ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР
Том 17 1979 № 5

УДК 533.932

# К РАСЧЕТУ КУЛОНОВСКОГО СЕЧЕНИЯ СЛАБОНЕИДЕАЛЬНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ПЛАЗМЫ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ

*Гуревич И. М.*

Излагаются результаты расчета кулоновского сечения электрон – ион в плотной импульсной плазме инертных газов для условий неидеальности, соответствующих газоразрядным приборам высокого давления, в частности импульсным трубчатым лампам накачки. Расчет приводит к новому выражению для сечения, отличающемуся от известных формул, полученных из теории Спитцера и Кихары.

Известно, что использование теории Спитцера [1] для расчета электропроводности плотной частично ионизованной низкотемпературной плазмы, образующейся, в частности, в ударных трубах и лампах накачки, дает систематическое превышение теоретических данных при сравнении с экспериментом [2–11]. В некоторых работах, где исследуются физические процессы в импульсных лампах, приводятся расчеты, имеющие целью преодолеть указанное расхождение для коэффициентов переноса [3–6, 9, 11].

Как известно, кулоновское сечение взаимодействия в значительной степени определяет электропроводность разрядного канала в газе. В данной работе в развитие ранее выполненных расчетов [12] предлагаются новые выражения для температурных зависимостей кулоновского сечения $\overline{Q}_+$ частично ионизованной термической плазмы в диапазоне значений числа частиц в сфере Дебая $0{,}7\leqslant n_D\leqslant 2$, что соответствует изменению коэффициента неидеальности $\gamma$ в пределах $0{,}1\leqslant\gamma\leqslant 0{,}2$, т. е. для слабонеидеальной недебаевской плазмы разрядного канала импульсных трубчатых ламп, работающих в обычных электрических режимах.

Эти выражения получаются благодаря выбору новых, более обоснованных пределов интегрирования; одновременно исправлена замеченная нами неточность в прежних вычислениях.

Новый вид функции $\overline{Q}_+(T)$ является, как и в прежних расчетах, следствием использования промежуточного результата работы [13], который выглядит следующим образом:

$$\overline{Q}_+=2\pi e^4h^2\{L(a)-L(b)\}, \tag{1}$$

$$L(x)=-\cos x\,\mathrm{Ci}(x)+\left\{\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}(x)\right\}\sin x, \tag{2}$$

$$a=\frac{he^2}{p_m};\quad b=\frac{he^2}{p_0};\quad h=\frac{1}{2kT}, \tag{3}$$

где $p_0$ и $p_m$ – нижний и верхний пределы параметра столкновений.

Выражение (1) получено автором [13] с позиций классической механики, причем единственное введенное при расчете ограничение

$$Ee\bar{\lambda}<3kT, \tag{4}$$

где $E$ — градиент внешнего электрического поля; $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега электрона, реализуется во всех известных видах разряда высокого давления.

Функция $L(x)$, по которой рассчитывается $\bar{Q}_+$ — усредненное сечение столкновения электрон — ион с передачей импульса, отличается от привычного аналитического вида этой величины (см., например, [14]), но при достаточно малых значениях $x$ редуцируется к виду, более удобному для практического использования, что достигается следующими приближениями [15]:

$$\mathrm{Si}(x)\approx x;\ \mathrm{Ci}(x)\approx -\ln\frac{1}{\gamma x};\qquad (5)$$

$$(\ln\gamma=0{,}577).$$

Тогда уравнение (2) принимает вид

$$L_1(x)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{x^2}-0{,}577+\frac{\pi x}{2}-x^2. \qquad (6)$$

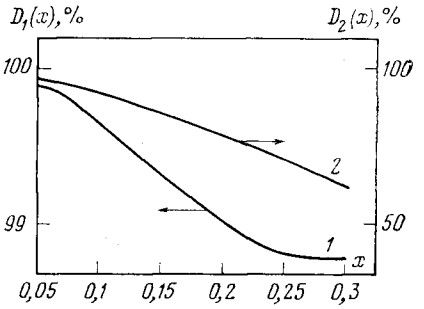


Рис. 1. Отклонение редуцированных величин: $1-D_1(x)$; $2-D_2(x)$

При $x\to 0$ нелогарифмическими членами можно пренебречь и (6) приводится к чисто логарифмической функции

$$L_2(x)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{x^2}-0{,}577. \qquad (7)$$

Оценим степень приближения (7) и (6) к (2) при различных значениях $x<1$. На рис. 1 представлена относительная зависимость модуля отклонения величин $L_1(x)$ и $L_2(x)$ от $L(x)$

$$D_1(x)=\left|\frac{L_1(x)-L(x)}{L(x)}\right|;\quad D_2(x)=\left|\frac{L_2(x)-L(x)}{L(x)}\right|.$$

Видно, что формула (6) является практически точной при $x\leqslant 0{,}3$: погрешность не превышает $\sim 1\%$. Иначе обстоит дело с адаптированной логарифмической функцией $L_2(x)$. Ограничение $x<1$, налагаемое на аргумент и признаваемое достаточным в [13] для редукции точного решения к выражению (7), необоснованно. В действительности, уже при $x>0{,}15$ отклонение от (2) превышает 15% и быстро нарастает при увеличении $x$.

Примем в качестве максимального значения для $x$, обеспечивающего достаточную точность применения обеих формул (6) и (7),

$$x\leqslant 0{,}075. \qquad (8)$$

При этом отклонение $D_2(x)$ меньше или равно 5%, что соответствует точности определения электропроводности, достигнутой в эксперименте [4, 5].

Перейдем теперь к выбору пределов интегрирования по $x$ — величин $a$ и $b$, т. е., по существу, к выбору параметров столкновения $p_m$ и $p_0$.

В данной работе в качестве нижнего предела столкновений выбирается в соответствии с [1] значение

$$p_0=e^2/3kT, \qquad (9)$$

откуда

$$b=\mathrm{const}=1{,}5. \qquad (10)$$

Специального обсуждения заслуживает вопрос о выборе радиуса обрезания — параметра $p_m$. Авторы работ [4, 16], посвященных слабонеидеальной плазме импульсных ламп, а также ряда других публикаций,

вычисление верхнего параметра столкновений — обрезающего радиуса проводят в единицах радиуса Дебая, однако они не дают однозначного ответа о соотношении этих величин.

Между тем в условиях плазмы разрядного канала импульсных трубчатых ламп ($0{,}1 \leqslant \gamma \leqslant 0{,}2$) среднее расстояние между электронами неизменно превышает величину дебаевского радиуса. Поэтому выбор верхнего предела интегрирования $p_m$ целесообразно в этом случае вести в единицах $n_e^{-1/3}$. На это обстоятельство указывалось, в частности, в одной из работ [17].

Учитывая сказанное, положим

$$p_m = \chi n_e^{-1/3}, \tag{11}$$

где $\chi$ — произвольный постоянный коэффициент.

Тогда

$$a = e^2 n^{1/3}/2kT\chi = \gamma/2\chi \quad \text{или} \quad \chi = \gamma/2a. \tag{12}$$

Имея в виду, что $x = a \leqslant 0{,}075$, получаем

$$\chi \geqslant \gamma/0{,}15. \tag{13}$$

Поскольку верхнее значение для $\gamma$ в исследуемом диапазоне $\gamma = 0{,}2$, можно без потери точности перейти от неравенства (13) к равенству

$$\chi = 0{,}2/0{,}15 = 1{,}334. \tag{14}$$

Отсюда

$$p_m = 1{,}334 n_e^{-1/3}. \tag{15}$$

Это значение $p_m$, вместе со значением $p_0$ (9), положим в основу расчета $Q_{ei}(\bar{Q}_+)$ по формулам (1), (6) и (7), что после проведения вычислений дает соответственно [см$^2$]

$$\bar{Q}_{ei} = \frac{\pi}{2}\frac{e^4}{k^2T^2}\left\{\ln\frac{1{,}21kT}{e^2 n_e^{1/3}} + \frac{0{,}59e^2 n_e^{1/3}}{kT} - \frac{e^4 n_e^{2/3}}{7{,}11k^2T^2}\right\}, \tag{16}$$

$$\bar{Q}_{ei} = \frac{\pi}{2}\frac{e^4}{k^2T^2}\ln\frac{1{,}21kT}{e^2 n_e^{1/3}}. \tag{17}$$

После подстановки констант (16) и (17) принимают вид

$$\bar{Q}_{ei} = \frac{4{,}38\cdot 10^{-6}}{T^2}\left\{\ln\frac{725T}{n_e^{1/3}} + 9{,}85\cdot 10^{-4}\frac{n_e^{1/3}}{T} - 3{,}9\cdot 10^{-6}\frac{n_e^{2/3}}{T^2}\right\}, \tag{18}$$

$$\bar{Q}_{ei} = \frac{4{,}38\cdot 10^{-6}}{T^2}\ln\frac{725T}{n_e^{1/3}}. \tag{19}$$

**Обсуждение результатов.** В одной из последних работ [18] Меккер и Баудер, длительное время изучающие низкотемпературную плазму электрических дуг, заметили, что в настоящее время нет еще экспериментальных данных, позволяющих сделать выбор теорий явлений переноса для плазмы с логарифмическим членом, приближающимся к единице. Однако можно провести сопоставление полученных в настоящей работе формул для $\bar{Q}_{ei}$ с расчетами других авторов. Такое сравнение показано на рис. 2 для типичных режимов большинства импульсных трубчатых ламп, где приведены результаты расчета $\bar{Q}_{ei}$, выполненные в соответствии со следующими теориями: кривая *1* — расчет по теории Спитцера [1]

$$\bar{Q}_{ei} = (5{,}85\cdot 10^{-6}/T^2)\ln\Lambda, \tag{20}$$

кривая *2* — уточненный расчет Кихары [14]

$$\bar{Q}_{ei} = (5{,}85\cdot 10^{-6}/T^2)(\ln\Lambda - 1{,}37), \tag{21}$$

кривая *3* — расчет по формуле (19), приведенной к общему виду

$$\bar{Q}_{ei}=(2{,}92\cdot 10^{-6}/T^2)(\ln\Lambda+0{,}45). \qquad (22)$$

Здесь

$$\Lambda=1{,}24\cdot 10^4(T^3/n_e)^{1/2}. \qquad (23)$$

В табл. 1 приведены значения $\Lambda$ и $\ln\Lambda$, рассчитанные для тех же условий в плазме разряда.

Как известно, формула (20) справедлива при условии $\ln\Lambda\gg 1$, тогда как (21) получается при более мягком условии $\Lambda\gg 1$ [14]. Естественно, что в интересующем нас диапазоне температур и плотностей заряженных частиц результаты наших расчетов $\bar{Q}_{ei}$ отличаются от формулы Спитцера и лучше согласуются с формулой Кихары. Между тем формулы (1) и (2), из которых автором работы [13] получено известное сечение Гвоздовера, предназначались для слабоионизованной идеальной плазмы: хорошее согласие с экспериментом в [13] констатируется для разряда в парах ртути со значениями $\Lambda\sim 10^5$.

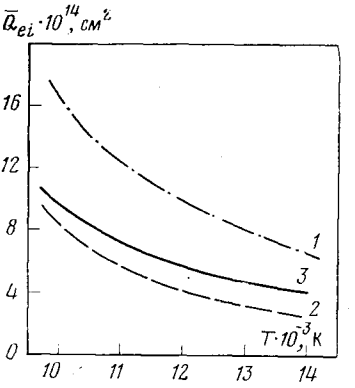


Рис. 2. Кулоновское сечение электрон — ион (Хе, $p_0$=53 кПа): *1* — по [1]; *2* — [14]; *3* — по формуле (19)

Следует удостовериться, что классическое рассмотрение кулоновских взаимодействий, принятое в [13], не противоречит условиям слабонеидеальной плотной плазмы инертных газов ($\gamma$=0,1—0,2), являющейся предметом исследования в настоящей работе.

Ранее в [12] автором отмечалось естественное для таких условий отсутствие вырождения и применимость статистики Максвелла — Больцмана, а также классической резерфордовской теории рассеяния электронов на ионе. Из [19] следует, что в рассматриваемой здесь слабонеидеальной плазме не возникает необходимости замены кулоновского потенциала псевдопотенциалами, учитывающими корреляцию между частицами.

В [12] обращается также внимание на необходимость соблюдения изотермичности плазмы и приводится формула, количественно дополняющая критерий, приводимый в [20]. С учетом изменения численных коэффициентов в выражении для $\bar{Q}_+(\bar{Q}_{ei})$, внесенного в настоящей работе, пре-

Таблица 1

| $T\cdot 10^{-3}$, К | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Lambda$ | 16,95 | 13,29 | 11,52 | 10,19 | 9,44 |
| $\ln\Lambda$ | 2,83 | 2,59 | 2,44 | 2,32 | 2,24 |

дельные значения градиентов внешнего электрического поля $E_{пр}$, обеспечивающие равенство температур электронов и тяжелых частиц, могут быть для типичного режима (Хе, начальное давление $p_0$=53 кПа) представлены в табл. 2.

Наличие в исследуемых режимах термического и ионизационного равновесий [20] позволяет для расчета концентрации электронов использовать уравнение Саха. Для учета снижения потенциала ионизации $\Delta I$ и изменения статистических весов иона и атома $U_i/U_0$ величина $n_e$ рассчитывалась на ЭВМ методом последовательных приближений. В основу со-

ставления программы положен интерполяционный метод с использованием данных о $\Delta I$ и $U_i/U_0$, приведенных в [21, 22].

Проведенное рассмотрение подтверждает допустимость классического подхода к расчету кулоновского сечения в плотной слабонеидеальной недебаевской плазме. Нам представляется также, что выбор величины обрезающего радиуса по (11) – (14) физически обоснован, так как в этом случае число заряженных частиц в сфере интегрирования $n_{pm} \gg 1$ и не зависит в явном виде от рода газа, начального давления и температуры плазмы, а зависит только от степени неидеальности.

Таблица 2

**Значения $E_{пр}$ для Xe плазмы ($p_0$=53 кПа)**

| $T$, К | 10 000 | 12 000 | 14 000 |
|---|---|---|---|
| $E_{пр}$, В/см | 85,0 | 209,4 | 349,2 |

В табл. 3 приводятся результаты такого расчета, выполненного для $\gamma$=0,2 ($n_D$=0,753). Использовались известные соотношения, связывающие $\gamma$ и $n_D$, $n_e$ и $r_D$. При этом в теории Спитцера [1] взято $p_m=r_D$, в одной из последних работ [4] значение $r_s/r_D$=2,5. Чтобы получить величину $p_m$,

Таблица 3

**Число заряженных частиц в сфере интегрирования ($\gamma$=0,2, $n_D$=0,753)**

| Номера п/п | $p_m/n_e^{-1/3}$ | $n_{p_m}$ | Источник | Номера п/п | $p_m/n_e^{-1/3}$ | $n_{p_m}$ | Источник |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,45 | 0,75 | [1] | 3 | 1,16 | 13,1 | [10] |
| 2 | 1,12 | 11,8 | [4] | 4 | 1,334 | 19,9 | Формула (15) |

выраженную в единицах $n_e^{-1/3}$, в соответствии с рекомендациями Каклюгина и Нормана [10] мы решили предложенное ими уравнение для $\varkappa r_э$ также для величин $n_D \leqslant 1$, причем оно было использовано в виде

$$\varkappa r_э = 1 + 0{,}9\zeta^{-1} + (2{,}42\zeta)^{-1} \ln(\varkappa r_э \zeta), \qquad (24)$$

где числовые коэффициенты не округлены.

Из табл. 3 следует, что в нашем рассмотрении число зарядов в сфере интегрирования достигает 20 и превышает их число, получаемое при другом выборе радиуса обрезания. Это обстоятельство в принципе создает лучшие условия экранирования заряда рассеивающего иона для электронов, находящихся за пределами сферы интегрирования. Интересно отметить, что в известной таблице Спитцера [1], иллюстрирующей границы применимости его теории, число частиц в дебаевской сфере интегрирования $n_D$ составляет для температур $T=10^4$ и $10^5$ К и соответствующих значений $n_e$, $n_D$=31,4 и 41,5 соответственно тому, учитываются ли все заряженные частицы или только электроны.

Москва

Поступила в редакцию
26 X 1978

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Л. Спитцер.* Физика полностью ионизированного газа. «Мир», 1965.
2. *C. H. Church, R. G. Schlecht, J. Liberman.* JQSRT, *8*, 403, 1968.
3. *А. А. Бакеев, Р. Е. Ровинский.* ТВТ, *8*, 207, 1121, 1970; *А. А. Бакеев, Т. П. Нарожная, Р. Е. Ровинский, И. П. Широкова.* ТВТ, *9*, 841, 1971; *Р. Е. Ровинский.* ТВТ, *10*, 1, 1972; *Р. Е. Ровинский.* ЖТФ, *45*, 1972, 1975.
4. *K. Günther.* Beitr. Plasmaphys., *10*, 469, 1970; *K. Günther, R. Radtke.* Beitr. Plasmaphys., *12*, 63, 1972; *R. Radtke, K. Günther.* Proc. 11th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Cases, Prague, 1973, p. 274; *R. Radtke, K. Günther.* Beitr. Plasma phys., *15*, 299, 1975.
5. *С. М. Вукович, М. М. Попович.* ТВТ, *6*, 10, 419, 1972; *S. S. Popovic, S. M. Vucovic.* Fisica, *6*, 29, 1974.
6. *А. А. Щербаков.* ЖПС, *15*, вып. *4*, 610, 1971.
7. *И. В. Ермохин, Б. М. Ковалев, П. П. Кулик, В. А. Рябый.* ТВТ, *9*, 665, 1971.
8. *В. М. Батенин, П. В. Минаев.* ТВТ, *9*, 676, 1971.
9. *И. И. Литвинов.* ТВТ, *11*, 4, 695, 1973; *И. И. Литвинов.* ТВТ, *13*, 5, 1100, 1975.
10. *А. С. Каклюгин, Г. Э. Норман.* ТВТ, *11*, 2, 238, 1973.
11. *В. С. Воробьев, А. Л. Хомкин.* Физика плазмы, *3*, 4, 885, 1977. *А. Л. Хомкин.* ТВТ, *16*, 1, 37, 1978.
12. *I. Gurevitsch.* Proc. 9th Intern. Congress on HSP, Denver, 1970, p. 310; *И. М. Гуревич.* Тез. докл. 2 Всес. совещ. по плазмохим. технологии и аппаратостроению, *11*, 127, 1977.
13. *С. Д. Гвоздовер.* ЖЭТФ, *7*, 7, 867, 1937.
14. *М. Митчнер, С. Кругер.* Частично ионизованные газы. «Мир», 1976.
15. *Е. Янке, Ф. Эмде.* Таблицы функций. Гостехиздат, 1948.
16. *K. Günther, R. Radtke, S. Lang, S. S. Popovic.* Proc. 13th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Eindhoven, 1975, p. 138.
17. *П. В. Ермохин, Б. М. Ковалев, П. П. Кулик, В. А. Рябый.* ТВТ, *9*, 665, 1971; *Т. П. Батанова, Б. М. Ковалев, П. П. Кулик, В. А. Рябый.* ТВТ, *15*, 3, 645, 1977.
18. *Г. Меккер, У. Баудер.* В сб. Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики. «Наука», Новосибирск, 1977, стр. 37.
19. *Б. В. Зеленер, Г. Э. Норман, В. С. Филинов.* ТВТ, *13*, 5, 913, 1975.
20. *В. Финкельнбург, Г. Меккер.* Электрические дуги и термическая плазма. ИЛ, 1961.
21. Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы. «Наука», 1971.
22. *H. Drawin, P. Fellenbock.* Date for Plasma in Local Thermodynamic Equilibrium. Paris, 1963.