L. I. Komarov, E. V. Krylov, Nguyen Fyog Lun, I. D. Feranchuk, Bogolyubov transformation in the theory of strong coupling of a heavy particle to a scalar field, *TMF*, 1977, Volume 32, Number 2, 262–270

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 32, № 2
август, 1977

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БОГОЛЮБОВА В ТЕОРИИ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ ТЯЖЕЛОЙ ЧАСТИЦЫ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

Л. И. Комаров, Е. В. Крылов, Нгуен Фыог Лан, И. Д. Феранчук

При помощи преобразования Боголюбова рассмотрена задача о сильном взаимодействии нерелятивистской частицы со скалярным квантовым полем при произвольном соотношении между массой частицы и эффективной массой поля. В первом приближении найдены уравнения, определяющие стационарные состояния системы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Как было впервые показано Н. Н. Боголюбовым в работе [1], при последовательном использовании приближения сильной или адиабатической связи в задаче о взаимодействии частицы с квантовым полем необходимо обеспечить выполнение точных законов сохранения, обусловленных симметрией гамильтониана системы. В этой же работе был развит метод, который позволяет получать в адиабатической теории возмущений решение уравнения Шредингера таким образом, чтобы оно являлось одновременно и собственной функцией оператора полного импульса системы. Указанное приближение приводит к самосогласованной задаче, в которой поле сводится к классическому, играющему роль эффективного потенциала для частицы, а величина его, в свою очередь, зависит от движения частицы. В результате оказывается, что вся система, состоящая из частицы и связанного с ней самосогласованного классического поля, обладает определенным значением импульса и движется в пространстве как свободная (физическая) частица с некоторой эффективной массой, отличной от массы голой частицы. При этом в [1] получено, что эффективная масса такой частицы определяется только инерцией поля. Аналогичный результат был получен и в работах [2, 3], в которых метод Боголюбова применяется в теории сильной связи.

С другой стороны, известно, что в теории сильной связи нуклона с псевдоскалярным полем достаточно хорошие результаты дает приближение статического источника. В этом приближении предполагается, что масса голой частицы велика по сравнению с характерной энергией поля и эффективная масса «физической» частицы должна определяться в основном массой голого нуклона.

Очевидно, что указанные результаты описывают предельные случаи в теории сильной связи, когда массой одной из двух взаимодействующих систем можно пренебречь по сравнению с другой. В настоящей работе при помощи преобразования Боголюбова [1] найдена масса «физической» частицы ($M_ф$) в промежуточном случае, когда масса голой частицы (M)

и эффективная масса связанного с ней поля ($M_п$) являются величинами одного порядка. При этом оказывается, что конечность величины M по сравнению с $M_п$ изменяет как величину $M_ф$, так и амплитуду классического поля по сравнению с найденными в работах [2, 3]. Исследовано также влияние этого обстоятельства на эффективный потенциал взаимодействия двух «физических» частиц и рассмотрены пределы применимости статической модели в теории сильной связи.

2. ИСХОДНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН ЗАДАЧИ И КАНОНИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БОГОЛЮБОВА

Гамильтониан системы, состоящей из нерелятивистской частицы, взаимодействующей с квантовым скалярным полем, определяется следующим выражением ($\hbar=c=1$):

$$\hat{H}=-\frac{1}{2M}\Delta+\frac{g}{\sqrt{2}}\sum_k(B_k e^{ikr}b_k+B_k^* e^{-ikr}b_k^+)+ +\frac{1}{2}\sum_k\omega_k(b_k^+b_k+b_kb_k^+), \tag{1}$$

где g — безразмерная константа связи, числа B_k удовлетворяют условию действительности, т. е. $B_{-k}=B_k^*$, b_k и b_k^+ — соответственно операторы уничтожения и рождения кванта поля с энергией ω_k. Мы будем считать, что $g\gg 1$ и определим операторы координаты q_k и импульса p_k поля согласно соотношениям

$$q_k=\frac{b_k+b_{-k}^+}{\sqrt{2}\,g},\quad p_k=ig\frac{b_k^+-b_{-k}}{\sqrt{2}},\quad [q_kp_{k'}]=i\delta_{kk'}. \tag{2}$$

Гамильтониан (1) преобразуется тогда к виду

$$\hat{H}=-\frac{1}{2M}\Delta+g^2\left[\sum_k B_kq_ke^{ikr}+\frac{1}{2}\sum_k\omega_kq_kq_{-k}\right]+\frac{1}{2g^2}\sum_k\omega_kp_kp_{-k}. \tag{3}$$

Оператор полного импульса системы, который является точным интегралом движения, определяется следующим образом:

$$\vec{\mathcal{P}}=-i\nabla-i\sum_k \mathbf{k}q_kp_k. \tag{4}$$

Согласно результатам, полученным в работах [2, 3], эффективная масса классического поля $M_п$, образованного частицей, пропорциональна g^2. Поэтому, для того чтобы проследить зависимость решения нашей задачи от массы голой частицы, будем считать, что

$$M=g^2M_0. \tag{5}$$

В этом случае полный импульс системы также имеет порядок g^2. С учетом (5) кинетическая энергия частицы и поля в (3) малы по сравнению с энергией взаимодействия. Если этими членами в гамильтониане системы пренебречь, то мы приходим к приближению статического источника в теории сильной связи. Следует, однако, отметить, что оператор кинетической энергии частицы является сингулярным возмущением [5], так как малый параметр содержится перед старшей производной в дифференциальном. уравнении

$$(6)\qquad \hat{H}\Psi=E\Psi.$$

Отсюда вытекает, что приближение статического источника может быть справедливо только на расстояниях

$$(7)\qquad r\gg r_0/g^2,$$

где r_0 — величина порядка единицы. Таким образом, для получения решения уравнения Шредингера (6), справедливого на любых расстояниях, нам необходимо учесть кинетическую энергию частицы уже в первом порядке при разложении по обратным степеням постоянной связи. С этой целью изменим каноническое преобразование переменных, предложенное Н. Н. Боголюбовым в работе [1], следующим образом:

$$(8)\qquad \mathbf{r}=\mathbf{g}+\boldsymbol{\lambda}/g^2,\quad q_k=e^{-i\mathbf{kq}}\left(u_k+\frac{1}{g}Q_k\right).$$

Согласно [1] координата $\mathbf{q}$ описывает движение всей системы как целого, $\boldsymbol{\lambda}$ — относительное движение частицы и самосогласованного классического поля, которое определяется числами u_k. Q_k — новые операторы координаты поля, причем на них налагаются три дополнительных условия, для того чтобы полное число переменных в системе осталось неизменным:

$$(9)\qquad \sum_k \mathbf{k}v_k^*Q_k=0,$$

где v_k — не определенные пока числа.

Преобразование (8) позволяет обеспечить выполнение закона сохранения полного импульса системы при разложении решения уравнения (6) по g^{-1} и учесть кинетическую энергию частицы уже в нулевом порядке.

Переход к новым переменным $\mathbf{q}$, λ и Q_k в гамильтониане (3) осуществляется так же, как это сделано в работе [1]. В результате для операторов, входящих в (3), получаем следующие выражения:

$$(10)\qquad \frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}=\frac{\partial\boldsymbol{\lambda}}{\partial\mathbf{r}}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\lambda}}=g^2\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\lambda}},$$

$$(11)\qquad p_k=-i\frac{\partial}{\partial q_k}=e^{i\mathbf{kq}}\left\{g\mathscr{P}_k'+\left[k_\alpha v_k^*-\frac{1}{g}v_k^*\sum_f f_\alpha(\mathbf{fk})v_f^*Q_f\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\left(\frac{\partial}{\partial q_\alpha}-g^2\frac{\partial}{\partial\lambda_\alpha}\right)-\sum_f f_\alpha Q_f\mathscr{P}_f'\right]\right\}+O(1),$$

где $\mathscr{P}_k'=-i\dfrac{\partial}{\partial Q_k}-iv_k^*\sum_f(\mathbf{kf})u_f\dfrac{\partial}{\partial Q_f}$, причем числа v_k удовлетворяют условию ортогональности:

$$(12)\qquad \sum_k k_\alpha k_\beta v_k^*u_k=\delta_{\alpha\beta}.$$

Как следует из (11) и (13), координата $\mathbf{q}$, описывающая движение системы как целого, является циклической, поэтому канонически-сопряженный ей оператор импульса $-i\partial/\partial q$, который, как показано в [1], совпадает с оператором полного импульса системы (5), коммутирует с гамильтонианом (3). Следовательно, решение уравнения Шредингера (6) можно искать в виде

$$\Psi = e^{i\vec{\mathscr{P}}\mathbf{q}}\Phi(\lambda, Q_k), \tag{13}$$

где функция Φ уже не зависит от $\mathbf{q}$.

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Подстановка операторов (11) и (12) в (3) приводит уравнение Шредингера (6) к следующему виду:

$$(g^2\hat{H}_0 + g\hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \ldots)F = EF, \tag{14}$$

причем

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 = &-\frac{1}{2M_0}\Delta_\lambda + \sum_k B_k u_k e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2} + \frac{1}{2}\sum_k \omega_k |u_k|^2 + \\ &+\frac{1}{2}\sum_k \omega_k k_\alpha k_\beta |v_k|^2 (I_\alpha - a_\alpha + i\partial/\partial\lambda_\alpha)(I_\beta - a_\beta + i\partial/\partial\lambda_\beta) - \\ &-\frac{1}{2M_0}[2i\mathbf{a}\partial/\partial\lambda - a^2],\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_1 = &\sum_k Q_k B_k e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2} + \sum_k \omega_k Q_k u_{-k} + \sum_k \omega_k k_\alpha v_k^* (iI_\alpha - ia_\alpha - \partial/\partial\lambda_\alpha) \times \\ &\times \Big[\mathscr{P}_{-k}' + v_k \sum_f f_\beta(\mathbf{fk}) v_f Q_f (iI_\beta - ia_\beta - \partial/\partial\lambda_\beta)\Big].\end{aligned} \tag{16}$$

Дальнейшие члены в разложении $\hat{H}$ нам не понадобятся, поэтому мы не будем выписывать их в явном виде.

При получении (15) и (16) мы учли, что полный импульс системы пропорционален g^2, т. е. $\mathbf{P} = g^2\mathbf{I}$, и, кроме того, совершим следующее преобразование волновой функции системы:

$$\Phi = e^{i\mathbf{a}\lambda}F(\lambda, Q_k), \tag{17}$$

где вектор $\mathbf{a}$ будет определен позже.

Волновую функцию $F(\lambda, Q_k)$ и энергию E ищем в виде рядов теории возмущений

$$F = F_0 + \frac{1}{g}F_1 + \ldots; \quad E = E_0 + \frac{1}{g}E_1 + \ldots. \tag{18}$$

Вследствие того, что оператор $\hat{H}_0$ не действует на полевые переменные Q_k, волновая функция нулевого приближения определяется выражением $F_0 = \varphi_0(\lambda)\theta(\ldots Q_k)$. $\varphi_0(\lambda)$ является решением уравнения Шредингера

$$\begin{aligned}g^2\Big[&-\frac{1}{2M_0}\Delta_\lambda + \sum_k B_k u_k e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2} + i\frac{\partial}{\partial\lambda_\alpha}\sum_k \omega_k k_\alpha k_\beta |v_k|^2 (I_\beta - a_\beta) - \\ &-\frac{1}{2}\sum_k \omega_k k_\alpha k_\beta |v_k|^2 \frac{\partial^2}{\partial\lambda_\alpha\partial\lambda_\beta} - i\frac{\mathbf{a}}{M_0}\frac{\partial}{\partial\lambda}\Big]\varphi_0 = W_0\varphi_0(\lambda),\end{aligned} \tag{19}$$

соответствующим наинизшему энергетическому уровню, а энергия системы в нулевом приближении равна

(20)
$$E_0=\left[W_0+\left[\frac{1}{2}\sum_k \omega_k|u_k|^2+\frac{1}{2}\sum_k \omega_k|v_k|^2k_\alpha k_\beta(I_\alpha-a_\alpha)(I_\beta-a_\beta)\right]+\frac{a^2}{2M}\right]g^2.$$

Как показано в работе [1], регулярное решение уравнения первого приближения может существовать только в том случае, если оператор

(21)
$$\int \varphi_0^*(\lambda)H_1\varphi_0(\lambda)\,d^3\lambda,$$

являющийся линейной формой по отношению к Q_k и $\mathscr{P}_k'$, обращается в нуль. Учитывая, что операторы Q_k удовлетворяют условиям (9), а операторы $\mathscr{P}_k'$ — соотношениям

$$\sum \mathbf{k}u_k\mathscr{P}_k'=0,$$

вытекающим непосредственно из их определения, из условия обращения в нуль оператора (21) получаем следующие уравнения:

(22)
$$B_k\langle e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2}\rangle+\omega_k u_{-k}-\sum_f \omega_f|v_f|^2f_\alpha k_\beta(\mathbf{fk})v_k^*\times$$
$$\times\left\langle\left(I_\alpha-a_\alpha+i\frac{\partial}{\partial\lambda_\alpha}\right)\left(I_\beta-a_\beta+i\frac{\partial}{\partial\lambda_\beta}\right)\right\rangle=0,$$

(23)
$$v_k=\frac{1}{A}\frac{u_k}{\omega_k},$$

(24)
$$A=\frac{1}{3}\sum_k\frac{k^2}{\omega_k}|u_k|^2,$$

где для произвольного оператора $\langle\hat{R}\rangle$ означает

$$\int \varphi_0^*(\lambda)\hat{R}\varphi_0(\lambda)\,d^3\lambda.$$

При получении (23) и (24) мы учли соотношение ортогональности (12).

Для того чтобы уравнение (19) имело вид обычного уравнения Шредингера для частицы во внешнем потенциальном поле, выберем вектор $\mathbf{a}$ таким образом, чтобы члены, пропорциональные оператору импульса частицы $-i\partial/\partial\lambda$, обращались в нуль:

(25)
$$a_\alpha=M_0\sum \omega_k k_\alpha k_\beta|v_k|^2(I_\beta-a_\beta).$$

С учетом (23) параметр $\mathbf{a}$ может быть выражен через $\mathbf{I}$:

(26)
$$\mathbf{a}=\frac{M_0}{M_0+A}\mathbf{I}.$$

Уравнение Шредингера (19) и уравнение (22), определяющее величины u_k, приобретают следующий вид:

(27)
$$g^2\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M_0}+\frac{1}{A}\right)\Delta_\lambda+V\left(\frac{\lambda}{g^2}\right)\right]\varphi_0(\lambda)=W_0\varphi_0(\lambda),$$

(28)
$$u_{-k}=\frac{\omega_k B_k\langle e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2}\rangle}{\omega_k^2-\dfrac{(\mathbf{kI})^2}{(M_0+A)^2}+\dfrac{k_\alpha k_\beta}{A^2}\left\langle\dfrac{\partial^2}{\partial\lambda_\alpha\partial\lambda_\beta}\right\rangle}$$

причем

$$V\left(\frac{\lambda}{g^2}\right)=\sum_k B_k u_k e^{i\mathbf{k}\lambda/g^2},$$

$$E_0=g^2\left[W_0+\frac{1}{2}\sum_k \omega_k|u_k|^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\sum_k\frac{(\mathbf{kI})^2}{\omega_k}\frac{|u_k|^2}{(M_0+A)^2}+\frac{1}{2}\frac{M_0I^2}{(M_0+A)}\right]. \tag{29}$$

Для того чтобы найти массу нерелятивистской «физической» частицы, мы должны построить разложение E_0 по степеням импульса $\vec{\mathscr{P}}=g^2\mathbf{I}$. После вычислений, аналогичных приведенным в работе [1], получаем окончательно следующие результаты:

$$E_0=\left(W_{00}+\frac{g^2}{2}\sum_k\omega_k|u_k^{(0)}|^2\right)+\frac{1}{2}\frac{\mathscr{P}^2}{(M+g^2A_0)}, \tag{30}$$

причем W_{00} — собственное значение уравнения Шредингера при $\mathscr{P}=0$:

$$\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{g^2A_0}\right)\Delta_\rho+g^2V^{(0)}(\rho)\right]\varphi_0(\rho)=W_{00}\varphi_0(\rho), \tag{31}$$

$$V^{(0)}(\rho)=\sum_k B_k u_k^{(0)}e^{i\mathbf{k}\rho},$$

$$u_{-k}^{(0)}=\frac{\omega_k B_k\langle e^{i\mathbf{k}\rho}\rangle}{\omega_k^2+\frac{1}{3}\frac{k^2}{g^4A_0^2}\langle\Delta_\rho\rangle}, \tag{32}$$

$$A_0=\frac{1}{3}\sum_k\frac{k^2}{\omega_k}|u_k^{(0)}|^2, \tag{33}$$

и мы ввели новую переменную $\rho=\lambda/g^2$.

Отметим, что уравнения (31) и (32) могут быть получены при независимом варьировании по функциям $\varphi(\rho)$ и u_k следующего функционала:

$$\int d^3\rho\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{g^2A_0}\right)\frac{\partial\varphi^*}{\partial\rho_\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial\rho_\alpha}+g^2\varphi(\rho)\sum B_k u_k e^{i\mathbf{k}\rho}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\sum_k\omega_k|u_k|^2-W_{00}|\varphi(\rho)|^2\right],$$

при дополнительном условии

$$\int d^3\rho\,\varphi^*(\rho)\varphi(\rho)=1.$$

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Если определить эффективную массу поля согласно выражению

$$M_п=\frac{g^2}{3}\sum_k\frac{k^2}{\omega_k}|u_k^{(0)}|^2, \tag{34}$$

что согласуется с результатами, полученными в [1] для адиабатической связи, то уравнения (30)—(32) имеют простую физическую интерпретацию. Прежде всего очевидно, что выражение (30) для энергии нашей системы может рассматриваться как энергия свободной частицы с внутренней энергией

$$W_{00}+\frac{g^2}{2}\sum\omega_k|u_k^{(0)}|^2$$

и массой

(35) $$M_ф=M+M_п.$$

В отличие от результата, полученного в работе [1], в нашем случае уравнение Шредингера (31), определяющее движение частицы относительно классического поля, в которое переходит квантовое поле в приближении сильной связи, содержит не массу голой частицы, а приведенную массу

(36) $$M_{пр}=\frac{MM_п}{M+M_п}.$$

Результаты, выражаемые формулами (35) и (36), являются, по-видимому, естественным обобщением предельных случаев, обсуждавшихся во введении, на случай, когда массы взаимодействующих подсистем, частицы и поля, сравнимы по величине. Из структуры уравнений (31)—(32) видно также, что рассматриваемая задача должна решаться самосогласованным образом, так как движение частицы влияет на величину поля в такой же степени, как и поле влияет на движение частицы. В связи с этим отметим, что метод, использованный в работах [2, 3], когда рассматривалось движение частицы в поле, не зависящем от характера движения, требует, по-видимому, дополнительного обоснования.

Несколько менее очевидным является изменение величины классического поля по сравнению с найденным в [1], которое выражается появлением члена

(37) $$-\frac{1}{3}\frac{k^2}{g^4A_0}\langle\Delta_\rho\rangle=-\frac{1}{3}\frac{k^2}{M_п^2}\langle\Delta_\rho\rangle$$

в формуле (33).

Происхождение этого члена можно понять, если представить себе возникновение эффективного классического поля, действующего на частицу, как процесс испускания и поглощения виртуальных квантов затравочного скалярного поля. Тогда поправка (37) имеет ту же природу, что и член $(\mathbf{kI})^2/M_ф^2$ в формуле (28), и обусловлена эффектом Допплера в процессах испускания и поглощения при движении поля как целого с некоторой скоростью $\mathbf{v}_1$. Так как вследствие эффекта Допплера частота кванта с импульсом $\mathbf{k}$ при испускании и поглощении равна соответственно $\omega_k\pm(\mathbf{kv}_1)$ и эти процессы при нашем рассмотрении равноправны, то при усреднении уравнений поля по волновой функции частицы величина ω_k^2 заменяется величиной

(38) $$\Omega_k=\langle(\omega_k+\mathbf{kv}_1)(\omega_k-\mathbf{kv}_1)\rangle.$$

Если полный импульс $\vec{\mathscr{P}}$ системы равен нулю, то имеет место следующее соотношение:

(39) $$-i\partial/\partial\rho=M_{п}\mathbf{v}_1.$$

Учитывая также, что в этом случае $\langle v_1\rangle=0$, получаем

(40) $$\Omega_k=\omega_k^2-\frac{1}{3}\frac{k^2}{M_{п}^2}\langle\Delta_\rho\rangle.$$

В связи с последним обстоятельством обсудим еще один вопрос, который здесь возникает. Действительно, если переписать уравнение (32) для классического скалярного поля в координатном пространстве, то оно будет иметь следующий вид:

(41) $$[(1-a)\Delta_\rho-m^2]V(\rho)=|\varphi_0(\rho)|^2,$$

причем мы учли, что $\omega_k=\sqrt{k^2+m^2}$, где m — масса кванта скалярного поля,

$$a=-\frac{1}{3}\frac{k^2}{M_{п}^2}\langle\Delta_\rho\rangle\geqslant 0.$$

Из уравнения (41) следует, что асимптотика поля на больших расстояниях от источника имеет вид

$$\lim_{\rho\to\infty} V(\rho)\sim e^{-m\rho/\sqrt{1-a}}/\rho.$$

Если исходить из модели статического источника, то такая асимптотика поля может означать, что две «физические» частицы будут эффективно взаимодействовать на расстояниях, определяемых не комптоновской длиной волны кванта поля m^{-1}, а величиной $\sqrt{1-a}/m$.

Однако, если учесть, что взаимодействие частиц обусловлено в конечном счете обменом квантами поля, то можно ожидать из качественных соображений, что при рассмотрении взаимодействия двух «физических» частиц влияние эффекта Допплера сводится к возникновению вместо Ω_k, определяемой согласно (38), величины вида

$$\Omega_k'={}^1/_2[\langle(\omega_k+\mathbf{kv}_1)(\omega_k-\mathbf{kv}_2)\rangle+\langle(\omega_k-\mathbf{kv}_1)(\omega_k+\mathbf{kv}_2)\rangle].$$

Так как движение каждой частицы в своем поле, вообще говоря, происходит независимо, то $\Omega_k'=\omega_k^2$ и эффективный радиус потенциала взаимодействия должен определяться только величиной m^{-1}.

Для исследования этого вопроса мы рассмотрели систему двух частиц, взаимодействующих со скалярным полем. Соответствующий гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}=-\frac{1}{2M}(p_1^2+p_2^2)+g^2\left[\sum_k B_kq_k(e^{i\mathbf{kr}_1}+e^{i\mathbf{kr}_2})+\frac{1}{2}\sum_k\omega_kq_kq_{-k}\right]+$$
$$+\frac{1}{2g^2}\sum_k\omega_kp_kp_{-k},\quad p_{1,2}=-i\nabla_{1,2}.$$

Каноническое преобразование Боголюбова для этого случая определяется следующим образом [6]:

$$\mathbf{r}_{1,2}=\mathbf{q}_{1,2}+\boldsymbol{\lambda}_{1,2}/g^2,\quad q_k=\left(u_k+\frac{1}{g}Q_k\right)(e^{-i\mathbf{kq}_1}+e^{-i\mathbf{kq}_2}).$$

Шесть дополнительных условий, которым должны удовлетворять операторы Q_k, мы выбираем в виде

$$\sum_k \mathbf{k} Q_k v_k^* (1+e^{i\mathbf{k}(\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2)})=0, \qquad \sum_k \mathbf{k} Q_k v_k^* (1+e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2)})=0.$$

Для случая, когда масса поля велика по сравнению с массой частицы, подобная задача была рассмотрена в работе [6]. Было показано, что координаты $\lambda_{1,2}$ описывают движение частицы в собственных самосогласованных полях, $\mathbf{q}=\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2$ определяет расстояние между «физическими» частицами, а $\mathbf{R}=(\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2)/2$ – движение всей системы как целого. Если относительное расстояние $|\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2|$ много больше характерных размеров потенциальной ямы для голой частицы, то оказывается, что движение голых частиц в собственных потенциальных ямах отделяется от относительного движения «физических» частиц, что позволяет ввести эффективный двухчастичный потенциал взаимодействия $V_{эфф}(\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2)$.

Подробное рассмотрение указанной задачи в нашем случае будет проведено в другой работе. Отметим здесь только то, что в соответствии с качественными соображениями асимптотика эффективного потенциала действительно определяется только массой кванта поля и имеет вид

$$\lim_{q\to\infty} V_{эфф}(\mathbf{q}) \sim e^{-mq}/q.$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенное в настоящей работе исследование показывает, что каноническое преобразование Боголюбова может быть весьма полезно в теории сильной связи нерелятивистской частицы с квантовым полем при произвольном соотношении между массой частицы и эффективной массой связанного с ней классического поля.

Белорусский государственный университет

Поступила в редакцию
2 августа 1976 г.

Литература

[1] Н. Н. Боголюбов. Укр. матем. ж., 2, 3, 1950.
[2] Е. П. Солодовникова, А. Н. Тавхелидзе, О. А. Хрусталев. ТМФ, 10, 162, 1972.
[3] Е. П. Солодовникова, А. Н. Тавхелидзе, О. А. Хрусталев. ТМФ, 12, 164, 1972.
[4] Э. Хенли, В. Тирринг. Элементарная квантовая теория поля, ИЛ, 1963.
[5] М. Ван-Дайк. Методы возмущений в механике жидкости, «Мир», 1967.
[6] Е. П. Солодовникова, А. Н. Тавхелидзе. ТМФ, 21, 13, 1974.

N. N. BOGOLIUBOV'S TRANSFORMATION IN THE THEORY OF STRONG COUPLING OF HEAVY PARTICLE WITH SCALAR FIELD

L. I. Komarov, E. V. Krylov, Nguyen Fyok Lun, I. D. Feranchuk

Problem of strong interaction of the nonrelativistic particle with scalar quantum field is considered with the aid of N. N. Bogoliubov's transformation. Relation between the particle mass and the effective mass of the field can be arbitrary. The equations which determine the stationary state of the system are found in the first approximation.
