



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. К. Гималтдинов, С. А. Лепихин, Исследование постдетонационных волн после встречного столкновения детонационных волн в пузырьковой жидкости, *ТВТ*, 2021, том 59, выпуск 2, 236–241

<https://www.mathnet.ru/tvt11415>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.84

23 апреля 2025 г., 18:02:24



## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН ПОСЛЕ ВСТРЕЧНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ

© 2021 г. И. К. Гималтдинов<sup>1</sup>, С. А. Лепихин<sup>2,3</sup>, \*

<sup>1</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

<sup>2</sup>Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

<sup>3</sup>Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

\*E-mail: sg81@bk.ru

Поступила в редакцию 15.05.2020 г.

После доработки 28.07.2020 г.

Принята к публикации 14.10.2020 г.

На основе численного моделирования рассмотрено встречное взаимодействие детонационных волн в жидкости с пузырьками горючего газа. Проанализировано влияние начального объемного газосодержания пузырьковой жидкости на пиковые значения давления, возникающие в жидкости при столкновении волн. Исследованы трансформация детонационных волн в постдетонационные волны и их последующая динамика. Проведено сопоставление расчетных параметров затухания постдетонационных волн с результатами эксперимента.

DOI: 10.31857/S0040364421020034

### ВВЕДЕНИЕ

Существование детонационных волн (ДВ) в жидкости с пузырьками горючего газа обусловлено энерговыделением при воспламенении и последующем расширении газовых пузырьков, что обеспечивает поддержание режима “пузырьковой” детонации, при этом компенсируется диссипация энергии волны при ее распространении в “энергорассеивающей” пузырьковой среде.

Структура и основные характеристики ДВ (амплитуда, длительность, скорость распространения) достаточно подробно рассмотрены в экспериментальных [1–3] и теоретических работах [4–7]. Влияние на развитие и протекание “пузырьковой детонации” параметров и начальных условий газожидкостной среды (размеров и концентрации пузырьков, начального давления), а также ее физико-химических свойств (в частности, вязкости жидкости) проанализировано в [8, 9]. В [9–13] изучено распространение детонационных волн в многокомпонентных и полидисперсных пузырьковых средах. Влияние относительного движения фаз на структуру и параметры детонационных волн рассмотрено в [5, 14].

Возбуждение детонационных волн в экспериментах, как правило, производится путем воздействия на поверхность пузырьковой жидкости импульсом повышенного давления (подрывом горючей газовой смеси в камере высокого давления ударной трубы) [1–3, 8–10]. В теоретических работах [15–18] проанализирована возможность иници-

ирования детонации в пузырьковой среде при отражении волн от жестких стенок и границ разделов сред с различными физическими свойствами, а также при распространении волн в сужающихся каналах, в которых из-за формы канала происходит возрастание амплитуды волны до значений, вызывающих возникновение детонации, которая развивается не от поверхности, а изнутри пузырьковой системы. В [17] отмечено, что в зависимости от начального объемного газосодержания пузырьковой жидкости детонационная волна в сужающемся канале может распространяться как в одном, так и в обоих направлениях от “очага” воспламенения.

В [19] экспериментально исследован процесс взаимодействия встречных детонационных волн в пузырьковых средах, а также их структура и параметры на постдетонационном этапе.

В данной работе на основе теоретической модели, учитывающей относительное движение фаз в среде [15], изучаются процесс взаимодействия встречных детонационных волн в пузырьковой жидкости и их трансформация в постдетонационные волны. Проводится анализ пиковых давлений, реализующихся в точке столкновения ДВ, и сравниваются основные параметры, характеризующие дальнейшую эволюцию постдетонационных волн, с результатами экспериментального исследования [19].

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим газожидкостную систему, содержащую равномерно распределенные по объему жидкости одинаковые по размеру пузырьки с горючим газом (например, смесь ацетилен с кислородом). Запишем для этой системы уравнения волнового движения, состоящие из законов сохранения масс и концентрации пузырьков, а также уравнение импульсов с учетом относительного движения фаз [20]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{\partial v_l}{\partial x} &= 0 \quad (i = l, g), \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \\ \frac{dn}{dt} + n \frac{\partial v_l}{\partial x} &= 0, \quad \rho_l^0 \frac{dv_l}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \\ 3 \frac{dv_l}{dt} - \frac{dv_g}{dt} + \frac{3}{a} w v_{lg} + \frac{3f}{2\pi a^3 \rho_l^0} &= 0, \\ v_{lg} = v_l - v_g, \quad \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g &= \frac{4}{3} \pi a^3 n. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\rho_i^0$  – истинная плотность;  $v_i$  – скорость;  $\alpha_i$  – объемное содержание  $i$ -й фазы ( $i = l$  – жидкой,  $i = g$  – газообразной);  $p_l$  – давление несущей жидкости;  $a, n$  – радиус и концентрация пузырьков;  $w$  – радиальная скорость пузырьков;  $v_{lg}$  – скорость относительного движения фаз.

Силу вязкого трения зададим через относительную скорость фаз

$$f = \frac{1}{2} C_D \pi a^3 v_{lg} |v_{lg}|, \tag{2}$$

где  $C_D$  – коэффициент сопротивления, для которого согласно [5] примем

$$\begin{aligned} C_D = \frac{48}{Re}, \quad 0 \leq Re < 180, \\ C_D = \frac{Re^{4/3}}{10^{3.6}}, \quad Re > 180, \end{aligned} \quad Re = \frac{2a |v_{lg}|}{v_l}. \tag{3}$$

Здесь  $Re$  – критерий Рейнольдса,  $v_l$  – кинематическая вязкость жидкости.

Скорость радиального движения пузырьков, согласно с приведенным в [21] уточнением, запишем в виде  $w = w_R + w_A$ , где первое слагаемое  $w_R$  описывается уравнением Рэлея–Ламба

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 - \frac{v_{lg}^2}{4} + 4v_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \tag{4}$$

а второе  $w_A$  следует из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса  $a$  в несущей жидкости в акустическом приближении

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \tag{5}$$

где  $C_l$  – скорость звука в “чистой” жидкости.

Для давления в газовой фазе запишем уравнение в виде [20]

$$\frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \quad w = \frac{da}{dt}. \tag{6}$$

Здесь  $\gamma$  – коэффициент Пуассона для газа,  $q$  – межфазный тепловой поток (от газа к жидкости) через единицу площади контактной поверхности.

Жидкость принимаем акустически сжимаемой, газ – калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 B T_g, \tag{7}$$

где  $B$  – газовая постоянная. Дополнительным нижним индексом 0 снабжаются параметры, характеризующие начальное невозмущенное состояние среды.

Согласно [20], интенсивность межфазного теплообмена зададим в виде

$$q = Nu_l \lambda_l \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left( \frac{a}{a_0} \right)^3, \tag{8}$$

$$Nu_l = 0.65 \sqrt{Pe_l}, \quad Pe_l = \frac{2a |v_{lg}|}{k_l}, \quad k_l = \lambda_l / (\rho_l^0 c_l),$$

где  $T_0 = \text{const}$  – температура несущей жидкости;  $Nu_l$  и  $Pe_l$  – критерии Нуссельта и Пекле для фаз;  $\lambda_l, c_l$  и  $k_l$  – теплопроводность, теплоемкость и коэффициент температуропроводности фаз ( $i = l, g$ ).

В работе в качестве газовой фазы принимается ацетиленокислородная стехиометрическая смесь  $C_2H_2 + 2.5O_2$ , а в качестве жидкости – смесь глицерина с водой при объемной концентрации глицерина 0.5. Процесс воспламенения и сгорания газа внутри пузырьков принимается мгновенным. Воспламенение происходит при достижении некоторой критической температуры  $T_*$  и сопровождается повышением температуры газа на величину  $\Delta T$ , которая определяется исходя из теплотворной способности газа [6]. Данная схема воспламенения обоснована тем, что период протекания химических реакций горения газа значительно меньше характерного времени пульсации пузырьков.

МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Численное моделирование динамики ДВ в пузырьковой газожидкостной среде удобнее провести, записав систему уравнений (1)–(8) в лагранжевых переменных. В качестве лагранжевой координаты была выбрана эйлерова координата, соответствующая начальному моменту времени. Система уравнений в лагранжевых переменных имеет вид

$$\frac{\partial v_l}{\partial t} = \frac{1}{J\rho_l^0} \left( -\frac{\partial p_l}{\partial x_0} \right), \quad \frac{\partial x}{\partial t} = v_l,$$

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = \frac{C_l^2 \rho_l^0}{(1 - \alpha_g)} \left( \frac{3\alpha_g w}{a} - \frac{1}{J} \frac{\partial J}{\partial t} \right),$$

$$\frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q,$$

$$\frac{\partial v_{lg}}{\partial t} = -2 \frac{\partial v_l}{\partial t} - \frac{3}{a} w v_{lg} - \frac{3f}{2\pi a^3 \rho_l^0},$$

$$f = \frac{1}{2} C_D \pi a^2 v_{lg} |v_{lg}|,$$

$$C_D = \frac{48}{\text{Re}}, \quad 0 \leq \text{Re} < 180,$$

$$C_D = \frac{\text{Re}^{4/3}}{10^{3.6}}, \quad \text{Re} > 180, \quad \text{Re} = \frac{2a|v_{lg}|}{v_l}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = w = w_R + w_A,$$

$$a \frac{\partial w_R}{\partial t} + \frac{3}{2} w_R^2 - \frac{v_{lg}^2}{4} + 4v_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = \frac{3\alpha_g}{a} w - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}, \quad p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0),$$

$$p_g = \rho_g^0 B T_g, \quad q = \text{Nu}_l \lambda_l \frac{T_g - T_0}{2a},$$

$$\frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left( \frac{a}{a_0} \right)^3, \quad \text{Nu}_l = 0.65 \sqrt{\text{Pe}_l}, \quad \text{Pe}_l = \frac{2a|v_{lg}|}{k_l},$$

$$k_l = \lambda_l / (\rho_l^0 c_l), \quad J = \frac{\partial x}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial v_l}{\partial x_0}.$$

Аппроксимация дифференциальных уравнений производится на равномерной шахматной сетке с узлами в точках  $(x_{i+1/2}, t_{j+1/2})$ :

$$x_{i+1/2} = x_i + 0.5h, \quad i = 0, 1, \dots, N - 1,$$

$$x_0 = 0, \quad x_N = L, \quad t_{j+1/2} = t_j + 0.5\tau, \quad j = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $h$  – шаг по координате,  $\tau$  – шаг по времени, их значения выбираются из условия Куранта [22]. К целым точкам относятся параметры эйлеровой координаты  $x$  и скорости  $v_l$ , а к полуцелым точкам все остальные параметры [22].

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В численном эксперименте инициализация детонационных волн на противоположных границах ( $x_0 = 0$  и  $x_N = 1$  м) расчетной области производилась резким повышением давления в течение 0.1 мс на величину  $\Delta p = 1.7$  МПа, которое обеспечивало инициирование детонационных волн при всех исследуемых начальных состояниях пузырьковой системы. Для параметров газожидкостной среды были приняты следующие значе-

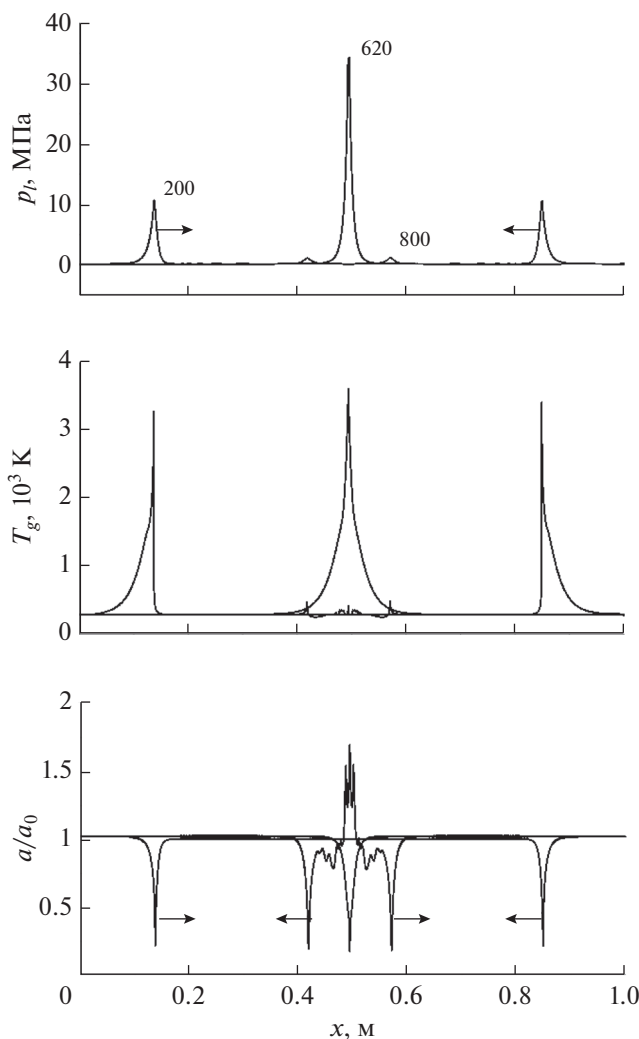


Рис. 1. Распределение давления в жидкости, температуры газа и радиуса пузырьков в пузырьковой среде: начальные параметры среды –  $p_0 = 0.1$  МПа,  $\alpha_{g0} = 0.01$ ; числа возле профилей давления – моменты времени в мкс.

ния: несущей жидкости – водоглицериновой смеси с объемным содержанием глицерина 50%  $\rho_l^0 = 1130$  кг/м<sup>3</sup>,  $v_l = 6 \times 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $c_l = 3.3$  кДж/(кг К),  $\lambda_l = 0.42$  Вт/(м К),  $C_l = 1700$  м/с,  $T_0 = 293$  К; газовой фазы – ацетиленокислородной стехиометрической смеси  $a_0 = 1.25$  мм,  $\rho_g^0 = 1.26$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_g = 2.49 \times 10^{-2}$  Вт/(м К),  $\gamma = 1.35$ ,  $c_g = 1.14$  кДж/(кг К),  $T_* = 1000$  К,  $\Delta T = 3200$  К.

На рис. 1 представлены эпюры давления в жидкости, температуры газовой фазы и радиуса пузырьков в разные моменты времени. Как видно из рисунка, из-за воздействия на пузырьковую систему граничным давлением на противоположных границах  $x = 0$  и  $x = L$  инициируются детонационные волны. Они имеют одинаковую структуру и параметры (амплитуду, продолжительность,

температуру сгорания газовой фазы, степень поджата пузырьков и др.) и распространяются навстречу друг другу с одинаковой скоростью, которая для данных параметров системы примерно равна 1000 м/с [9, 14].

В центре расчетной области происходит столкновение волн, сопровождающееся местным кратковременным повышением давления в жидкости, пиковое значение которого превышает амплитуду детонационных солитонов в несколько раз. При этом степень поджата пузырьков и максимальная температура сгорания газа в них в точке контакта волн остаются практически такими же, как на фронте отдельного уединенного солитона. Такой эффект многократного увеличения амплитуды волн детонации при их столкновении обусловлен аномальной сжимаемостью пузырьковой среды и скоростью ДВ. Отметим, что эпюры, соответствующие моменту 800 мкс, показывают постдетонационные волны (после столкновения ДВ). Так как они распространяются в пузырьковой жидкости с неактивной (негорючей) газовой фазой, их амплитуда быстро уменьшается, и они затухают.

Амплитуда детонационных волн, как известно, определяется только параметрами пузырьковой среды. Энергосодержание газожидкостной системы зависит от объемной концентрации газовой фазы и увеличивается с ее ростом. На рис. 2 показана зависимость амплитуды детонационных волн (линия 1) и максимальных давлений, возникающих при их столкновении (линия 2), от начальной концентрации газовой фазы пузырьковой системы. Видно, что значения пиковых давлений, реализующихся в среде при

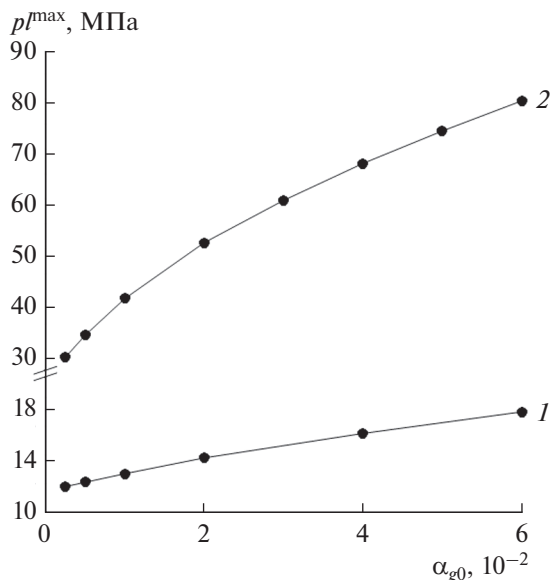


Рис. 2. Зависимость амплитуды детонационных волн и пиковых давлений в точке их столкновения от начального объемного газосодержания пузырьковой жидкости: параметры такие же, как на рис. 1.

встречном взаимодействии детонационных волн, более чем в 2–4 раза превосходят амплитуды самих детонационных солитонов, причем это отношение возрастает с увеличением начального газосодержания среды. Также отметим, что с повышением объемного содержания газа с 0.01 до 0.06 амплитуда ДВ возрастает с 13 до 17 МПа, а пиковое давление в точке столкновения ДВ увеличивается в два раза – с 40 до 80 МПа.

После столкновения детонационные волны “аннигилируют” – трансформируются в постдетонационные волны [15, 16, 19]. Вследствие того, что энергосодержание в среде уже отсутствует, каждая из постдетонационных волн быстро затухает из-за диссипативных процессов в пузырьковой среде. При этом уменьшение их амплитуды до значений, соизмеримых с давлением среды, как показывают экспериментальные исследования [19] и численные расчеты, происходит на расстоянии в несколько сантиметров. На рис. 3

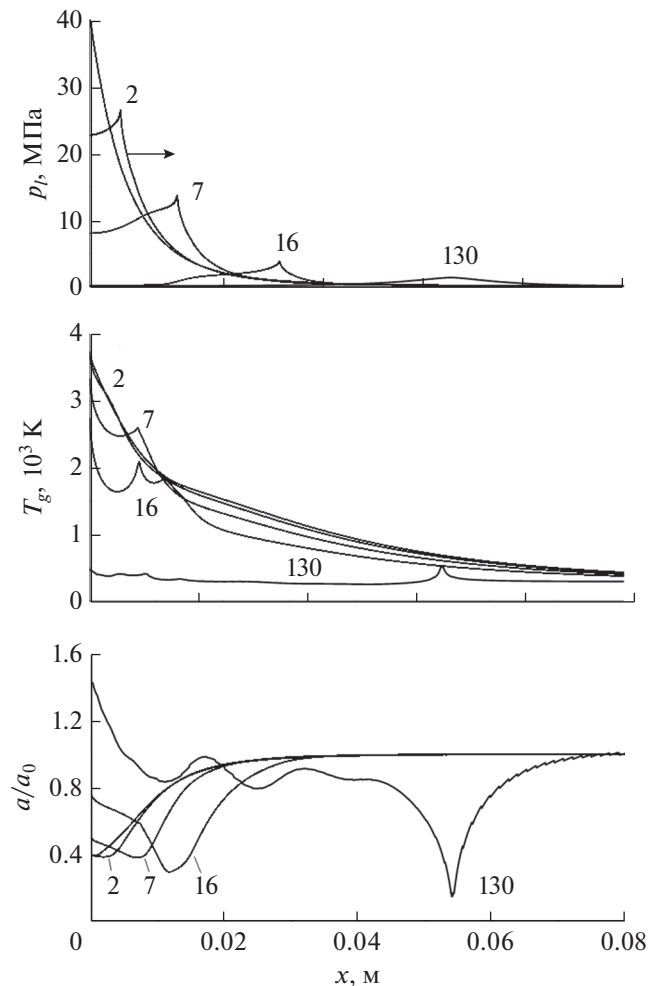


Рис. 3. Распределение давления в жидкости, температуры газа и радиуса пузырьков в пузырьковой жидкости при распространении постдетонационной волны: начальные параметры среды такие же, как на рис. 1; числа возле линий – моменты времени в мкс.

представлены эпюры давления в жидкости, температуры газовой фазы и радиуса пузырьков, иллюстрирующие эволюцию постдетонационной волны, распространяющейся от точки столкновения детонационных солитонов. Под точкой столкновения понимаем малую локальную область среды, в которой реализуются максимальные пиковые значения давления в жидкости (на рисунке координата  $x = 0$ ). Числа возле профилей давления и температуры соответствуют моментам времени в микросекундах, отсчет времени ведется от момента фиксации максимального давления в жидкости в точке  $x = 0$ .

Как видно из рисунка, амплитуда постдетонационной волны (соответствует максимальному давлению на фронте волны) очень быстро убывает со временем и расстоянием. Угасание постдетонационной волны носит экспоненциальный характер. Наибольшее уменьшение амплитуды волны происходит в достаточно малый промежуток времени на начальном участке расстояния. По мере дальнейшего распространения постдетонационной волны скорость уменьшения амплитуды снижается. При этом “температурный фон” несколько отстает от фронта волны. Так, к моменту времени 2.0 мкс постдетонационная волна переместилась относительно точки столкновения ДВ на несколько миллиметров, а ее амплитуда уменьшилась на 30%, тогда как температура газовой фазы практически не изменилась (линии распределения температуры газа в пузырьках на рис. 3 в моменты времени  $t = 0$  и 2.0 мкс почти совпадают друг с другом). По мере дальнейшего распространения постдетонационной волны температура газовой фазы пузырьковой жидкости за фронтом волны уменьшается. При этом наблюдается более медленное остывание газовых пузырьков в точке столкновения детонационных волн, а также проникновение зоны с повышенной температурой газа вслед за постдетонационной волной, которое обусловлено пульсационным движением пузырьков вызванным последовательным воздействием на среду детонационной и постдетонационной волн (эпюры давлений и температур в моменты времени  $t = 7.0$  и 16.0 мкс). Со временем этот “температурный след” догоняет фронт постдетонационной волны, а в зоне столкновения ДВ возникает область разряжения, сопровождаемая снижением температуры газовой фазы и ростом пузырьков (момент времени  $t = 130$  мкс).

На рис. 4 сопоставлены расчетные и экспериментальные данные [19], характеризующие быстроту затухания постдетонационных волн в виде логарифмической зависимости отношения давлений  $\Delta p_2/\Delta p_1$  от расстояния  $x$ , которое проходит постдетонационная волна. Здесь  $\Delta p_2 = p_2 - p_0$  — амплитуда постдетонационной волны при координате  $x$ ,  $\Delta p_1 = p_1 - p_0$  — амплитуда детонационной волны до столкновения. Экспериментальные и расчетные данные, которые отмечены на рисун-

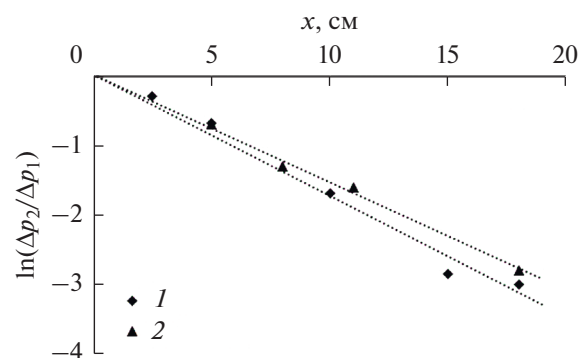


Рис. 4. Расчетная (1) и экспериментальная (2) зависимости  $\ln(\Delta p_2/\Delta p_1)$  от координаты  $x$ : начальные параметры среды —  $p_0 = 0.1$  МПа,  $\alpha_{g0} = 0.0025$ .

ке символами, аппроксимированы зависимостью вида  $\Delta p_2/\Delta p_1 = e^{-kx}$  (пунктирные линии), где  $k$  можно рассматривать как коэффициент затухания постдетонационной волны. Нижняя линия соответствует расчетным параметрам, верхняя — экспериментальным. Как видно из рисунка, расчетная скорость затухания постдетонационной волны, распространяющейся от точки столкновения детонационных солитонов, достаточно хорошо согласуется с данными, полученными в экспериментах.

Очевидно, что быстрота затухания постдетонационных волн зависит от гидродинамических параметров и начальных условий пузырьковой среды (вязкость жидкости, объемное газосодержание, начальное давление и др). В [19], в частности, отмечено, что коэффициент затухания  $k$  возрастает с увеличением концентрации газовой фазы и вязкости несущей жидкости. Из рис. 5, на

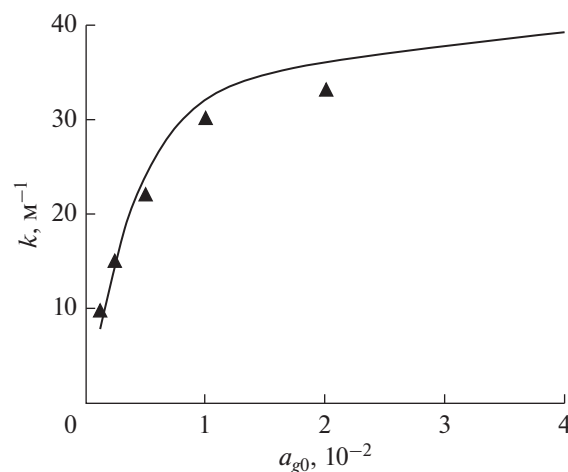


Рис. 5. Зависимость коэффициента затухания  $k$  от начального газосодержания пузырьковой среды: символы — эксперимент, линия — расчет; начальное давление среды —  $p_0 = 0.1$  МПа.

котором представлены расчетная и экспериментальная зависимости  $k$  от объемного газосодержания пузырьковой системы, видно, что коэффициент затухания постдетонационных волн нелинейным образом возрастает с увеличением начального содержания газа в пузырьковой среде. Отметим, что результаты эксперимента и численного расчета достаточно хорошо согласуются при небольших начальных концентрациях газовой фазы ( $\alpha_{g0} \leq 0.01$ ). С увеличением  $\alpha_{g0}$  расхождение между экспериментальными и расчетными значениями коэффициента затухания несколько возрастает.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе численного эксперимента изучена динамика и взаимодействие встречных ДВ в химически активной пузырьковой жидкости. Показано, что в точке столкновения детонационных волн в жидкости реализуются кратковременные пиковые давления, в несколько раз превышающие амплитуду самих ДВ, что может стать причиной разрушения элементов технологических конструкций, расположенных в непосредственной близости от зоны контакта волн. При этом величина пиковых давлений определяется начальными параметрами пузырьковой среды и нелинейно возрастает с увеличением объемного содержания газовой фазы.

Исследована трансформация детонационных волн после столкновения в постдетонационные волны, рассмотрена их последующая эволюция. Показано, что постдетонационные волны затухают на расстоянии в несколько сантиметров и не являются потенциально опасными. Получены количественные параметры затухания постдетонационных волн, характеризующие быстроту их затухания в зависимости от пройденного расстояния и от начального газосодержания пузырьковой жидкости. Расчетные значения параметров хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках госзадания в сфере научной деятельности № FEUR-2020-0004 (“Решение актуальных задач и исследование процессов в нефтехимических производствах, сопровождающихся течениями многофазных сред”).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сычев А.И. Волна детонации в системе жидкость–пузырьки газа // ФГВ. 1985. Т. 21. № 3. С. 103.
2. Сычев А.И., Пинаев А.В. Самоподдерживающаяся детонация в жидкостях с пузырьками взрывчатого газа // ПМТФ. 1986. № 1. С. 133.
3. Пинаев А.В., Сычев А.И. Структура и свойства детонации в системах жидкость–пузырьки газа // ФГВ. 1986. Т. 22. № 3. С. 109.
4. Ждан С.А. О стационарной детонации в пузырьковой среде // ФГВ. 2002. Т. 38. № 3. С. 85.
5. Шагапов В.Ш., Абдрашитов Д.В. Структура волн детонации в пузырьковой жидкости. // ФГВ. 1992. Т. 28. № 6. С. 89.
6. Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Волны в пузырьковой системе при наличии химических реакций в газовой фазе // ФГВ. 1989. Т. 25. № 6. С. 14.
7. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 435 с.
8. Пинаев А.В., Сычев А.И. Влияние физико-химических свойств газа и жидкости на параметры и условия возникновения детонационных волн в системах “жидкость–газовые пузырьки” // ФГВ. 1987. Т. 23. № 6. С. 76.
9. Сычев А.И. Управляемая пузырьковая детонация // ТВТ. 2019. Т. 57. № 2. С. 291.
10. Сычев А.И. Ударные волны в многокомпонентных средах “жидкость–пузырьки газа–капли жидкости” // ТВТ. 2011. Т. 49. № 3. С. 409.
11. Ляпидевский В.Ю. Структура детонационных волн в многокомпонентных пузырьковых средах // ФГВ. 1997. Т. 33. № 3. С. 104.
12. Гималтдинов И.К., Кучер А.М. Детонационные волны в многокомпонентной пузырьковой жидкости // ТВТ. 2014. Т. 52. № 3. С. 423.
13. Tukhvatullina R.R., Frolov S.M. Numerical Simulation of Shock and Detonation Waves in Bubbly Liquids // Shock Waves. 2019. V. 30. Is. 3. P. 263.
14. Гималтдинов И.К., Лепихин С.А. Особенности влияния скольжения фаз и начального давления на динамику детонационных волн в пузырьковой жидкости // ТВТ. 2019. Т. 57. № 3. С. 459.
15. Гималтдинов И.К., Арсланбекова Р.Р., Левина Т.М. Особенности динамики постдетонационных волн // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23. № 3. С. 371.
16. Гималтдинов И.К., Левина Т.М. Особенности динамики детонационных волн в пузырьковой жидкости при прохождении границы раздела “водоглицериновый раствор–масло” // Изв. ТПУ. Инжиниринг ресурсов. 2017. Т. 328. № 8. С. 55.
17. Галимзянов М.Н., Гималтдинов И.К., Лепихин С.А. Иницирование детонационных волн в каналах переменного сечения, заполненных жидкостью с пузырьками горючего газа // ТВТ. 2010. Т. 48. № 2. С. 234.
18. Топольников А.С., Гималтдинов И.К. Динамика детонационных волн в каналах переменного сечения, заполненных пузырьковой жидкостью // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21. № 4. С. 509.
19. Сычев А.И. Столкновение детонационных волн в пузырьковых средах // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 2. С. 179.
20. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
21. Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // ДАН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1077.
22. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1973. 496 с.