



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Г. Сцепуро, М. С. Ковалёв, Г. К. Красин, И. В. Гриценко, А. В. Бобков,
С. И. Кудряшов, Измерение радиуса кривизны сферической поверхности на ос-
нове уравнения переноса интенсивности,
Компьютерная оптика, 2022, том 46, выпуск 6, 877–883

<https://www.mathnet.ru/co1081>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.88

22 апреля 2025 г., 13:11:34



Измерение радиуса кривизны сферической поверхности на основе уравнения переноса интенсивности

Н.Г. Сцепуро¹, М.С. Ковалев¹, Г.К. Красин¹, И.В. Гриценко¹, А.В. Бобков^{1,2}, С.И. Кудряшов³

¹ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005, Россия, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр.1;

² НПП «Геофизика-Космос», 107497, Россия, г. Москва, Иркутская ул., д. 11, к.1;

³ Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук, 119991, Россия, г. Москва, Ленинский проспект, д. 53

Аннотация

Уравнение переноса интенсивности обеспечивает новый неинтерферометрический и неитеративный доступ к количественной информации о фазе световой волны посредством измерения распределений интенсивности. Это уравнение можно использовать для реализации простого и точного измерения пространственной фазы для оптического тестирования сферических поверхностей. Для реализации метода требуется только КМОП-камера, с помощью которой происходит регистрация поперечных распределений интенсивности поля в нескольких плоскостях. Обработка экспериментальных измерений с помощью специализированного программного обеспечения позволяет восстановить значение радиуса кривизны тестируемой сферической поверхности с высокой точностью. Для оценки точности значение радиуса кривизны тестируемой сферической поверхности, рассчитанное предлагаемым авторами методом, было сопоставлено с интерферометрическими измерениями. Разница полученных значений составила менее 0,01 %, что свидетельствует о хорошем согласовании данных.

Ключевые слова: лазерные пучки, волновой фронт, измерение радиуса кривизны сферической поверхности, фазовые искажения, уравнение переноса интенсивности.

Цитирование: Сцепуро, Н.Г. Измерение радиуса кривизны сферической поверхности на основе уравнения переноса интенсивности / Н.Г. Сцепуро, М.С. Ковалев, Г.К. Красин, И.В. Гриценко, А.В. Бобков, С.И. Кудряшов // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 6. – С. 877-883. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1159.

Citation: Stsepuro NG, Kovalev MS, Krasin GK, Gritsenko IV, Bobkov AV, Kudryashov SI. Measurement of the radius of curvature of a spherical surface based on the transport-of-intensity equation. Computer Optics 2022; 46(6): 877-883. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1159.

Введение

С развитием когерентных источников света и вычислительных методов синтеза волновых полей широкое распространение получили оптические методы обработки информации. Развитие этих методов сопровождалось значительным улучшением средств регистрации и элементов оптических систем, обеспечивающих преобразование сигналов с высокой точностью в режиме реального времени. В связи с этим в приложениях оптической метрологии традиционная оценка распределений интенсивности и фазы лучей, распространяющихся через систему, на основе явления интерференции и геометрической оптики перестала удовлетворять практическим нуждам оптимизации оптических систем. Поэтому актуальна проблема анализа систем с высоким разрешением в режиме реального времени на основе свойств оптических сигналов [1–4].

Существующие подходы к решению задачи регистрации и восстановления амплитудно-фазовой информации, впервые сформулированные Вольфом [5] и Уокером [6], основаны на анализе аналитических свойств функций, описывающих оптические сигналы

и поля. Например, в [7] по зарегистрированным дифрактограммам визуализируют интенсивность и фазу образца ленточного червя с использованием различных длин волн и частичного временного и пространственного когерентного освещения. Авторы [8] предложили метод, позволяющий восстанавливать фазовый профиль сложных оптических поверхностей. Также известен ряд методов на основе уравнения переноса интенсивности с его решением через различные преобразования, в том числе Фурье [9, 10], Гилберта [11], косинусное [12] и др. [13–16], выбор каждого из которых зависит от условий и ограничений решаемой задачи. Кроме того, известна работа [17], где на основе дисперсионных соотношений Крамерса–Кронига реализована неинтерферометрическая голографическая визуализация изображений тонких объектов в различных спектральных режимах. Однако анализ литературы показал, что до сих пор существует ряд проблем как научного, так и технического характера, которые не позволяют использовать разработанные методы для решений задач оптической метрологии [18]. Ведь несмотря на простоту их реализации, они все же достаточно медленны и трудоемки [8, 19]. Более того, все эти методы предъявляют высокие требования на

пространственно-временные параметры импульсного или непрерывного лазерного излучения [20].

В данной работе впервые предлагается простой метод абсолютного измерения радиуса кривизны сферической поверхности на основе решения уравнения переноса интенсивности с использованием только одной камеры. Радиус кривизны является важным параметром любой оптической детали, от которого, например, зависит смещение каустики – геометрического места всех фокусов негомоцентрических пучков, то есть пучков световых лучей, не сходящихся в одной точке. Поэтому решение задачи, полученное в данном исследовании, позволит ускорить практическую реализацию с помощью одной КМОП-камеры тех больших потенциальных возможностей, которые заложены в предлагаемом методе. Ведь не потребуются высококачественных и дорогих объективов и эталонов, существенно снизится влияние вибраций и температурных колебаний окружающей среды на показания измерений, будет отсутствовать зависимость контраста и яркости восстановленного поля от монохроматичности источника и его протяженности.

1. Базовые принципы

Метод по абсолютному измерению радиуса кривизны сферической поверхности основан на регистрации распределений интенсивности излучения в нескольких поперечных сечениях пучка. Поэтому рассмотрим процесс распространения лазерного излучения через плоско-выпуклую линзу, расположенную в воздушной среде. Предположим, что на линзу падает пучок с Гауссовым профилем распределения интенсивности. Тогда для описания комплексной амплитуды поля необходимо решить уравнение Гельмгольца в параксиальном приближении [21]. При этом радиальное распределение интенсивности $I(r, z)$ такого пучка будет определяться как [22]:

$$I(r, z) = \frac{|E(r, z)|^2}{2\eta} = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right), \quad (1)$$

где $r = (x, y)$ – радиус-вектор; z – продольная координата; $E(r, z)$ – комплексная амплитуда электрического поля; η – волновое сопротивление среды; I_0 – интенсивность в центре перетяжки лазерного пучка; $w(z)$ – радиус лазерного пучка; w_0 – радиус перетяжки.

Рассмотрим теперь лазерный пучок, прошедший через плоско-выпуклую линзу. Продольное сечение осесимметричного лазерного пучка, распространяющегося вдоль оси z , представлено на рис. 1. Огибающая $w(z)$ осесимметричного лазерного пучка по уровню $1/e^2$ полного потока является однополостным гиперболоидом вращения:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (2)$$

где z_R – длина Рэлея лазерного пучка, т.е. расстояние от перетяжки пучка до точки, в которой размер пучка увеличивается в $\sqrt{2}$ раз.

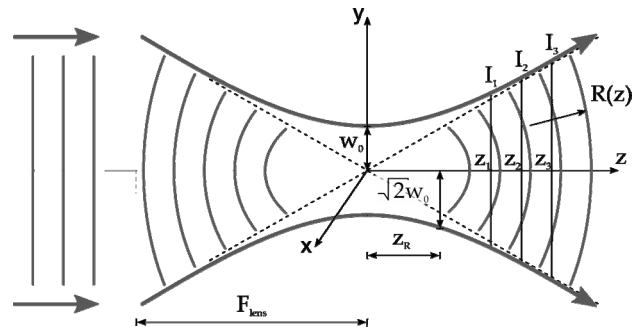


Рис. 1. Пространственная структура лазерного пучка

В связи с этим в продольном направлении лазерный пучок можно разбить на три части. В центральной части при $|z| \leq z_R$ поперечные размеры пучка сравнительно мало меняются с изменением z , а значение радиуса волнового фронта в этой области будет стремиться $R(z) \rightarrow \infty$ согласно [23]. В двух же периферийных частях (при $z < -z_R$ и $z > z_R$) поперечные размеры пучка существенно увеличиваются с ростом z и при больших z пропорциональны $|z|$, а радиус волнового фронта принимает значения согласно следующей формуле:

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}. \quad (3)$$

Пространственные параметры лазерного пучка, характеризующие продольное сечение распределения интенсивности, взаимно-однозначно связаны с оптическими характеристиками линзы [24]:

$$w_0 = \frac{M^2 \cdot \lambda \cdot F_{lens}}{\pi \cdot d}, \quad (4)$$

где d – диаметр пучка по уровню $1/e^2$; λ – длина волны излучения; F_{lens} – фокусное расстояние линзы; M^2 – параметр качества пучка. Следовательно, из формулы (4) можно определить параметры линзы:

$$F_{lens} = \frac{w_0 \cdot \pi \cdot d}{M^2 \cdot \lambda}. \quad (5)$$

Если из (2) выразить w_0 и представить значение длины Рэлея z_R через радиус волнового фронта (3), то, подставляя их в (5), можно получить выражение вида:

$$F_{lens} = \frac{\pi \cdot d \cdot w(z)}{M^2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{1 + \frac{z}{R(z) - z}}}. \quad (6)$$

В свою очередь, радиус кривизны волнового фронта может быть рассчитан с помощью уравнения переноса интенсивности, в котором фазовая функция поля $\phi(r, z)$ связана с распределением интенсивности $I(r, z)$ следующим соотношением [25]:

$$\varphi(r, z) = -k \cdot \nabla^{-2} \left\{ \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{I(r, z)} \nabla \nabla^{-2} \frac{\partial I(r, z)}{\partial z} \right\} \right\}, \quad (7)$$

где $\nabla = \{\partial/\partial x; \partial/\partial y\}$ – оператор градиента; ∇^{-2} – оператор обратного Лапласиана. Одним из наиболее универсальных методов расчета дифференциальных операторов градиента и обратного Лапласиана является метод, основанный на свойствах преобразования Фурье [26].

Полученную с использованием формулы (7) фазовую функцию $\varphi(r, z)$ и измеренный радиус лазерного пучка $w(z)$ можно использовать для расчета радиуса волнового фронта $R(z_2)$ в плоскости z_2 с использованием геометрического метода [27]

$$R(z) = \frac{s}{2} + \frac{l^2}{8s}, \quad (8)$$

где s – стрелка прогиба, которая рассчитывается на основе фазовой функции $\varphi(r, z_2)$ (см. [27]); $l = w(z_2)$.

Стоит отметить, что данный подход подразумевает регистрацию нескольких распределений интенсивности $I(r, z_1)$ и $I(r, z_3)$ в различных плоскостях, а получаемое значение фазовой функции поля $\varphi(r, z_2)$ восстанавливается в промежуточной плоскости z_2 , равноудаленной от плоскостей z_1 и z_3 . Алгоритм расчета фазовой функции представлен на рис. 2.

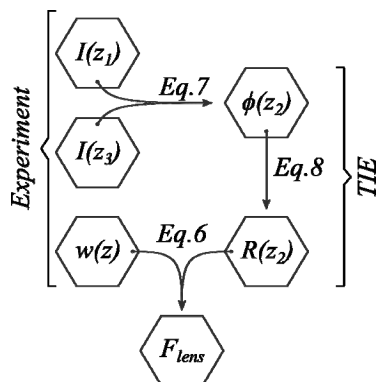


Рис. 2. Алгоритм расчета параметров линзы

2. Экспериментальная часть

Вышеописанный метод был экспериментально апробирован на примере плоско-выпуклой линзы. В качестве объекта для исследования была выбрана дюймовая линза с фокусным расстоянием $550 \pm 2\%$ мм. С целью определения априорной информации об оптических параметрах выбранной плоско-выпуклой линзы была проведена предварительная характеристика при помощи прецизионного интерферометра для контроля сферической и асферической оптики OWI 150 XT Invers и оптического рефрактометра. В результате измерений было установлено, что объект исследования имеет показатель преломления на длине волны $\lambda = 515,6$ нм – $n_\lambda = 1,5205$ (BK7) и радиус кривизны сферической поверхности $R_{lens} = 280,954$ мм с общей ошибкой $N = 0,22$ и местной ошибкой $\Delta N = 0,17$.

Апробация предложенного метода осуществлялась с использованием фемтосекундного лазера Satsuma с длиной волны второй гармоники $\lambda_{SH} = 515,6$ нм. При этом на выходе из лазера пучок имеет размеры 1,627 мм и 1,576 мм. Для обеспечения малой угловой расходимости падающего на линзу пучка в схему была установлена телескопическая система Кеплера (линза Л1 и Л2), которая коллимировала лазерный пучок и расширяла его до диаметра 3,4 мм по уровню $1/e^2$. Эквивалентная схема эксперимента представлена на рис. 3.

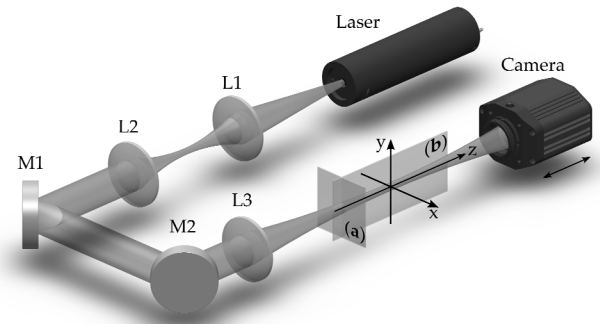


Рис. 3. Экспериментальная схема, состоящая из лазера, телескопической системы (линза Л1 и Л2), исследуемой линзы Л3 и КМОП-камеры

Преобразованное исследуемой линзой Л3 излучение регистрировалось монохромной КМОП-камерой (разрешение 1920×1080 с размером пикселей $5,04 \times 5,04$ мкм²), которая перемещалась вдоль оси распространения излучения на линейном трансляторе. Поперечное распределение интенсивности регистрировалось в области перетяжки излучения с шагом 1 мм. На рис. 4а представлено поперечное сечение пучка в произвольно выбранной плоскости ХОУ ($z = -60$ мм относительно плоскости перетяжки, плоскость (а) на рис. 3). На основе подобных распределений интенсивности было восстановлено продольное сечение осесимметричного лазерного луча в плоскости YОZ (плоскость (b) на рис. 3) по уровню $1/e^2$ (рис. 4б).

Представленное на рис. 4б продольное сечение есть не что иное, как гиперболическая зависимость радиуса лазерного пучка от продольной координаты z , которую можно аппроксимировать и записать как $w(z) = \sqrt{a + bz + cz^2}$ [28]. Расчет коэффициентов a , b , c обычно производится с использованием метода наименьших квадратов, используя при этом матричное выражение согласно [29]. Расчет коэффициентов показал, что $a = 0,059$ мм², $b = -1,458 \cdot 10^{-3}$ мм и $c = 9,506 \cdot 10^{-6}$.

При этом эти коэффициенты имеют взаимнооднозначную связь с пространственными параметрами лазерного пучка, а именно [29]: радиус перетяжки $w_0 = \sqrt{4ac - b^2} / 2\sqrt{c}$, длина Рэлея лазерного пучка $z_R = \sqrt{4ac - b^2} / 2c$, угловая расходимость $2\Theta = 2\sqrt{c}$ и положение перетяжки луча относительно выбранной базовой плоскости $S_p = -b/2c$. Из представленного перечня наиболее интересующим нас параметром яв-

ляется длина Рэлея лазерного пучка z_R , так как этот параметр фигурирует в формулах (2) и (3). Расчет показал, что для данной конфигурации экспериментальной схемы длина Рэлея лазерного пучка составила $z_R = 21,785$ мм.

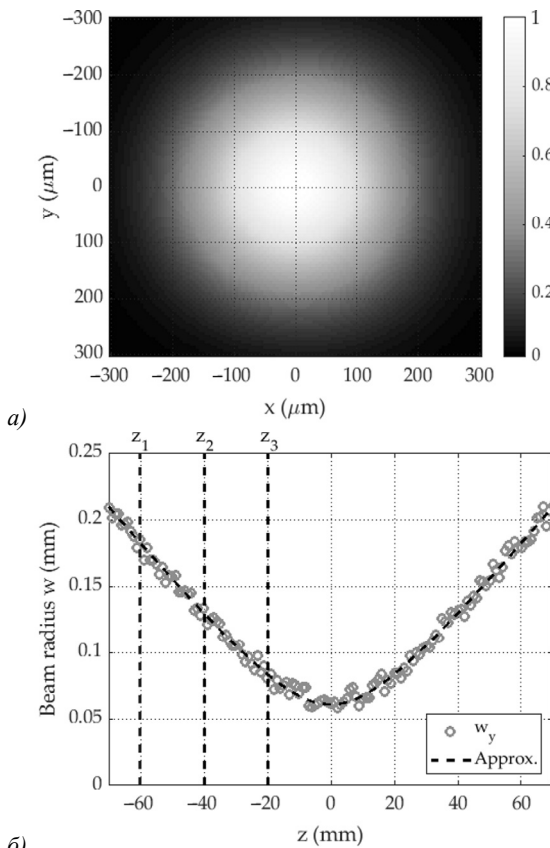


Рис. 4. (а) Поперечное распределение интенсивности пучка, (б) продольное сечение распределения интенсивности

3. Результаты и обсуждение

Согласно ранее приведенному алгоритму (рис. 2) для определения оптических параметров линзы необходимо зарегистрировать не менее трех поперечных распределений интенсивности в произвольно выбранных плоскостях слоя пространства. Введем упрощенное обозначение выбранных плоскостей для анализа. Так, за обозначение z_1 и z_3 будем считать крайнюю левую и правую плоскость анализа соответственно, а за z_2 – промежуточную между ними. Пример взаимного расположения плоскостей проиллюстрирован вертикальными пунктирными линиями на рис. 4б.

После регистрации распределений интенсивности с помощью КМОП-камеры на основе полученных данных определялся диаметр лазерного пучка по уровню $1/e^2$. Затем производился расчет фазовой функции поля $\varphi(r, z_2)$ согласно уравнению (7). Как видно из уравнения (7), при расчете значение продольной производной $\partial I(r, z)/\partial z$ зависит от выбранного между плоскостями расстояния Δz . Поэтому фазовая функция поля вычислялась для разных пар плоскостей z_1 и z_3 из полученного набора экспери-

ментальных данных с целью определения оптимального значения Δz . Полученные значения фазы $\varphi(r_\perp, z_2)$ в промежуточной плоскости z_2 в дальнейшем использовались в формуле (8) для расчета радиуса кривизны волнового фронта $R(z_2)$.

На рис. 5 представлены некоторые из полученных результатов расчета радиуса кривизны волнового фронта $R(z_2)$ для различных Δz . Точками обозначены экспериментальные значения радиуса кривизны волнового фронта $R(z)$, а сплошными линиями обозначены их аппроксимационные функции. Пунктирной линией обозначена теоретическая зависимость $R(z)$, которая была получена с использованием уравнения (3) при $z_R = 21,785$ мм. Из рис. 5 видно, что для $\Delta z \approx 30$ мм аппроксимированная по экспериментальным данным кривая совпала с теоретической зависимостью $R(z)$.

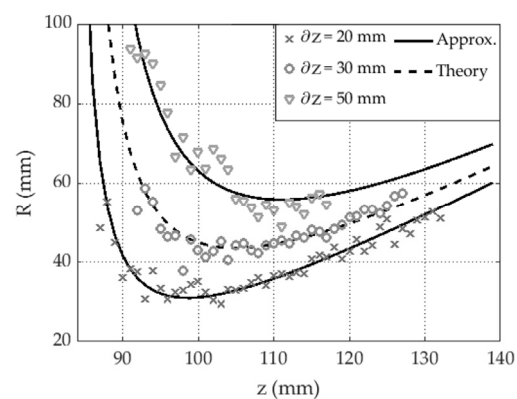


Рис. 5. Зависимость радиуса кривизны $R(z_2)$ от продольной координаты для нескольких Δz

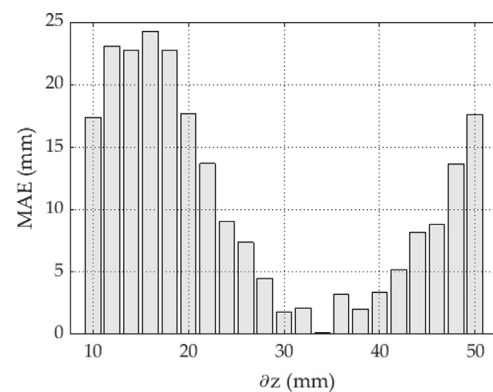


Рис. 6. Зависимость средней абсолютной ошибки от величины Δz

При расчете продольной производной величина Δz изменялась в диапазоне от 10 до 50 мм с шагом в 2 мм. В качестве оценочного параметра была выбрана средняя абсолютная ошибка (MAE) [30] между теоретической функцией радиуса кривизны волнового фронта $R(z)$ и экспериментальными данными в зависимости от Δz . На рис. 6 представлены численные значения MAE, из которых можно увидеть, что минимальная ошибка была получена при $\Delta z = 32$ мм.

На завершающем этапе, используя рассчитанные значения радиуса кривизны волнового фронта $R(z)$

при $\Delta z = 32$ мм и полученные значения радиуса лазерного пучка $w(z)$, можно определить фокусное расстояние линзы F_{lens} . На рис. 7 приведена гистограмма полученных значений. Анализ гистограммы показал, что распределение может быть аппроксимировано функцией Гаусса, при этом математическое ожидание аппроксимированной функции в данном случае составило $\mu = 539,8$ мм, а дисперсия $\sigma = 0,042$ мм.

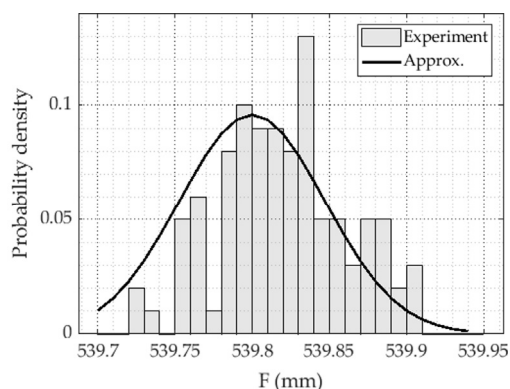


Рис. 7. Плотность вероятности экспериментальных значений

Согласно [31], существует взаимно-однозначная связь между фокусным расстоянием плоско-выпуклой линзы, радиусом кривизны оптической поверхности и показателем преломления:

$$R_{lens} = \left(\frac{n_\lambda}{n_0} - 1\right) \cdot F_{lens}. \quad (9)$$

Из данного уравнения следует, что для расчета радиуса кривизны оптической поверхности требуется знание априорной информации о показателе преломления на рабочей длине волны лазерного излучения. Если принять искомое значение фокусного расстояния за $F_{lens} = 539,8$ мм (значение математического ожидания нормального распределения на рис. 7), а значение показателя преломления за $n_\lambda = 1,5205$, то радиус кривизны сферической поверхности будет равен $R_{lens} = 280,9443 \pm 0,0314$ мм. Стоит отметить, что соотношение (7) было получено с допущением о справедливости паракиального приближения. Это накладывает определенное ограничение, в силу которого минимальное значение радиуса кривизны волнового фронта, при котором точность предлагаемого метода будет сохраняться, составляет около 40 мм [27].

Несмотря на вышеупомянутое ограничение, данный метод можно использовать и для оценки значения показателя преломления оптической линзы [4]. При этом алгоритм расчёта остается неизменным вплоть до последнего этапа, а для определения значения показателя преломления необходима априорная информация о радиусе кривизны сферической поверхности. Еще следует отметить, что в данной работе мы исследовали работоспособность нашего метода с использованием одномодового одночастотного лазера с параметром M^2 , близким к 1,0.

Заключение

В работе представлен простой метод для задач оптической метрологии, позволяющий прецизионно контролировать радиус кривизны сферических поверхностей бесконтактным способом на основе решения уравнения переноса интенсивности. Абсолютное значение радиуса кривизны восстанавливается из зарегистрированных на одной КМОП-камере распределений интенсивности, также предложенный метод не требует использования сложных оптических систем. Апробация была проведена на плоско-выпуклой линзе с радиусом кривизны $R_{lens} = 280,954$ мм, предхарактеризованной на интерферометре с точностью $\lambda/20$. Сравнение полученных результатов показало различие на уровне $\Delta R_{lens} = 0,01$ мм, что говорит о хорошем согласовании. Преимуществами предложенного подхода являются экспериментальная простота реализации и универсальность из-за инвариантности к материалу исследуемых элементов. Более того, после небольшой модификации схемы метод может быть использован и для контроля радиуса кривизны поверхностей оптических элементов в процессе их производства.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №20-79-00264) и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект №20-32-90161).

References

- [1] Torre A. Linear ray and wave optics in phase space. 1st ed. Elsevier Science; 2005.
- [2] Allen RL, Mills DW. Signal analysis: Time, frequency, scale, and structure. 1st ed. Wiley-IEEE Press; 2003.
- [3] Ruchka PA, Galkin ML, Kovalev MS, Krasin GK, Stsepuro NG, Odinokov SB. On the possibilities of encoding digital images using fractional Fourier transform. Optical Memory and Neural Networks 2019; 28: 252-261.
- [4] Gritsenko IV, Kovalev MS, Stsepuro NG, GulinaYuS, Krasin GK, Gonchukov SA, Kudryashov SI. The optical refractometry using transport-of-intensity equation. Laser Phys Lett 2022; 19(7): 076201.
- [5] Wolf E. Coherence properties of partially polarized electromagnetic radiation. Nuovo Cim 1959; 13: 1165-1181.
- [6] Walker JG. The phase retrieval problem. J Mod Opt 2010; 28(6): 735-738.
- [7] Schielbein A, Pedrini G. Lensless phase imaging microscopy using multiple intensity diffraction patterns obtained under coherent and partially coherent illumination. Appl Opt 2022; 61(5): B271-B278.
- [8] Graves LR, Quach H, Choi H, Kim DW. Infinite deflectometry enabling 2π -steradian measurement range. Opt Express 2019; 27(5): 7602-7615.
- [9] Pan S, Ma J, Zhu R, Ba T, Zuo C, Chen F, Dou J, Wei C, Zhou W. Real-time complex amplitude reconstruction method for beam quality M2 factor measurement. Opt Express 2017; 25(17): 20142-20155.
- [10] Kovalev M, Gritsenko I, Stsepuro N, Nosov P, Krasin G, Kudryashov S. Reconstructing the spatial parameters of a laser beam using the transport-of-intensity equation. Sensors 2022; 22(5): 1765.

- [11] Li WS, Chen CW, Lin KF, Chen HR, Tsai CY, Chen CH, Hsieh WF. Phase retrieval by using the transport-of-intensity equation with Hilbert transform. *Opt Lett* 2016; 41(7): 1616-1619.
- [12] Zuo C, Chen Q, Asundi A. Boundary-artifact-free phase retrieval with the transport of intensity equation: fast solution with use of discrete cosine transform. *Opt Express* 2014; 22(8): 9220-9244.
- [13] Geng J. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial. *Adv Opt Photon* 2011; 3(2): 128-160.
- [14] Chen X, Kandel ME, Popescu G. Spatial light interference microscopy: principle and applications to biomedicine. *Adv Opt Photon* 2021; 13(2): 353-425.
- [15] Krasin G, Kovalev M, Stsepuro N, Ruchka P, Odinkov S. Lensless scheme for measuring laser aberrations based on computer-generated holograms. *Sensors* 2020; 20(15): 4310.
- [16] Zheng G, Shen C, Jiang S, Song P, Yang C. Concept, implementations and applications of Fourier ptychography. *Nat Rev Phys* 2021; 3: 207-223.
- [17] Baek Y, Park Y. Intensity-based holographic imaging via space-domain Kramers–Kronig relations. *Nat Photonics* 2021; 15: 354-360.
- [18] Dorrer C, Zuegel JD. Optical testing using the transport-of-intensity equation. *Opt Express* 2007; 15(12): 7165-7175.
- [19] Popov NL, Artyukov IA, Vinogradov AV, Protopopov VV. Wave packet in the phase problem in optics and ptychography. *Phys Usp* 2020; 63(5): 766-774.
- [20] Schmidt OA, Schulze C, Flamm D, Brüning R, Kaiser T, Schröter S, Duparré M. Real-time determination of laser beam quality by modal decomposition. *Opt Express* 2011; 19(7): 6741-6748.
- [21] Vaveliuk P, Ruiz B, Lencina A. Limits of the paraxial approximation in laser beams. *Opt Lett* 2007; 32(8): 927-929.
- [22] Hirleman ED, Stevenson WH. Intensity distribution properties of a Gaussian laser beam focus. *Appl Opt* 1978; 17(21): 3496-3499.
- [23] Nosov PA, Piskunov DE, Shirankov AF. Combined laser varioustystems paraxial design for longitudinal movement of a Gaussian beam waist. *Opt Express* 2020; 28(4): 5105-5118.
- [24] Forkner JF. Computing illumination-bundle focusing by lens systems. *Proc SPIE* 1991; 1354: 210-215.
- [25] Teague MR. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution. *J Opt Soc Am* 1983; 73(11): 1434-1441.
- [26] Allen LJ, Oxley MP. Phase retrieval from series of images obtained by defocus variation. *Opt Commun* 2001; 199(1-4): 65-75.
- [27] Gritsenko I, Kovalev M, Krasin G, Konoplyov M, Stsepuro N. Computational method for wavefront sensing based on transport-of-intensity equation. *Photonics* 2021; 8(6): 177.
- [28] Lasers and laser-related equipment – Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios – Part 2: General astigmatic beams. 2005. Source: <https://www.iso.org/standard/33626.html>.
- [29] Nosov PA, Shirankov AF, Grigoryants AG, Tret'yakov RS. Investigation of the spatial structure of a high-power fiber laser beam. *J Phys Conf Ser* 2015; 584(1): 012006.
- [30] Stroock DW. Probability theory: an analytic view. 2nd ed. Cambridge University Press; 2011.
- [31] Lu Z, Cai L. Paraxial focal length measurement method with a simple apparatus. *Opt Express* 2019; 27(3): 2044-2055.

Сведения об авторах

Сцеपुरо Никита Геннадьевич, 1994 года рождения, в 2018 году окончил Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана) по специальности «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения», работает младшим научным сотрудником в МГТУ им. Н.Э. Баумана и ФИАН. Область научных интересов: компьютерная и дифракционная оптика, анализ волнового фронта, программирование. E-mail: stsepuro@bmstu.ru.

Ковалев Михаил Сергеевич, 1986 года рождения, к.т.н., окончил Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана). Работает доцентом кафедры лазерных и оптико-электронных систем. Область научных интересов: компьютерная оптика, цифровая и аналоговая голография. E-mail: m.s.kovalev@bmstu.ru.

Красин Георгий Константинович, 1995 года рождения, в 2018 году окончил Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана) по специальности «Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения», работает младшим научным сотрудником в МГТУ им. Н.Э. Баумана и ФИАН. Область научных интересов: прикладная физика, компьютерная оптика, управление лазерными пучками. E-mail: krasin.georg@bmstu.ru.

Гриценко Илья Владимирович, 1997 года рождения, студент 6-го курса Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана), кафедра лазерных и оптико-электронных систем. Область научных интересов: Фурье-анализ, компьютерная оптика, цифровая голография и обработка изображений. E-mail: gritsenkoiv@student.bmstu.ru.

Бобков Александр Владимирович, 1981 года рождения, работает доцентом кафедры лазерных и оптико-электронных систем в МГТУ им. Н.Э. Баумана и заместителем начальника оптического цеха АО «НПП «Геофизика-Космос». Область научных интересов: прецизионные измерения оптических поверхностей.

E-mail: alexkosmos1@gmail.com.

Кудряшов Сергей Иванович, 1969 года рождения, д.ф.-м.н., работает заведующим лабораторией лазерной нанофизики и биомедицины, Центр лазерных и нелинейно-оптических технологий, Отделение квантовой радиофизики им. Н.Г. Басова, Физический институт им. П.Н. Лебедева (ФИАН). Область научных интересов: прямая нано/микроструктурная запись в материалах, спектральная характеристика, фемтосекундные лазерные импульсы. E-mail: sikudr@lebedev.ru.

ГРНТИ: 29.33.43

Поступила в редакцию 18 мая 2022 г. Окончательный вариант – 30 июня 2022 г.

Measurement of the radius of curvature of a spherical surface based on the transport-of-intensity equation

N.G. Stsepuro¹, M.S. Kovalev¹, G.K. Krasin¹, I.V. Gritsenko¹, A.V. Bobkov^{1,2}, S.I. Kudryashov³

¹ Bauman Moscow State Technical University,

105005, Moscow, Russia, 2nd Baumanskaya st. 5/1,

² R&D Geofizika-Cosmos, 107497, Moscow, Russia, Irkutskaya st., 11/1,

³ Lebedev Physical Institute, 119991, Moscow, Russia, Leninskiy Prospekt, 53

Abstract

The transport-of-intensity equation provides a new non-interferometric and non-iterative access to quantitative information about the phase of a light wave by measuring intensity distributions. This equation can be used to implement a simple and accurate spatial phase measurement for optical testing of spherical surfaces. The method requires only a CMOS camera, which records transverse field intensity distributions in several planes. Processing of experimental measurements with specialized software allows one to reconstruct the value of the radius of curvature of the spherical surface under test with high accuracy. The method is compared with measurements made by an interferometer, showing the difference between the values of the surface radius of curvature to be 0.01 % or less and indicating good agreement of the results.

Keywords: laser beam; wavefront; measurement radius of curvature of a spherical surface; phase distortions; transport-of-intensity equation.

Citation: Stsepuro NG, Kovalev MS, Krasin GK, Gritsenko IV, Bobkov AV, Kudryashov SI. Measurement of the radius of curvature of a spherical surface based on the transport-of-intensity equation. *Computer Optics* 2022; 46(6): 877-883. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1159.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 20-79-00264) and Russian Foundation for Basic Research (Project No. 20-32-90161).

Authors' information

Nikita Stsepuro, (b. 1994), postgraduate student and assistant of the Laser and Optoelectronic Systems department of the Bauman Moscow State Technical University; junior researcher of Lebedev Physical University. Research interests: computer and diffractive optics, wavefront measurement, programming. E-mail: stsepuro@bmstu.ru.

Michael Kovalev, (b. 1986), Ph.D. in Engineering Sciences, associate professor of the Laser and Optoelectronic Systems department of the Bauman Moscow State Technical University; senior researcher of Lebedev Physical University. Research interests: computer optics, digital and analog holography. E-mail: m.s.kovalev@bmstu.ru.

George Krasin, (b. 1994), postgraduate student and assistant of the Laser and Optoelectronic Systems department of the Bauman Moscow State Technical University; junior researcher of Lebedev Physical University. Research interests: applied physics, computer optics, laser beam control. E-mail: krasin.georg@bmstu.ru.

Iliya Gritsenko, (b. 1997), student of the Laser and Optoelectronic Systems department of Bauman Moscow State Technical University. Research interests: Fourier analysis, computer optics, digital holography and image processing. E-mail: gritsenkoiv@student.bmstu.ru.

Alexand Bobkov, (b. 1981), associate professor of the Laser and Optoelectronic Systems department of the Bauman Moscow State Technical University and deputy head of the optical department of R&D Geofizika-Cosmos. Research interests: precision measurements of optical surfaces. E-mail: alexkosmos1@gmail.com.

Sergey Kudryashov, (b. 1969), Ph.D., leading researcher of Lebedev Physical University. Research interests: direct nano/microstructural writing in materials, spectral characterization, femtosecond laser pulses. E-mail: sikudr@lebedev.ru.

Received May 18, 2022. The final version – June 30, 2022.
