенном ($n=1/7$) профиле скорости и температуре.

На рис. 2 указаны области отрывных течений. Из сравнения кривых видно, что учет или неучет поперечного градиента давления связан с различными качественными выводами. Действительно, при заданном токе ($I \leq I_1$) расчет при $\psi_p = 1$ дает отрывной режим, хотя в действительности (расчет при $\psi_p \neq 1$) канал в области $I_1 > I > I_2$ может работать еще в безотрывном режиме (этот вывод связан с различным нарастанием толщины пограничного слоя в этих расчетах — см. рис. 4). При заданном полном токе ($I < I_5$) отрыв сначала наступает на анодной стенке. При заданной разности потенциалов ток, который можно снять с канала в безотрывном режиме, оказывается меньше тока, рассчитанного при условии $\psi_p = 1$.

Расчет рассматриваемого канала с использованием (5) вместо (7) приводит к сильно отличающимся условиям возникновения отрыва пограничного слоя, но дает близкие результаты по расчету интегральных характеристик канала на безотрывных режимах.

Следует отметить, что сопоставление опытных данных с результатами расчета по отрыву пограничного слоя с целью обоснования метода расчета должно проводиться с известной осторожностью. Например, резкое ухудшение характеристик канала, возникающее в процессе его нагружения [5], может быть связано с возникновением отрыва пограничного слоя на выходе из канала, если граничные условия обеспечивают безударное течение в ядре потока. С другой стороны, определение положения сечения отрыва по резкому скачку газодинамических параметров внутри канала [8] может дать неверный результат, если отрыв пограничного слоя обусловливается наличием скачка. Возможна ситуация, в которой скачок первоначально возник в сечении отрыва (например, при $H = H_{кр}$), а затем перемещается в новое положение, определяемое граничными условиями на концах канала. При этом значении параметра H , подсчитанное по параметрам перед скачком, может существенно отличаться от $H_{кр}$.

Институт высоких температур
Академии наук СССР
Институт механики МГУ

Поступила в редакцию
10 IX 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Вагажин, Г. А. Любимов, С. А. Регирер. Магнитогидродинамические течения в каналах. «Наука», 1970.
2. Г. А. Любимов. Механика жидкости и газа, № 3, 3, 1966.
3. В. А. Бигурин, Г. А. Любимов. Теплофизика высоких температур, 7, № 5, 974, 1969.
4. O. K. Sonju, J. Teno, T. R. Brogan. 11th Symp. on Eng. Aspects of MHD, Pasadena, 1970.
5. В. В. Бреев, В. П. Панченко. Механика жидкости и газа, № 4, 1974; В. П. Панченко. Препринт ИАЭ-2118, 1971.
6. С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. «Энергия», 1972.
7. А. I. Leontiev, V. G. Pusach. 13th Symp. on Eng. Aspects of MHD, Stanford, 1973.
8. Дж. Тино, К. Ли, Т. Р. Бродган. В сб. МГД-метод получения энергии. «Энергия», 1971.

9. В. А. Кириллин, А. Е. Шейндлин и др. 5th Intern. Conf. on MHD Electrical Power Generation, 1, 353, Munich, 1971.
 10. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. «Наука», 1969.
 11. Э. Р. Эккерт, Р. М. Дрейк. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.
 12. Дж. Льюис, Т. Броган. Тр. междунар. симп., Париж, 1964, 2. ВИНТИ, 1966.
 13. В. А. Кириллин, А. Е. Шейндлин и др. Теплофизика высоких температур, 9, № 5, 1029, 1971.
 14. Экспериментальные исследования на модельной энергетической МГД-установке У-02 (II этап). Научно-технический отчет 17/73. ИВТ АН СССР, 1973.
 15. А. В. Губарев, Л. М. Дегтярев и др. Препринт ИАЭ-2121, 1971.
 16. В. М. Пономарев. Теплофизика высоких температур, 12, № 3, 1974.
 17. Дж. Луис, Г. Гал, П. Блэкберн. В сб. Прикладная магнитная гидродинамика. «Мир», 1965.
 18. А. В. Вагажин, А. В. Гоговцев. Теплофизика высоких температур, 8, № 1, 123, 1970.
 19. Г. Р. Алавидзе. Автореф. канд. дис. МФТИ, 1973.
 20. Н. Н. Захаров. Труды ЦИАМ, № 507, 1971.
-