Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы начинаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» или по электронному адресу:* math@kvant.info *(с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие в конкурсе не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон. По традиции, кружки-победители заочного конкурса приглашаются на финальный очный турнир.

1. Шахматная фигура, которая умеет ходить и как ладья, и как конь, называется канцлером, а фигура, сочетающая возможности ферзя и коня, – магараджей. Расставьте на шахматной доске 8×8 четыре канцлера и четыре магараджи так, чтобы ни одна из фигур не била никакую другую.

А.Грибалко

2. Числа A и B называются *дружественными*, если сумма всех делителей числа A, кроме самого A, равна B, а сумма всех делителей числа B, кроме самого B, равна A. (Например, 220 и 284 – дружественные.) Взяли два дружественных числа A и B. Затем нашли сумму чисел, обратных к делителям числа A, вычли единицу и получили результат α. Проделав то же самое для числа B, получили результат β. Чему равно произведение $\alpha\beta$?

Г.Гальперин

3. В стране 100 городов. Некоторые пары городов соединены автомобильной дорогой, и между любыми двумя городами есть авиационное сообщение. Известно, что из каждого города выходит нечетное число дорог. Путешественник хочет проехать по каждой дороге ровно один раз (в одном из двух направлений). Какое наименьшее число авиаперелетов ему для этого придется сделать?

П.Кожевников

4. Натуральное число a назовем *уютным*, если одно из чисел $a - 1$ и $a + 1$ простое, а другое – составное. Докажите, что уютных чисел бесконечно много.

Д.Швецов

5. В четырехугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла BCD, при этом угол BCD равен $120°$ и угол BAD равен $30°$. Докажите, что периметр треугольника BCD равен длине диагонали AC.

В.Произволов

Об одной хорошо забытой старой задаче

В.ДОЦЕНКО, К.ШРАМОВ

Ехали медведи
На велосипеде,
А за ними раки
На хромой собаке,
А за ними кот
Задом наперед...

К.Чуковский

Введение

Весной 2005 года авторы этой статьи подбирали задачи для вступительных собеседований в 9 математический класс 57-й школы города Москвы. На одно из последних собеседований было решено выбрать несколько малоизвестных (хотя бы восьмиклассникам) довольно содержательных задач, решение каждой из которых было бы – по той или иной причине – серьезным аргументом в пользу того, что решивший ее школьник сможет учиться в математическом классе. Вот условие одной из них:

Расстояние между городами А и Б равно 30 км. Три туриста хотят добраться из города А в город Б. У них есть мотоцикл, на котором каждый из них может ехать со скоростью 60 км/ч, и велосипед, на котором каждый из них может перемещаться со скоростью 15 км/ч. Пешком каждый из них может перемещаться со скоростью 6 км/ч. Любое из средств передвижения можно оставить на дороге, чтобы кто-то из оставшихся туристов им воспользовался.

а) Докажите, что туристам не удастся организовать путешествие так, что прибывший последним затратит на путь менее 2,5 часов.