A. M. Lipanov, S. A. Karskanov, S. L. Chernyshev, I. I. Lipatov, Theoretical investigation of conditions for the appearance of high-speed bufting,
*Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki*, 2019, Volume 29, Issue 3, 382–395

https://www.mathnet.ru/eng/vuu690

ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ
МЕХАНИКА 2019. Т. 29. Вып. 3. С. 382–395.

УДК 533.6, 519.6

© *А. М. Липанов, С. А. Карсканов, С. Л. Чернышев, И. И. Липатов*

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СКОРОСТНОГО БАФТИНГА

Численно исследуется явление возникновения скоростного бафтинга при обтекании профиля NACA0012 трансзвуковым потоком. Формулируется математическая модель, основанная на алгоритмах высокого порядка аппроксимации, позволяющая рассчитывать нестационарные отрывные течения. Модель базируется на интегрировании квазигидродинамических уравнений. Проводится параметрическое исследование обтекания профиля высокоскоростным потоком вязкого газа в зависимости от угла атаки. Анализируются как мгновенные, так и осредненные картины течения. Получены распределения пульсационных характеристик течений при различных углах атаки. Выявляются закономерности возникновения отрыва пограничного слоя, определено влияние скачков уплотнения на характер течения вблизи поверхности профиля. Определяется критический угол атаки, при котором начинает иметь место скоростной бафтинг.

*Ключевые слова*: скоростной бафтинг, скачок уплотнения, квази-гидродинамические уравнения, прямое численное моделирование, аппроксимация высокого порядка.

DOI: 10.20537/vm190308

### Введение

Явление бафтинга привлекло внимание аэродинамиков в тридцатых годах двадцатого века, после того как стало причиной ряда авиакатастроф. Заключается оно в возникновении вынужденных колебаний частей летательного аппарата. Однако стоит различать посадочный и скоростной бафтинг. Посадочный бафтинг необязательно имеет отношение к посадке, как к процессу приземления. Данное явление заключается в образовании турбулентного следа за плохо обтекаемыми элементами, который вызывает вибрацию частей летательного аппарата.

Природа скоростного бафтинга связана с совершенно другими физическими явлениями. Явление скоростного бафтинга экспериментально наблюдается давно. При полете на больших скоростях, когда скорость самолета приближается к звуковой, вследствие возникновения волнового кризиса при обтекании крыла и других элементов самолета, расположенных впереди оперения, где происходит срыв потока за скачком уплотнения, резко меняется характер течения, возникает сильная вибрация [1]. Скоростной бафтинг более опасен, нежели посадочный, поэтому его стоит изучать и прежде всего теоретически.

Обстоятельное исследование этого явления, включая использование управляющих воздействий на процесс протекания бафтинга, при использовании гипотезы осреднения по Рейнольдсу выполнено в работе [2]. В данной работе подобная задача решается на основе прямого численного моделирования. Интегрируются так называемые квазигазодинамические (КГД) уравнения, полученные в результате решения кинетического уравнения Больцмана, то есть без использования гипотезы о сплошности рассматриваемой среды [3, 4]. Существенным отличием и особенностью КГД подхода является использование процедуры пространственно временного осреднения для определения основных газодинамических величин (скорости, плотности и давления). Дополнительное сглаживание по времени является причиной возникновения в уравнениях дополнительных диссипативных слагаемых, которые формально отличают КГД систему от системы Навье–Стокса. Для сильно нестационарных течений, а также при числах Кнудсена, близких к единице, вклад дополнительных слагаемых становится существенным. При численном моделировании дополнительные слагаемые проявляют себя как эффективные регуляторы.

Отличие решений уравнений Эйлера от уравнений Навье–Стокса определяется тем, что формально малые члены становятся сопоставимыми с конвективными в пограничном слое. Важно, что дополнительные диссипативные члены КГД уравнений эффекта пограничного слоя не вызывают. Тем самым решение, получаемое с помощью КГД модели, принципиально не отличается от решения, полученного с помощью уравнений Навье–Стокса. Это подтверждено многочисленными сопоставлениями данных расчетов [5].

Итак, смысл применения КГД уравнений заключается в следующем. Эти системы корректны по своему физическому построению, так как существует минимальный пространственный (временной) размер, на котором могут происходить сильные изменения параметров. Для уравнений Навье–Стокса существуют хорошо известные трудности обоснования их корректности [6]. С вычислительной точки зрения дополнительные диссипативные члены можно трактовать как эффективные регуляризаторы, позволяющие развиваться естественным неустойчивостям и сглаживающие неустойчивости чисто счетного характера. С точки зрения параллельных вычислений, проводимых по явным временным схемам, важной особенностью является то, что применения регуляторов позволяет вести счет с условием устойчивости типа Куранта: $t < h$. Этот результат представляется особенно ценным, так как обычно явные схемы требуют гораздо более жестких ограничений.

## § 1. Постановка задачи

Рассматривается двумерный расчетный случай. Имеем следующую систему КГД уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial t} + \frac{\partial(j_x u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(j_y u_x)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \Pi_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{yx}}{\partial y}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial t} + \frac{\partial(j_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(j_y u_y)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \Pi_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{yy}}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(j_x H)}{\partial x} + \frac{\partial(j_y H)}{\partial y} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = \frac{\partial(\Pi_{xx} u_x + \Pi_{xy} u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\Pi_{yx} u_x + \Pi_{yy} u_y)}{\partial y}. \tag{4}$$

Здесь $\rho$ — плотность, $p$ — давление, $u_x$ и $u_y$ — компоненты вектора скорости газа; $E$ — удельная энергия единицы массы газа, $H$ — полная удельная энтальпия единицы массы газа, определяемая по формуле

$$H = E + p/\rho.$$

Компоненты вектора плотности тока $\vec{j}$ вычисляются следующим образом:

$$j_x = \rho(u_x - w_x), \quad j_y = \rho(u_y - w_y),$$

где

$$w_x = \frac{\tau}{\rho}\left(\frac{\partial(\rho u_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_x u_y)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x}\right), \quad w_y = \frac{\tau}{\rho}\left(\frac{\partial(\rho u_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y^2)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y}\right).$$

Компоненты тензора вязких напряжений $\Pi$ определяются с помощью выражений:

$$\Pi_{xx} = \Pi_{xx}^{NS} + u_x w_x^* + R^*, \quad \Pi_{xy} = \Pi_{xy}^{NS} + u_x w_y^*,$$
$$\Pi_{yx} = \Pi_{yx}^{NS} + u_y w_x^*, \quad \Pi_{yy} = \Pi_{yy}^{NS} + u_y w_y^* + R^*.$$

Здесь $\Pi_{xx}^{NS}$, $\Pi_{xy}^{NS}$, $\Pi_{yx}^{NS}$, $\Pi_{yy}^{NS}$ — компоненты тензора вязких напряжений в классических уравнениях гидромеханики (Навье–Стокса). Переменные $w_x^*$, $w_y^*$ и $R^*$ вычисляются по формулам:

$$w_x^* = \tau\left(\rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x}\right), \quad w_y^* = \tau\left(\rho u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y}\right),$$
$$R^* = \tau\left(u_x \frac{\partial p}{\partial x} + u_y \frac{\partial p}{\partial y} + kp \operatorname{div} \vec{u}\right).$$

Компоненты вектора теплового потока $\vec{q}$ рассчитываются по формулам:

$$q_x = q_x^F - u_x R^q, \qquad q_y = q_y^F - u_y R^q.$$

Здесь $q_x^F$, $q_y^F$ — компоненты Фурье, а $R^q$ определяется выражением:

$$R^q = \tau\rho\left[\frac{u_x}{k-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho}\right) + \frac{u_y}{k-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p}{\rho}\right) + pu_x \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\right) + pu_y \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right].$$

Для замыкания системы уравнений (1)–(4) используем уравнение состояния идеального газа:

$$p = \rho RT.$$

Здесь $R$ — газовая постоянная, $T$ — температура газа.

Для расчета релаксационного параметра $\tau$ используем выражение:

$$\tau = \frac{\mu}{(p\,Sc)}, \tag{5}$$

где $\mu$ — вязкость газа, $Sc$ — безразмерное число Шмидта.

КГД уравнения отличаются от классических феноменологических уравнений гидромеханики наличием градиентов от дополнительных слагаемых $w_x$, $w_y$, $w_x^*$,$w_y^*$, $R^*$, $R^q$. В итоге эти слагаемые представляют собой вторые пространственные производные от плотности газа, компонентов вектора скорости потока и давления, являясь диссипативными. Все соответствующие им выражения пропорциональны релаксационному параметру $\tau$. Из выражения (5) видим, что с ростом величины давления $p$ параметр $\tau$ стремится к нолю и при $\tau = 0$ имеем классические уравнения гидромеханики.

Это значит, что, например, в заснарядном пространстве орудия при выстреле [7] и даже в камере сгорания работающего ракетного двигателя [8] можно использовать классические уравнения гидромеханики, а при решении аэродинамических задач правильнее использовать КГД уравнения.

Система уравнений (1)–(4) решалась по явной разностной схеме. Использовалась TVD-схема Рунге–Кутты второго порядка точности [9]. Конвективные слагаемые уравнений (1)–(4) рассчитывались с высоким порядком точности с помощью WENO-схем [10], слагаемые в правых частях уравнений (1)–(4) аппроксимировались с тем же высоким порядком выражениями на основе центральных разностей [11].

На открытых границах области интегрирования (ОИ) (рис. 1) использовались неотражающие граничные условия [12]. На входе в ОИ задавали равенства:

$$\frac{p}{\rho^k} = \frac{p_\infty}{(\rho_\infty^k)}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} - (c - u_x)\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad u_x + \frac{2c}{k-1} = \frac{2c_\infty}{k-1}, \quad u_y = u_{y\infty},$$


**Рис. 1.** Область интегрирования (профиль NACA0012)

где индексом «$\infty$» обозначены параметры левее входной границы. Здесь $c$ — скорость звука.

На выходе из ОИ использовалась система соотношений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial p}{\partial t} + (c + u_x)\frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$
$$\frac{\partial u_x}{\partial t} - (c + u_x)\,\frac{\partial u_x}{\partial x} = \alpha_1 |u_{x\infty} - u_x|(u_{x\infty} - u_x), \qquad \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x},$$

где $\alpha_1$ — коэффициент, величина которого при выполнении расчетов принималась равной единице.

На верхней границе использовалось равенство:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (c + u_y)\frac{\partial W}{\partial x},$$

где $W$ — алгебраический вектор $W = (u_x, u_y, \rho, p)$. Аналогично верхней рассчитывались параметры на нижней границе ОИ.

На твердых стенках обтекаемого тела использовали условия прилипания и тепловой изоляции стенок.

В качестве обтекаемого тела был взят профиль крыла NACA0012 [13]. Уравнения (1)–(4) решались в безразмерном виде. В качестве масштабов использовали: для линейных параметров — величину хорды профиля крыла, для скоростей — величину продольной компоненты вектора скорости потока $u_{x\infty}$ на левой границе, для давления и плотности — величины давления и плотности, соответствующие $u_{x\infty}$.

Расчеты нестационарного обтекания крыла выполнялись для области интегрирования с размерами $x \in [-2, 5]$, $y \in [-1, 3]$. ОИ покрывалась густой разностной сеткой, содержащей $16\,800\,000$ узловых точек. В непосредственной близости обтекаемого тела в области $x \in [-0.1, 1.5]$, $y \in [-0.08, 0.2]$ сетка была равномерной. Шаг сетки равнялся $0.0002$. По мере удаления от указанной области шаг линейно увеличивался.

С помощью многочисленных методических расчетов было установлено, что такая сетка со сгущением в окрестности профиля крыла позволяла рассчитывать не только крупномасштабные вихри, но и мелкие структуры в приграничной зоне обтекаемого тела, где значительную роль играют диссипативные слагаемые с точностью $1\,\%$. Кроме того, разрежение сетки вблизи границ области интегрирования позволяло значительно сгладить возмущения в данной области за счет возросшей численной вязкости. В купе с неотражающими граничными условиями это позволяло выводить возмущения за пределы расчетной области.

Расчеты выполнялись на многопроцессорной вычислительной системе «УРАН» (ИММ УрО РАН) с использованием технологии распараллеливания MPI.

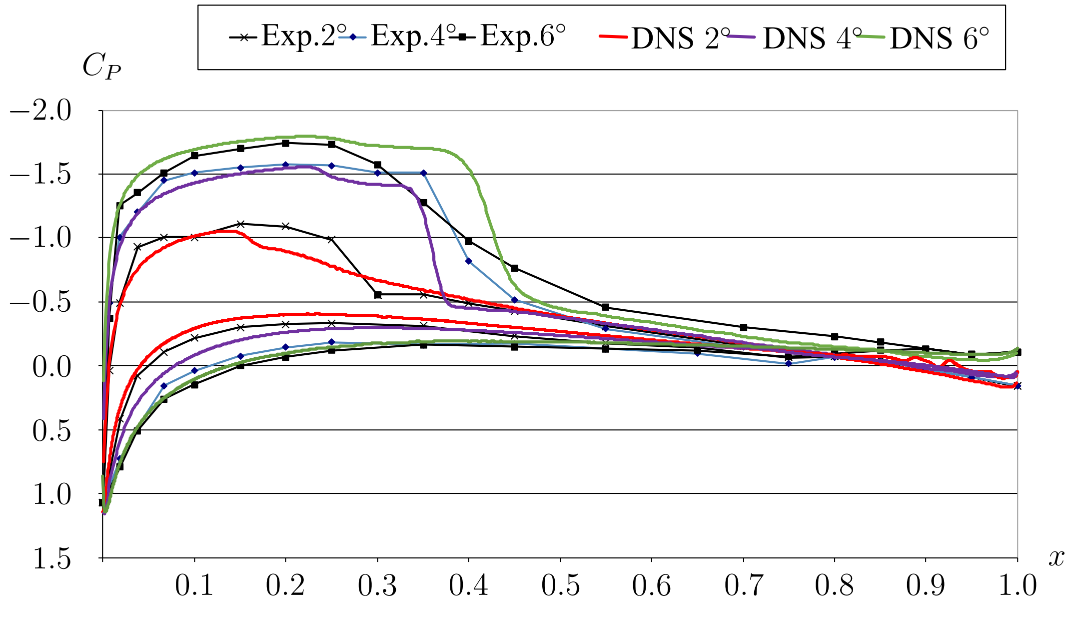


**Рис. 2.** Коэффициент давления $C_p$ на нижней и верхней поверхностях профиля NACA0012 при обтекании потоком с параметрами $\mathrm{M} = 0.7, \mathrm{Re} = 2.63 \cdot 10^6$

## § 2. Результаты численного эксперимента обтекания профиля NACA0012

Численные результаты были сопоставлены с экспериментальными данными о величинах коэффициента давления $C_p$, приведенными в работе [14] (рис. 2). Видно, что соответствие между расчетом и экспериментом неплохое, особенно, если учесть, что расчет двумерный, а эксперимент, естественно, трехмерный. Двумерные расчеты дают несколько завышенные величины для коэффициента давления $C_p$.

Расчеты полей величин гидромеханических параметров (ГМП) для профиля крыла NACA0012 при $\mathrm{M} = 0.7$ и $\mathrm{Re} = 2.63 \cdot 10^6$ были выполнены для углов атаки $\alpha$, изменяющихся от 2 до 8 градусов. Так на рис. 3 для угла $\alpha = 5$ градусов приведена теневая картина распределения величины осредненной продольной компоненты вектора скорости потока. Четко визуализируется область отрывного течения за ударной волной.

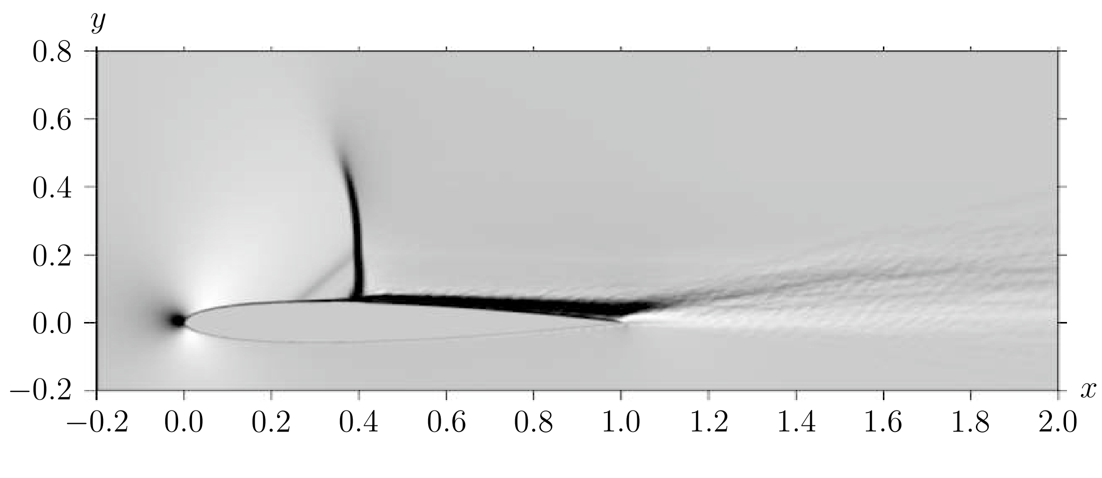


**Рис. 3.** Теневая картина распределения осредненной продольной компоненты скорости для угла атаки 5 градусов

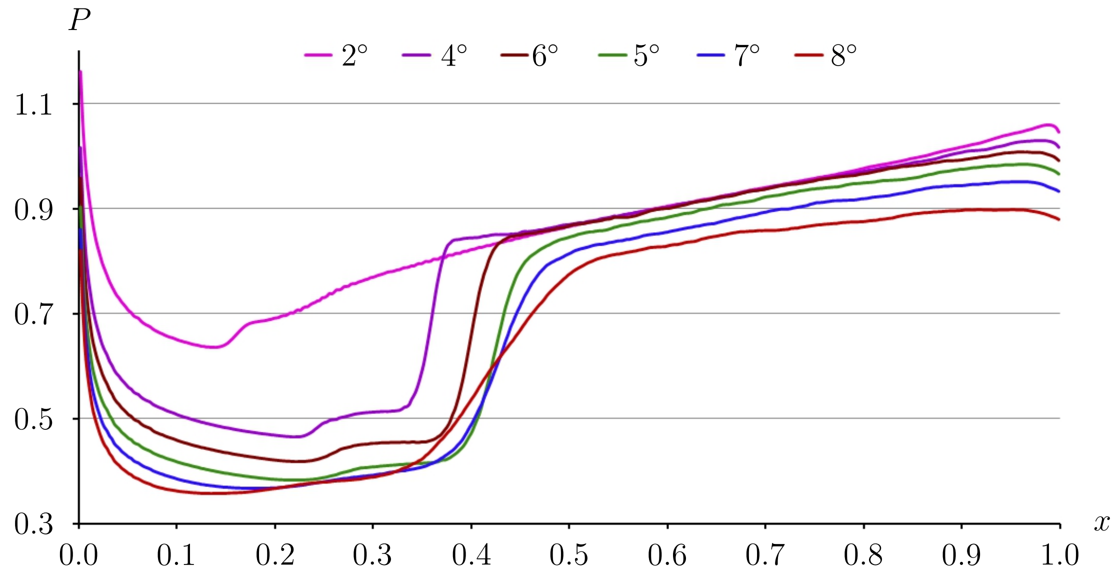


**Рис. 4.** Распределение осредненного давления на подветренной поверхности профиля при различных углах атаки

Установлено, что при $\alpha = 2$ градусов на подветренной стороне крыла при $x = 0.18$ формируется слабая ударная волна. Одновременно в передней части подветренной стороны крыла начинает формироваться зона пониженного давления (рис. 4) и высоких скоростей потока.

При увеличении $\alpha$ давление в окрестности передней части профиля на его подветренной стороне резко падает, а потом при $x \geqslant 0.4$ резко растет. В этом месте (окрестность точки $x = 0.4$) формируется $\lambda$-образная ударная волна. При переходе через эту ударную волну скорость потока почти скачком падает, а давление увеличивается. С ростом $\alpha$ ударная волна смещается вниз по потоку. При $\alpha = 5^\circ$ «ножка» $\lambda$- образной ударной волны сильно размывается, а при $\alpha = 6^\circ$ — исчезает. При этом местоположение ударной волны стабилизируется при $x = 0.4$. В это же время вместе с ростом $\alpha$ давление в передней части подветренной стороны крыла увеличивается (рис. 4), а скорость потока по длине подветренной стороны крыла стремится выравняться. В этих условиях ударная волна размывается.

Месту расположения ударной волны на подветренной стороне соответствуют максимальные значения пульсационных величин ГМП. Это хорошо видно на примере отклонений давления (рис. 5) от их средних значений для соответствующих углов $\alpha$, приведенных на рис. 4. Здесь (рис. 5) показаны среднеквадратичные отклонения $\sigma_p$, равные

$$\sigma_p = \frac{\delta p}{\overline{p}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(p^i - \overline{p})^2}}{\overline{p}}$$

Видно, что максимум $\sigma_p$ соответствует как раз координате $x = 0.4$, где и расположена ударная волна, и сначала несколько перемещается вниз по потоку вместе с ударной волной, а потом возвращается к координате $x = 0.4$ снова вместе с ударной волной.

При увеличении угла атаки $\alpha$ величина $\sigma_p$ только возрастает. Вниз по потоку $\sigma_p$ резко (в два раза) уменьшается и вновь начинает расти только у задней кромки крыла при срыве потока. Можно сказать, что при углах атаки, равных семи и восьми градусам, нестационарные вибрационные процессы происходят вдоль большей части подветренной поверхности крыла, начиная с $x = 0.1$, то есть как до ударной волны, так и после нее. В зоне расположения ударной волны вибрационные явления особенно интенсивны и опасны для конструкции

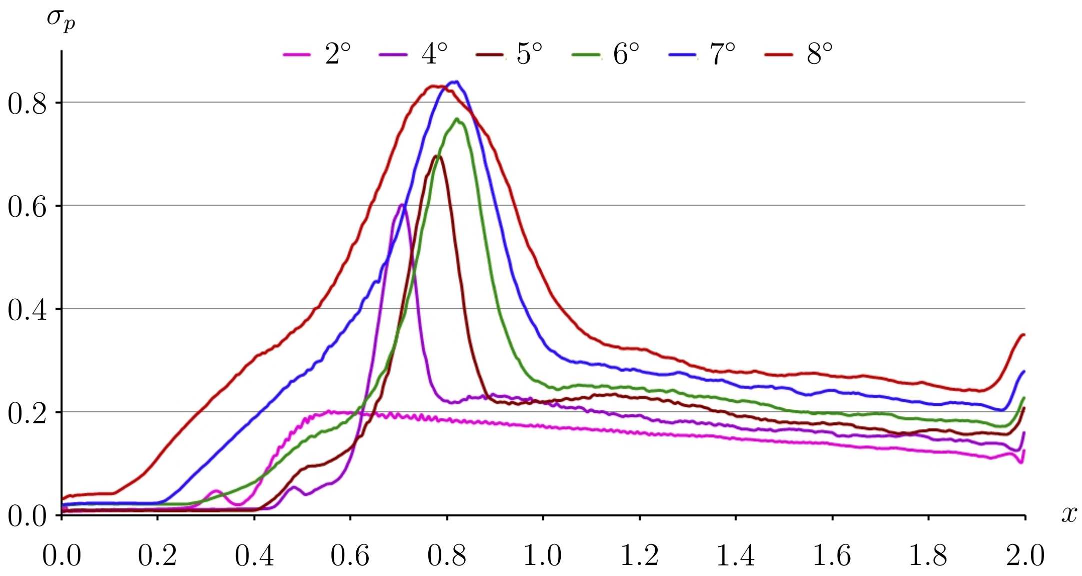


**Рис. 5.** Распределение пульсаций давления $\sigma_p$ на подветренной стороне профиля

летательного аппарата. Высокие градиенты параметров потока в области ударной волны и сильно возмущенное течение, инициированное отрывом пограничного слоя на подветренной стороне, являются причинами нестационарного изменения аэродинамических сил. С ростом угла атаки интенсивность колебаний аэродинамических сил только возрастает, что, в конечном итоге, приводит к возникновению скоростного бафтинга — автоколебаний гидродинамических параметров, воздействующих на жесткость конструкции.

На рис. 6 представлены не осредненные кривые величины коэффициента подъемной силы $C_L$ в зависимости от времени для различных углов атаки $\alpha$. Почти постоянные и небольшие при $\alpha = 2°$ с ростом $\alpha$ они испытывают всё более интенсивные пульсации. На рис. 7 представлена спектральная плотность мощности $S$ коэффициента подъемной силы для малых углов атаки (два, четыре и пять градусов). Спектральная плотность сосредоточена лишь на низких частотах и имеет небольшую величину. На рис. 8 спектральная плотность мощности показана для больших углов атаки. Видно, что с ростом $\alpha$ спектральная плотность возрастает. При углах выше семи градусов колебания происходят и на более высоких частотах. На графике для восьми градусов это наиболее отчетливо различимо. Для углов атаки выше семи градусов можно говорить о наличии автоколебаний аэродинамических сил и о возникновении явления скоростного бафтинга.

В работах И. И. Липатова с соавторами [2,15] процесс возникновения бафтинга моделировался на основе решения уравнений Рейнольдса с использованием модели турбулентности SST, использовался коммерческий пакет CFX. Стоит отметить, что результаты данной работы хорошо согласуются с результатами, полученными на основе решения осредненных уравнений Навье–Стокса. При угле атаки восемь градусов в работе [15] получена частота автоколебаний $14.3$ Гц. При интегрировании КГД уравнений спектральная плотность сосредоточена на частоте $12.9$ Гц (рис. 8). Из рис. 6–8 видно, что прямое численное моделирование дает значительно больше информации. В результате решения задачи имеем более «богатый» спектр частот. Кроме того, рассматривая мгновенные картины обтекания профиля, можно более детально проследить за процессом взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем (рис. 9, 10).

Однако метод прямого численного моделирования имеет ряд трудностей и недостатков. Основным недостатком является трудоемкость и большой объем вычислительных затрат, требуемый для получения результатов. Решить КГД уравнения с получением адекватных

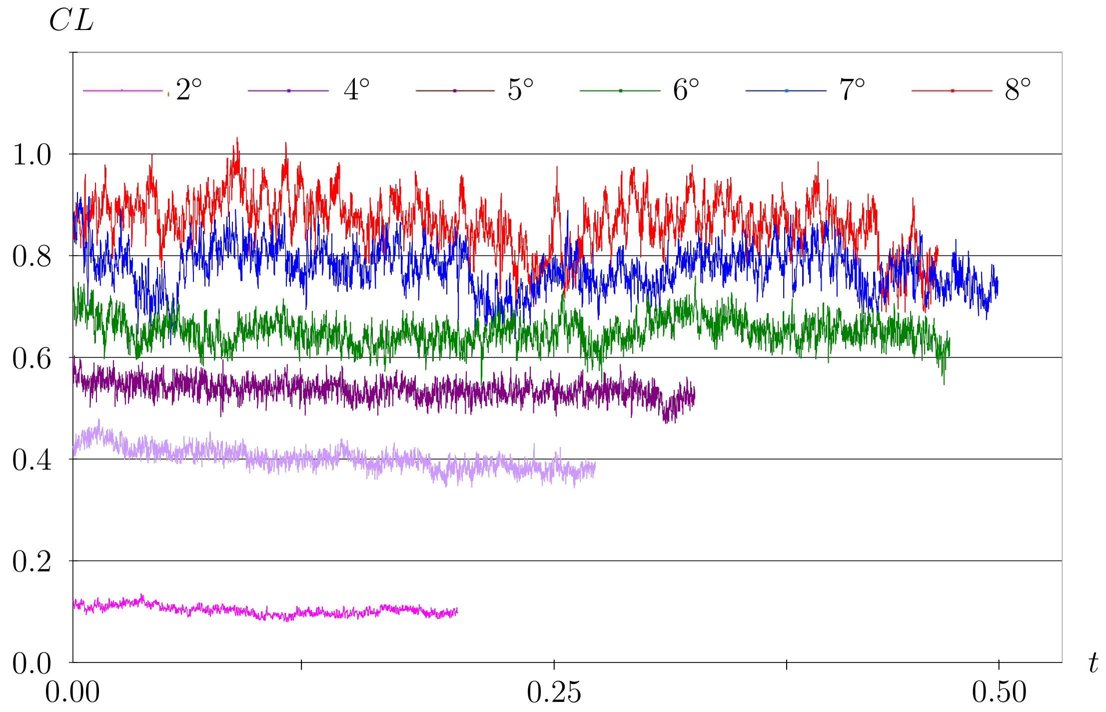


**Рис. 6.** Зависимость коэффициента подъемной силы $C_L$ от безразмерного времени, $\mathrm{M} = 0.7$, $\mathrm{Re} = 2.63 \cdot 10^6$

физичных результатов на персональном компьютере не представляется возможным. Требуется распараллеливание вычислительного процесса и обработка огромного объема данных. Методы, основанные на моделях турбулентности, не столь требовательны к вычислительным ресурсам. Они позволяют иметь дело с расчетной областью многократно превосходящую исследуемый обтекаемый объект. Таким образом, нефизичные отражения на границах никак не сказываются на решении вблизи рассматриваемого тела. При использовании метода прямого численного моделирования объем интегрирования приходится выбирать со значительно меньшими размерами. Кроме того, современные разработки в области постановки граничных условий (опубликованные, например, в работах Л. В. Дородницына и рассмотренные выше) позволяют решить проблему вывода возмущений за пределы расчетной области. В коммерческих пакетах подобные разработки отсутствуют.

В заключение приведем еще несколько рисунков для полей продольной компоненты вектора скорости потока сначала при $\alpha = 4°$ (рис. 9), а затем при $\alpha = 8°$, когда коэффициент $C_L$ имеет локальный минимум и максимум (рис. 10). При $\alpha = 4°$ (рис. 9) видно, что после $x = 0.4$ поток отрывается от поверхности крыла и в виде отдельных вихрей типа «цепочек Кармана» [16] сходит с его задней кромки. На рис. 9 видна $\lambda$-образная ударная волна и большое количество разрывов продольной компоненты вектора скорости потока, уходящих вверх от крыла.

При $\alpha = 8°$ (рис. 10, *а*, минимум для коэффициента $C_L$) видим существенно увеличенную отрывную зону от координаты $x = 0.4$. Так же имеет место обширное поле величин продольной компоненты $u_x$ вектора скорости потока. Оно смещено вверх по потоку примерно до координаты $x = 0.2$ и завершается косым скачком. Вниз по потоку вихревое поле переменной $u_x$ занимает достаточно широкую полосу, а в направлении нормали от профиля крыла содержит множество криволинейных пересекающихся косых скачков. Вся эта вихревая структура, далее, стекает с профиля крыла.

Для максимумов коэффициента $C_L$ (рис. 10, *б*) имеем отрывную зону, смещенную вверх

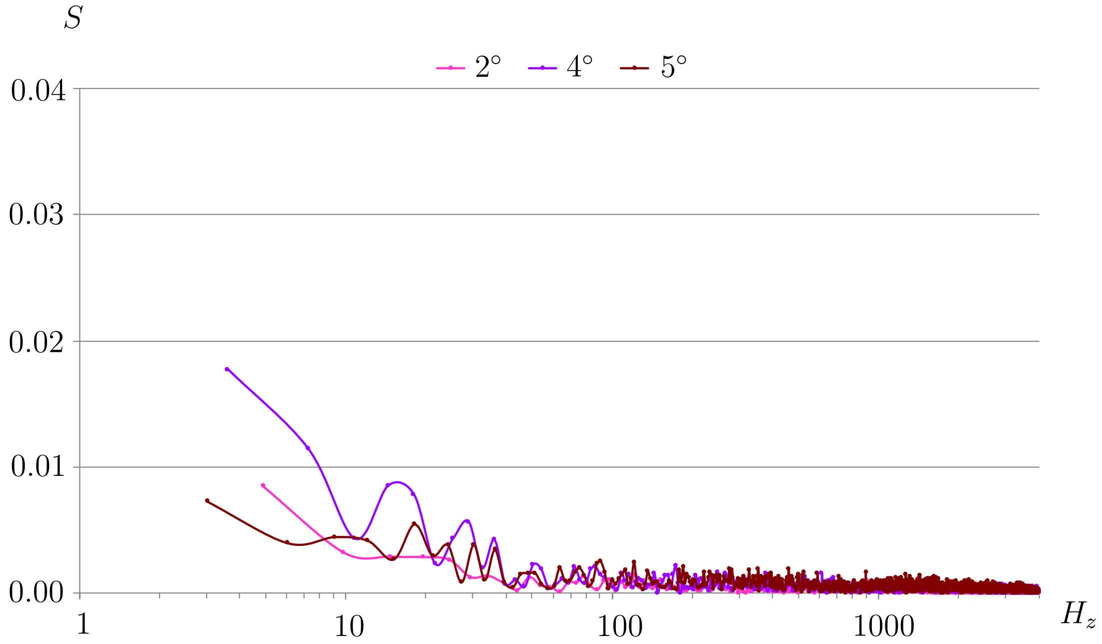


**Рис. 7.** Спектральная плотность мощности коэффициента подъемной силы для малых углов атаки

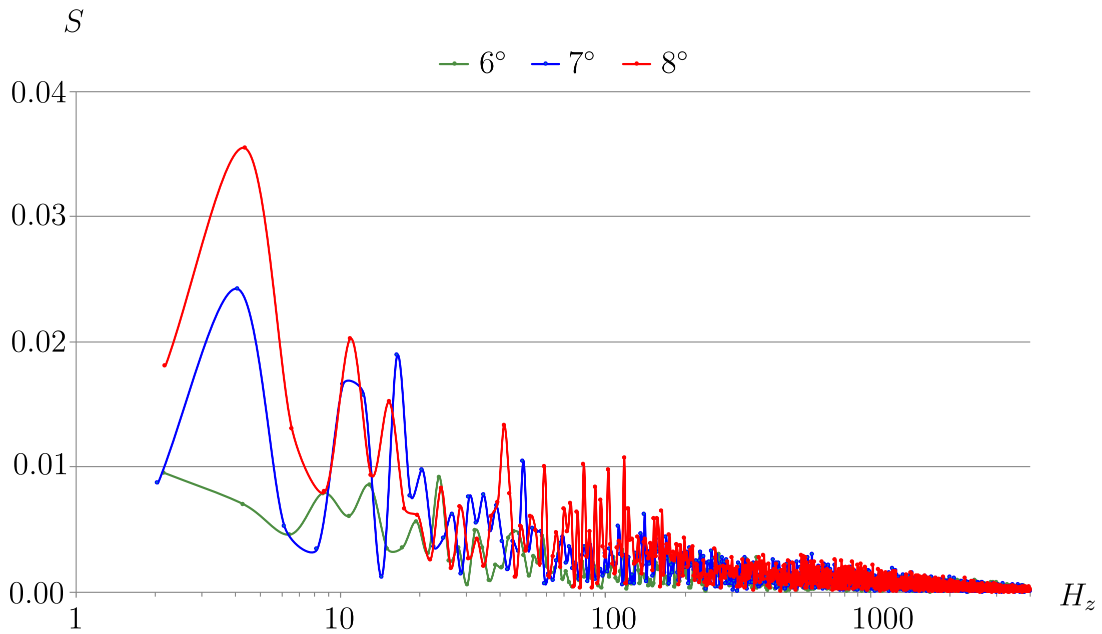


**Рис. 8.** Спектральная плотность мощности коэффициента подъемной силы для больших углов атаки

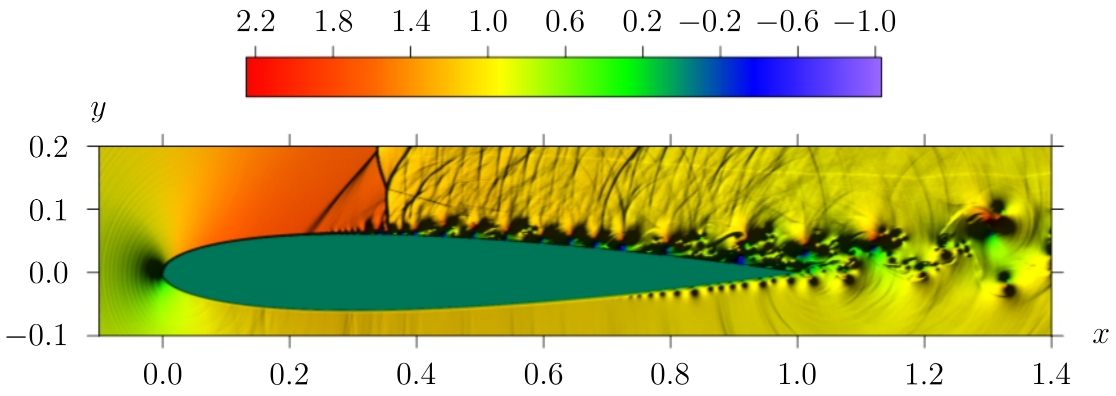


**Рис. 9.** Градиентная картина распределения продольной компоненты скорости, $\alpha = 4°$, $\mathrm{M} = 0.7, \mathrm{Re} = 2.63 \cdot 10^6$

по потоку до координаты $x$, примерно равной $0.1$, и также как и для минимума коэффициента $C_L$, широкой вихревой полосой стекающую с крыла вниз по потоку. Поле продольной компоненты $u_x$ вектора скорости потока в данном случае слева завершается косым скачком, начинающимся при $x = 0.1$, и имеет сложную структуру, содержащую систему ветвящихся и пересекающихся косых скачков. А так как максимумы и минимумы коэффициента $C_L$ во времени с определенной периодичностью повторяются, то отрывная зона на подветренной стороне профиля крыла совершает возвратно поступательные перемещения. Это свидетельствует о наличии бафтинга, процесса интенсивного изменения параметров с повторяющимися во времени циклами.

**Заключение**

Теоретически решена задача о возникновении скоростного бафтинга на профиле NACA0012. С этой целью была использована квазигазодинамическая система уравнений, полученная в результате решения кинетического уравнения Больцмана без использования гипотезы о сплошности рассматриваемой среды (в данном случае атмосферы Земли).

При численном решении данной системы дифференциальных уравнений с частными производными для интегрирования по времени была использована разностная схема второго порядка точности. Пространственные частные производные аппроксимировались с высокими порядком: конвективные слагаемые на основе WENO–схем, а диссипативные — симметричными разностными схемами.

Показано, что при наличии углов атаки, когда дозвуковые скорости полета близки к звуковым, на подветренной стороне крыла образуется ударная волна, за которой возникает отрывная зона с интенсивными колебаниями гидромеханических параметров. Для углов атаки больших шести градусов колебания начинаются и перед ударной волной.

Наиболее интенсивные вибрационные воздействия на профиль крыла наблюдаются при углах атаки, равных семи и восьми градусам. При этих углах атаки вибрационное воздействие имеет место, начиная с $x = 0.1$ от передней кромки профиля крыла, но максимум колебаний с частотой около 130 Гц и амплитудой двукратно превышающей величину среднего давления соответствует месту нахождения ударной волны при $x = 0.4$ от передней кромки профиля. Определено, что при углах атаки выше 7 градусов имеет место автоколебательный режим течения, а значит, можно говорить о возникновении скоростного бафтинга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гарифуллин М.Ф. Бафтинг. М.: Физматлит, 2010.

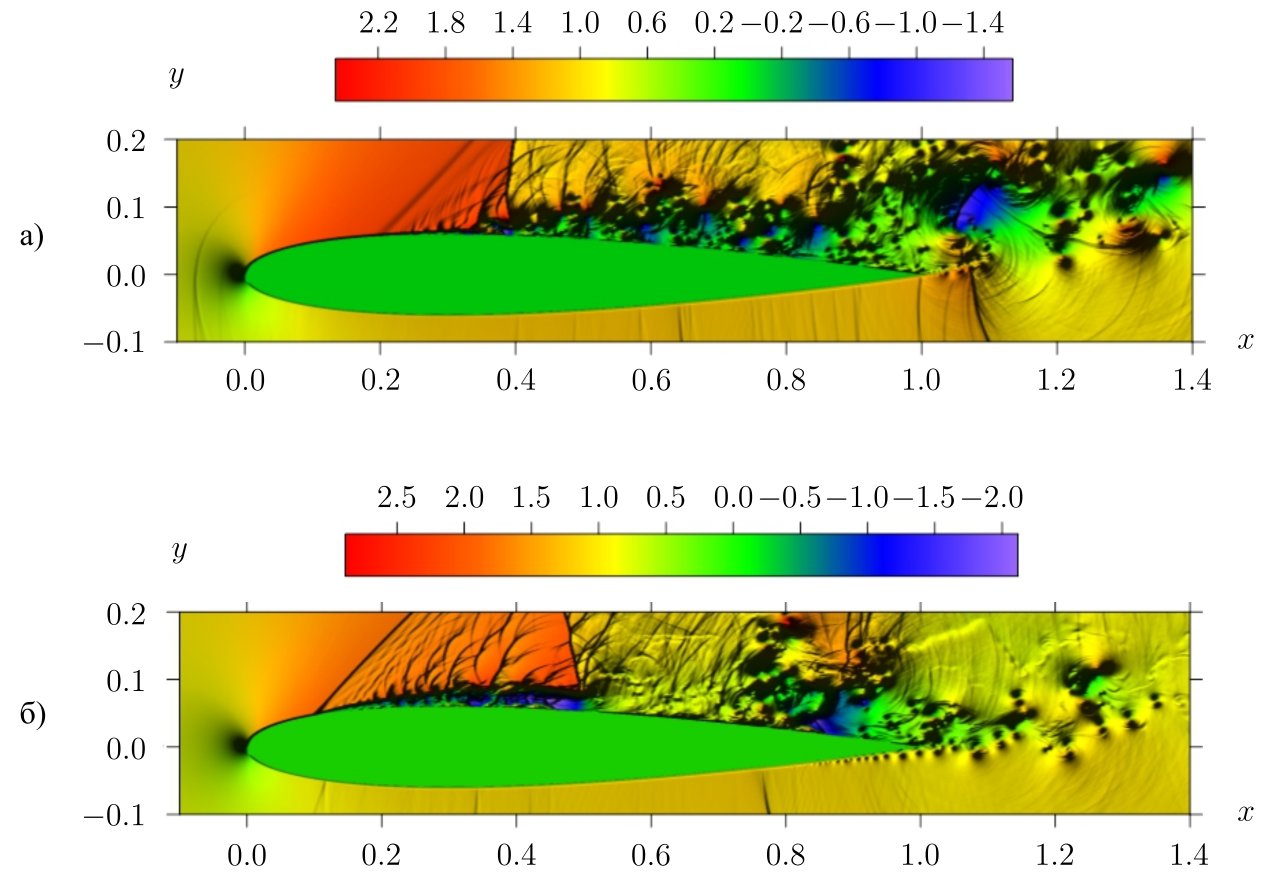


**Рис. 10.** Градиентная картина распределения продольной компоненты скорости (*а* — локальный минимум $C_L$, *б* — локальный максимум $C_L$) $\alpha = 8°$, $\mathrm{M} = 0.7, \mathrm{Re} = 2.63 \cdot 10^6$

2. Фам Т.В. Численное моделирование процессов возникновения бафтинга в трансзвуковом потоке и методы управления бафтингом: дис. ... к-та физ.-матем. наук / ФАЛТ МФТИ. Жуковский, 2014. 123 с.
3. Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н. Кинетические алгоритмы для расчета газодинамических течений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1985. Т. 25. № 10. С. 1526–1533. http://mi.mathnet.ru/zvmmf4107
4. Четверушкин Б.Н. Кинетически-согласованные схемы в газовой динамике: новая модель вязкого газа, алгоритмы, параллельная реализация, приложения. М.: Изд-во МГУ, 1999.
5. Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и высокопроизводительные многопроцессорные вычисления в газовой динамике // Вычислительные технологии. 2002. Т. 7. № 6. С. 65–89.
6. Temam R. Navier–Stokes equations: Theory and numerical analysis. North-Holland, Amsterdam, 1984.
7. Русяк И.Г., Липанов А.М., Ушаков В.М. Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2016.
8. Алиев А.В. Внутренняя баллистика РДТТ. М.: Машиностроение, 2007.
9. Gottlieb S., Shu C.W. Total variation diminishing Runge–Kutta schemes // Mathematics of computation. 1998. Vol. 67. No. 221. P. 73–85.
10. Liu X-D., Osher S., Chan T. Weighted essentially nonoscillatory schemes // J. Comp. Phys. 1994. Vol. 115. No. 1. P. 200–212. https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1187
11. Липанов А.М. Теоретическая механика ньютоновских сред. М.: Наука, 2011.
12. Дородницын Л.В. Неотражающие граничные условия и численное моделирование задач обтекания // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. Т. 51. № 1. С. 152–169.

13. McDevitt J.B., Okuno A.F. Static and dynamic pressure measurements on a NACA0012 airfoil in the Ames high Reynolds number facility // NASA – TP – 2485, 1985. NASA Ames, CA, USA.
14. Braza M. NACA0012 with Aileron // Unsteady effects of shock wave induced separation. Berlin: Springer, 2011. P. 101–131. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03004-8_4
15. Липатов И.И., Фам Т.В., Приходько А.А. Численное моделирование процессов возникновения бафтинга // Труды МФТИ. 2014. Т. 6. № 2. С. 122–132.
16. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 03.07.2019

Липанов Алексей Матвеевич, академик РАН, главный научный сотрудник, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Россия, г. Москва, Миусская пл., 4.
E-mail: aml35@yandex.ru

Карсканов Сергей Андреевич, к. ф.-м. н., старший научный сотрудник, Институт механики, Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, 426067, Россия, г. Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34.
E-mail: ser@udman.ru

Чернышев Сергей Леонидович, академик РАН, научный руководитель ФГУП «ЦАГИ», Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского, 140180, Россия, Московская область, г. Жуковский, ул. Жуковского, 1.
E-mail: info@tsagi.ru

Липатов Игорь Иванович, член-корреспондент РАН, начальник отдела, Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского, 140180, Россия, Московская область, г. Жуковский, ул. Жуковского, 1.
E-mail: lipatow@postman.ru

**Цитирование:** А. М. Липанов, С. А. Карсканов, С. Л. Чернышев, И. И. Липатов. Теоретическое исследование условий возникновения скоростного бафтинга // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 3. С. 382–395.

VESTNIK UDMURTSKOGO UNIVERSITETA. MATEMATIKA. MEKHANIKA. KOMP'UTERNYE NAUKI

MECHANICS 2019. Vol. 29. Issue 3. Pp. 382–395.

*A. M. Lipanov, S. A. Karskanov, S. L. Chernyshev, I. I. Lipatov*

**Theoretical investigation of conditions for the appearance of high-speed bufting**

*Keywords*: high-speed buffeting, shock waves, quasi-hydrodynamic equations, direct numerical simulation, high-order approximation.

MSC2010: 35Q30, 76G25

DOI: 10.20537/vm190308

Numerically, the phenomenon of the appearance of high-speed bufting is investigated for the case of a transonic flow past the NACA0012 airfoil. A mathematical model based on high-order approximation algorithms is formulated, which makes it possible to calculate nonstationary separated flows. The model is based on the integration of quasi-hydrodynamic equations. A parametric investigation of high-velocity viscous gas flow past an airfoil as a function of the angle of attack is carried out. Both instantaneous and averaged flow patterns are analyzed. The distributions of the pulsation characteristics of flows are obtained at different angles of attack. Regularities in the onset of detachment of the boundary layer are revealed, and the effect of shock waves on the nature of the flow near the surface of the airfoil is determined. The critical angle of attack at which high-speed bufting begins is determined.

## REFERENCES

1. Garifullin M.F. *Bafting* (Buffeting), Moscow: Fizmatlit, 2010.
2. Fam T.V. *Numerical simulation of the occurrence processes of buifting in the transonic flow and methods of controlling the bufting*, Cand. Sci. (Phys.-Math.) Dissertation, Zhukovsky, 2014, 123 p. (In Russian).
3. Elizarova T.G., Chetverushkin B.N. Kinetic algorithms for calculating gas dynamic flows, *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1985, vol. 25, no. 5, pp. 164–169. https://doi.org/10.1016/0041-5553(85)90194-6
4. Chetverushkin B.N. *Kineticheski-soglasovannye skhemy v gazovoi dinamike: novaya model' vyazkogo gaza, algoritmy, parallel'naya realizatsiya, prilozheniya* (Kinetically consistent schemes in gas dynamics: a new viscous gas model, algorithms, parallel implementation, applications), Moscow: Moscow State University, 1999.
5. Chetverushkin B.N. Kinetic schemes and high-performance multiprocessing calculations in gas dynamics, *Computational Technologies*, 2002, vol. 7, no. 6, pp. 65–89.
6. Temam R. Navier–Stokes equations: Theory and numerical analysis. North-Holland, Amsterdam, 1984.
7. Rusyak I.G., Lipanov A.M., Ushakov V.M. *Fizicheskiye osnovy i gazovaya dinamika goreniya porokhov v artilleriiskikh sistemakh* (Physical basis and gas dynamics of burning of gunpowders in artillery systems), Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Science, 2016.
8. Aliyev A.V. *Vnutrennyaya ballistika RDTT* (Internal ballistics of RDTT), Moscow: Mashinostroenie, 2007.
9. Gottlieb S., Shu C.-W. Total variation diminishing Runge–Kutta schemes, *Mathematics of Computation*, 1998, vol. 67, no. 221, pp. 73–85.
10. Liu X-D., Osher S., Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes, *J. Comp. Phys.*, 1994, vol. 115, no. 1, pp. 200–212. https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1187
11. Lipanov A.M. *Teoreticheskaya mekhanika n'yutonovskikh sred* (Theoretical mechanics of newtonian media), Moscow: Nauka, 2011.
12. Dorodnicyn L.V. Nonreflecting boundary conditions and numerical simulation of external flows, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2011, vol. 51, no. 1, pp. 143–159. https://doi.org/10.1134/S0965542511010076
13. McDevitt J.B., Okuno A.F. Static and dynamic pressure measurements on a NACA0012 airfoil in the Ames high Reynolds number facility, *NASA – TP – 2485*, 1985. NASA Ames, CA, USA.

14. Braza M. NACA0012 with Aileron, *Unsteady effects of shock wave induced separation*, Berlin: Springer, 2011, pp. 101–131. https://doi.org/10.1007/978-3-642-03004-8_4
15. Lipatov I.I., Fam T.V., Prikhod'ko A.A. Numerical simulations of bufting appearence, *Trudy Moskovskogo Fiziko-Tekhnicheskogo Instituta*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 122–132 (in Russian).
16. Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika* (Theoretical hydromechanics), Moscow: Nauka, 1968.

Received 03.07.2019

Lipanov Aleksei Matveevich, Academician of the Russian Academy of Sciences, Chief Researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Miusskaya pl., 4, Moscow, 125047, Russia.
E-mail: aml35@yandex.ru

Karskanov Sergei Andreevich, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher, Institute of Mechanics, Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. T. Baramzinoi, 34, Izhevsk, 426067, Russia.
E-mail: ser@udman.ru

Chernyshev Sergei Leonidovich, Academician of the Russian Academy of Sciences, Chief Scientific Officer, Central Aerohydrodynamic Institute, ul. Zhukovskogo, 1, Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russia.
E-mail: info@tsagi.ru

Lipatov Igor Ivanovich, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Head of Department, Central Aerohydrodynamic Institute, ul. Zhukovskogo, 1, Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russia.
E-mail: lipatow@postman.ru

**Citation:** A. M. Lipanov, S. A. Karskanov, S. L. Chernyshev, I. I. Lipatov. Theoretical investigation of conditions for the appearance of high-speed bufting, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2019, vol. 29, issue 3, pp. 382–395.