

В заключение отметим, что по мере нарастания пограничного слоя вниз по потоку собственные колебания энтропийного слоя сближаются по масштабам с модами пограничного слоя. На режиме поглощения, при котором $\delta \sim r_N$, следует ожидать быстрого нарастания интенсивности пульсаций в пограничном слое за счет проникновения в него возмущений, развившихся в энтропийной зоне. Такой эффект наблюдался в экспериментах [16].

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений.— М.: ИЛ, 1962.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности.— Новосибирск: Наука, 1987.
4. Wilson R. E. Laminar boundary layer growth at hypersonic speeds // J. Spacecraft and Rockets.— 1965.— V. 2, N 5.
5. Stetson K. F. Effect of bluntness and angle of attack on boundary layer transition on cones and biconic configurations.— N. Y., 1979.— (Pap./AIAA; N 79-0269).
6. Белолицкий В. М., Степанова Л. И. Оценка влияния притупления на переход пограничного слоя при больших сверхзвуковых скоростях // Математические модели и вычислительные методы механики сплошной среды.— Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1979.
7. Соколов Л. А. О влиянии энтропийного слоя на распространение нестационарных возмущений в пограничном слое с самоиндуцированным давлением // ПМТФ.— 1984.— № 3.
8. Khan M. M. S., Reshotko E. Stability of the laminar boundary layer on a blunted plate in supersonic flow // Laminar-turbulent transition symp., Stuttgart, 1979.— Berlin, 1980.
9. Khan M. M. S., Reshotko E. Stability of the laminar boundary layer on a blunted plate in supersonic flow.— S. l., 1980.— (FTAS/TR — 79-142).
10. Якура Дж. Теория энтропийных слоев и затупления носка в гиперзвуковом течении // Исследование гиперзвуковых течений.— М.: Мир, 1964.
11. Найфа А. Введение в методы возмущений.— М.: Мир, 1984.
12. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости.— М.: ИЛ, 1958.
13. Федорюк М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1983.
14. Гуцин В. Р., Федоров А. В. Асимптотический анализ невязких возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ.— 1989.— № 1.
15. Абрамович М., Стилган П. Справочник по специальным функциям.— М.: Наука, 1979.
16. Stetson K. F., Thompson E. R., Donaldson J. C., Siler L. G. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. Pt 2: Blunt cone.— N. Y., 1984.— (Pap./AIAA; N 84-0006).
17. Косинов А. Д., Маслов А. А., Шевельков С. Г. Экспериментальное исследование влияния притупления передней кромки плоской пластины на развитие треммерных волн в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ.— 1987.— № 2.
18. Федорченко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость.— М.: Наука, 1981.
19. Войко И. П., Балев О. Г. О критериях абсолютной и конвективной неустойчивости.— Киев, 1973.— (Препр./АН СССР, Ин-т теорет. физики; N 73-55P).

г. Жуковский

Поступила 25/IV 1989 г.

УДК 533.6.011+536.253

Г. М. Махвиладзе, С. Е. Якуш

О ВЛИЯНИИ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ НА ПОДЪЕМ ЗАПЫЛЕННОГО ТЕПЛОВОГО ТЕРМИКА

Поднимающееся облако нагретого газа (термик) способно переносить на значительные расстояния различные аэрозольные примеси, содержащиеся в приземном слое атмосферы (пыль, сажа). Вынос большого количества мелкодисперсных частиц в верхние слои атмосферы может иметь последствия глобального характера [1], поэтому важное значение приобретает математическое моделирование подобных процессов.

Основные этапы эволюции плавучего облака довольно подробно изучались методом численного интегрирования. Так, образование термика и последующее воз-

никновение вихревой структуры в результате точечного взрыва в сжимаемой атмосфере рассматривалось в [2]. В [3, 4] построено численное решение уравнений несжимаемой среды в приближении Буссинеска, отдельно рассчитаны начальный и автомодельный участки движения, а также стадия зависания. Турбулентный характер течения учитывался введением постоянных эффективных коэффициентов переноса, величина которых определялась из соответствия расчетных интегральных характеристик — автомодельной координаты верхней кромки и угла расширения облака — их экспериментальным значениям [3, 5]. На основе полученных зависимостей в [3, 4] решен ряд задач, в частности вопрос о выносе в стратосферу пассивно переносимой (не оказывающей влияния на движение газа) примеси.

Сравнение расчетных и опытных данных по закону подъема верхней кромки термика использовалось затем в [6—8] для выбора коэффициентов турбулентного обмена в случае сжимаемой среды, когда плотность атмосферы сильно изменяется с высотой из-за весовой сжимаемости газа. В [6, 7] показано, что динамика подъема описывается двумя параметрами — числом Рэлея (или Грасгофа) и начальной высотой термика. Найденные зависимости позволили провести сквозной расчет всех стадий эволюции термика в неоднородной сжимаемой атмосфере [6, 8].

В [9] модель сжимаемой среды применялась для исследования выноса горячим термиком в стратосферу аэрозольных частиц, находящихся вначале в приземном цилиндрическом слое. Получены данные о степени захвата частиц из приповерхностной области и о доле примеси, попадающей в стратосферу, результаты сопоставляются с приведенными в [1] оценками. При описании дисперсной фазы учитывалось ее активное воздействие на газ благодаря своему весу и тепловым свойствам. Такая примесь не имеет собственного давления и, вообще говоря, не может рассматриваться как дополнительная газовая компонента.

В данной работе детально исследуется вертикальный перенос активной примеси первоначально запыленным всплывающим термиком. Анализируются весовой и энергетический механизмы межфазного взаимодействия и их относительное влияние на процесс подъема плавучего облака при различной степени загрузки термика примесью. Обсуждаются пределы применимости односкоростной модели, особенности движения термика в случае большой начальной загрузки. На основании полученных результатов изучается вопрос о границах справедливости приближения пассивной примеси.

1. Пусть в начальный момент над плоской горизонтальной поверхностью находится неподвижное сферическое облако горячего газа, содержащее равномерно по объему мелкодисперсные частицы. Для описания несущей и дисперсной фаз применяется континуальный подход. Кроме того, частицы считаются достаточно мелкими, так что характерное время скоростной и температурной релаксации намного меньше времени развития конвекции $(R_0/g)^{1/2}$ (R_0 — начальный радиус термика, g — ускорение силы тяжести). В рамках стоксова закона сопротивления время скоростной релаксации одиночной частицы порядка $d^2/18\nu\varepsilon$ (d — диаметр частицы, ν — вязкость газа, $\varepsilon = \rho_{10}/\rho_2^0$ — отношение истинных плотностей газа и примеси) и сравнимо со временем развития конвекции при $d \sim d_* = (18\nu\varepsilon \sqrt{R_0/g})^{1/2}$. Для $R_0 \sim 10^3$ м, $\nu = 0,15$ см²/с, $\varepsilon = 10^{-3}$ имеем $d_* \sim 1$ мм. Время температурной релаксации частиц равно $d^2/4\chi\varepsilon$ (χ — температуропроводность газа) и совпадает по порядку величины со временем выравнивания скоростей фаз. Для частиц, размеры которых существенно меньше d_* ($d \leq 10 \div 100$ мкм), можно принять гипотезу мгновенной релаксации [10].

Введем безразмерные переменные, приняв в качестве масштабов давления, плотности и температуры значения этих параметров в невозмущенной атмосфере у подстилающей поверхности P_0, ρ_{10}, T_0 ($P_0 = \rho_{10}R^0T_0$, R^0 — газовая постоянная). Кроме того, как и в [6, 7], выберем фиксированный линейный масштаб L порядка характерного радиуса облака (масштабы скорости и времени — $(Lg)^{1/2}$ и $(L/g)^{1/2}$ соответственно), а все окончательные результаты приведем к виду, не зависящему от конкретного значения L . Нестационарное осесимметричное движение двухфазной системы рассматривается в цилиндрической системе координат (r, z) , начало которой находится на подстилающей поверхности под центром термика. Несущая среда описывается уравнениями вязкого сжимаемого газа, дисперсная примесь — уравнением конвективной диффузии

$$(1.1) \quad \frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div} \mathbf{U}, \quad P = \rho_1 T, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2;$$

$$(1.2) \quad \rho \frac{d\mathbf{U}}{dt} = -\frac{1}{\gamma M^2} \nabla P + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left[\Delta \mathbf{U} + \frac{1}{3} \nabla (\operatorname{div} \mathbf{U}) \right] + \rho g;$$

$$(1.3) \quad (\rho_1 + \gamma_1 \rho_2) \frac{dT}{dt} = -(\gamma - 1) P \operatorname{div} \mathbf{U} + \frac{\gamma}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \Delta T;$$

$$(1.4) \quad \frac{\partial \rho c}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho c \mathbf{U}) = \frac{1}{\operatorname{Re} \operatorname{Sc}} \Delta c, \quad c = \rho_2 / \rho,$$

$$\mathbf{U} = (u, v), \quad \mathbf{g} = (0, -1), \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla), \quad \Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Здесь индекс 1 относится к газу, 2 — к примеси, $\gamma_1 = c_2/c_v$ — отношение теплоемкостей фаз, остальные обозначения общеприняты (см. [9]). Турбулентный характер течения учитывается путем введения постоянных эффективных коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности, выбор которых обосновывается ниже. Уравнение переноса тепла (1.3) показывает, что удельная объемная теплоемкость всей смеси из-за присутствия частиц увеличивается по сравнению с чисто газовой (добавляется слагаемое $\gamma_1 \rho_2$).

Начальные и граничные условия задаются следующим образом:

$$(1.5) \quad t = 0: \mathbf{U} = 0, T = T_a + \theta_0 \exp [-(r^2 + (z - H)^2)/R^2],$$

$$P = P_a, \rho_2 = M_{21} \exp [-(r^2 + (z - H)^2)/R^2], \rho_1 = P/T, \rho = \rho_1 + \rho_2;$$

$$(1.6) \quad r = 0: u = 0, \partial \varphi / \partial r = 0, \varphi = \{v, P, T, c\};$$

$$(1.7) \quad z = 0: \mathbf{U} = 0, \partial T / \partial z = 0, \partial c / \partial z = 0;$$

$$(1.8) \quad r^2 + z^2 \rightarrow \infty: \mathbf{U} = 0, T = T_a, P = P_a, c = 0,$$

R и H — начальные радиус и высота термика; величина M_{21} характеризует загрузку облака примесью; для параметров невозмущенной атмосферы, как и в [9], использовались соотношения

$$\frac{1}{T_a} \left(\frac{dT_a}{dz} + (\gamma - 1) M^2 \right) = k, \quad \frac{dP_a}{dz} = -\gamma M^2 \rho_a \quad (\rho_a = P_a/T_a),$$

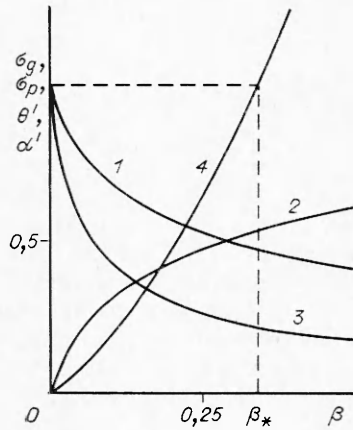
соответствующие международной стандартной атмосфере (ρ_a — плотность атмосферы, $k = N^2 L/g$ — параметр стратификации, $N^2 = \text{const} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-2}$ до высот 10–16 км).

Система уравнений (1.1)–(1.8) решалась численно при помощи неявной трехслойной схемы по координатного расщепления [6], представляющей собой модификацию метода [41] и обладающей улучшенными консервативными свойствами. Применялись неравномерные перестраиваемые сетки размером 40×50 , число Куранта возрастало от 0,25–0,5 в начале подъема до 3,5–4 на поздних стадиях эволюции термика. Все результаты ниже получены при $\gamma = 1,4$, $M = 0,3$, $k = 1,22 \cdot 10^{-2}$, что соответствует реальным параметрам невозмущенной атмосферы при $L = 10^3 \text{ м}$, $T_0 = 273 \text{ К}$, $P_0 = 1 \text{ атм}$.

2. Начальные условия (1.5) наряду с высотой центра облака H содержат параметры R , θ_0 , M_{21} , задающие его исходное состояние. Из эксперимента чаще всего известны лишь интегральные характеристики термика — затраченная на его образование суммарная тепловая энергия Q_0 (составляющая некоторую долю полной энергии взрыва Q_{Σ} : $Q_0 = a Q_{\Sigma}$, $a \approx 1$ для пороховых зарядов, $a \approx 0,35$ для ядерных взрывов [1, 3, 5]) и примерная полная масса находящейся в объеме облака примеси M_{Σ} , а также перегрев в центре термика ΔT_* . Поэтому в качестве определяющих целесообразно выбрать отвечающие характеристикам безразмерные параметры $I_0 = Q_0 / (2\pi \rho_{10} c_p T_0 L^3)$, $m = M_{\Sigma} / \rho_{10} L^3$, $\theta_* = \Delta T_* / T_0$, а величины R , θ_0 и M_{21} выразить через них следующим образом.

Радиус чисто газового термика с запасом тепла I_0 можно найти по начальному полю температуры (1.5) и перегреву (из экспериментов), положив $\theta_0 = \theta_*$ и численно разрешив относительно R уравнение

$$(2.1) \quad I_0 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho_1 \theta r \, dr \, dz = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{P_a \theta}{T_a + \theta} r \, dr \, dz,$$



Р и с. 1

требуется детальное рассмотрение процесса формирования запыленного термика, что представляет собой сложную проблему. В данной работе предполагается, что радиусы запыленного и чисто газового облаков примерно одинаковы, но температура термика из-за наличия примеси снижается от θ_* до θ_0 . Поэтому R по-прежнему вычисляется из соотношения (2.1) по запасу тепла I_0 и характерному перегреву θ_* (наличие примеси не учитывается). Из (1.5) по заданному суммарному количеству примеси m можно найти параметр M_{21} , а затем, численно разрешив интегральное уравнение (2.2), определить начальный перегрев θ_0 . Приведенную процедуру нетрудно видоизменить, если из эксперимента известны, например, начальная энергия I_0 и радиус запыленного термика, но не известна величина перегрева θ_* .

Результаты расчета начального состояния термика удобно интерпретировать с помощью двух дополнительных параметров, характеризующих тепловой баланс в термике и действующие на него силы.

Способность примеси запастись частью выделившегося тепла описывается параметром $\beta = c_2 M_{\Sigma} T_0 / Q_0 = \gamma_1 m / 2\pi \gamma I_0$, представляющим собой отношение тепла, поглощаемого всей примесью при повышении ее температуры на величину T_0 , к полной тепловой энергии термика Q_0 . Введение параметра β позволяет единым образом описать распределение тепла между фазами. Расчеты начального состояния термика в широком диапазоне параметров $0 \leq m \leq 10$; $0 \leq \gamma_1 \leq 10$; $0,1 \leq I_0 \leq 2,7$ при $H = 1,56$, $\theta_* = 21$ (при $T_0 = 273$ К это значение соответствует экспериментально наблюдаемой температуре в термике [1]) изображены на рис. 1 в виде зависимости от β доли энергии, запасенной газом $\sigma_g = I_g / I_0$ и частицами $\sigma_p = I_p / I_0$ (кривые 1 и 2). Здесь же нанесено отношение температур запыленного и чисто газового термик $\theta' = \theta_0 / \theta_*$ (кривая 3).

Рассмотрим теперь силы, действующие на газ и на примесь. Выделим отдельно суммарный вес частиц F_- и подъемную силу F_+ , равную разности архимедовой силы и веса газа. В безразмерных переменных $F_- = m$,

$$(2.3) \quad F_+ = \int (\rho_a - \rho_1) dV = \int \frac{P_a}{T_a} \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) dV = \int \frac{1}{T_a} \rho_1 (T - T_a) dV.$$

Если начальная высота термика не слишком велика, можно положить $T_a \approx 1$ (для наибольшего использованного в расчетах значения высоты $H = 6$ погрешность такого приближения не превышает 15%), тогда $F_+ = 2\pi I_g = 2\pi I_0 \sigma_g(\beta)$.

Весовое воздействие примеси характеризуется параметром α , равным отношению веса частиц к подъемной силе:

$$\alpha = F_- / F_+ = m / 2\pi I_g = m / 2\pi I_0 \sigma_g.$$

где $\theta = T - T_a = \theta_* \exp[-(r^2 + (z - H)^2) / R^2]$ — перегрев среды в термике. Такой подход применялся в [6, 7], причем получаемые при различных I_0 геометрические размеры термика оказались достаточно хорошо соответствующими эмпирическим зависимостям.

Наличие в термике дисперсной примеси приводит к тому, что часть тепла тратится на нагрев частиц, энергия I_0 распределяется между газом и добавкой

$$(2.2) \quad I_0 = I_g + I_p,$$

$$I_g = \int_0^\infty \int_0^\infty \rho_1 \theta r dr dz, \quad I_p = \frac{\gamma_1}{\gamma} \int_0^\infty \int_0^\infty \rho_2 \theta r dr dz.$$

Естественно, размеры и температура запыленного термика будут отличаться от своих значений в чисто газовом облаке с энергией I_0 . Для их нахождения, вообще говоря,

Связь между величинами α и β имеет вид $\alpha\gamma_1 = \gamma\beta/\sigma_g(\beta)$. На рис. 1 показана зависимость функции $\alpha' = \alpha\gamma_1$ от параметра β (кривая 4). Рост загрузки облака примесью (увеличение β) приводит к уменьшению подъемной силы F_+ вследствие уменьшения запасаемого газом тепла и одновременному возрастанию веса частиц. При достаточно большой степени загрузки силы F_+ и F_- становятся равны, что соответствует нулевой начальной плавучести и критической величине $\alpha_* = 1$. Критическое значение параметра $\beta = \beta_*$ определим путем решения уравнения $\gamma_1 = \gamma\beta_*/\sigma_g(\beta_*)$. Так, при $\gamma_1 = 1$ $\beta_* \approx 0,34$. Заметим, что, если бы частицы не влияли на силу F_+ через отбор у газа части тепла, критическое значение β_* имело бы величину $\beta_* = \gamma^{-1} = 0,71$. Следовательно, тепловое воздействие примеси снижает критическую загрузку примерно вдвое.

3. Как отмечалось выше, в [6, 7] установлена зависимость, позволяющая единым образом описать автомодельную координату верхней кромки ξ_K газового термика, поднимающегося в атмосфере с переменной плотностью и переносящего пассивную примесь. Она имеет вид $\xi_K(H', Gr) = F(H')G(Gr)$, где $\xi_K = (dz_K/dt^{1/2})I_0^{-1/4}$, $Gr = Re^2I_0$, функции F и G зависят от безразмерной начальной высоты $H' = \gamma M^2 H$ и числа Грасгофа. Представляет интерес сопоставить с данной зависимостью скорость автомодельного движения запыленного термика.

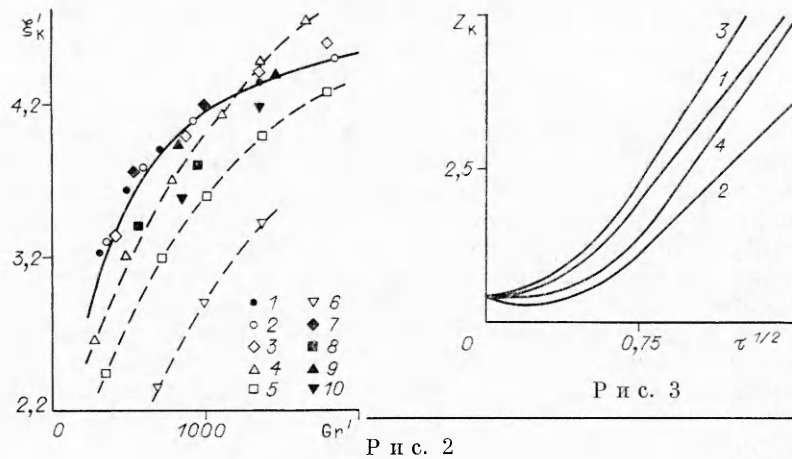
Если примесь аэрозоля, содержащаяся в запыленном термике, не оказывает воздействия на движение газа и подъем облака (пассивная примесь), то должна выполняться приведенная выше зависимость ξ_K от Gr . Безразмерные переменные ξ_K и Gr следует определять по величине тепловой энергии, запасенной только газом:

$$(3.1) \quad \xi'_K(H', Gr') = F(H')G(Gr');$$

$$(3.2) \quad \xi'_K = (dz_K/dt^{1/2})I_g^{-1/4}, \quad Gr' = Re^2I_g.$$

Сравнивая координату верхней кромки для термика, переносящего активную примесь (см. (1.1)–(1.8)), с ξ'_K , рассчитанной по (3.1), можно судить о взаимодействии газовой и дисперсной фаз в процессе подъема. Результаты расчетов движения запыленного термика в виде зависимости $\xi'_K(Gr')$ изображены на рис. 2. Термик первоначально расположен на высоте $H = 1,56$ (при этом входящая в (3.1) величина $H' = \gamma M^2 H = 0,2$); отношение теплоемкостей фаз полагалось равным $\gamma_1 = 1$, поскольку удельная теплоемкость многих твердых веществ (пыль, сажа, песок) близка к теплоемкости воздуха при нормальных условиях. Кроме того, принималось $Pr = Sc = 1$. Сплошная кривая на рис. 2 отвечает подъему газового термика (см. [6, 7]) и описывается соотношением (3.1). Точки 1–6 получены для запыленного термика с энергией $I_0 = 0,68$ при $\alpha = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 0,95$ соответственно. В случае малой загрузки, когда величина α не превышает значения $\alpha_0 \approx 0,4$, автомодельные координаты верхней кромки запыленного и газового термиков в диапазоне $250 \leq Gr' \leq 2000$ с хорошей точностью совпадают: точки 1–3 ложатся на сплошную кривую. Дальнейшее увеличение количества примеси ($\alpha > \alpha_0$) приводит к замедлению подъема облака, вызванному возрастанием веса примеси (точки 4–6). Аналогичны результаты при загрузках $\alpha = 0,2$ и $0,5$ и других значениях начального запаса тепла I_0 : точки 7, 8 отвечают $I_0 = 0,34$, точки 9, 10 — $I_0 = 2,7$.

Перейдем к детальному изучению механизма воздействия примеси на движение газа в процессе подъема запыленного термика. В качестве основной выберем зависимость $\xi'_K(Gr')$ для облака с $I_0 = 0,68$, $\gamma_1 = 1$, $H' = 0,2$, $\alpha = 0,5$ (при этом $\beta = 0,2$, $\sigma_g = 0,57$, $I_g = 0,39$ — см. точки 4 на рис. 2) и сравним с аналогичными зависимостями, найденными при том или ином изменении параметров, задающих межфазное взаимодействие. В основном варианте загрузка термика близка к α_0 , отклонения от (3.1) только начинают проявляться. При малых Gr' термик поднимается медленнее, чем чисто газовый, а при больших Gr' — быстрее



(ср. на рис. 2 сплошную кривую со штриховой, проходящей через точки 4).

Результаты расчетов движения газового и запыленного термика при последовательном учете весового и теплового взаимодействия фаз приведены на рис. 3 для основного варианта при $Gr' = 1650$. Используются координаты $\tau^{1/2} = (t/t_s)^{1/2}$, $Z_k = (z_k - H)/I_g^{1/4} t_s^{1/2}$ ($t_s = k^{-1/2}$ — характерное время подъема термика), не зависящие от выбора линейного масштаба. Динамика подъема чисто газового термика с энергией I_g , содержащего пассивную примесь (в уравнениях движения и переноса тепла полагалось $\rho_2 = 0$), представлена кривой 1. Тангенс угла наклона прямолинейного участка кривой равен величине автомодельной координаты ξ_k' и составляет для данного случая 4,45.

Чтобы учесть только весовое воздействие активной примеси, рассматривалось облако с начальными параметрами, соответствующими основному варианту, но при расчете его эволюции теплоемкость частиц считалась нулевой (в (1.3) $\gamma_1 = 0$). Можно сказать, что дисперсная фаза пассивна в смысле передачи тепла, но активна с точки зрения ее весового воздействия. Динамика подъема такого термика изображена на рис. 3 кривой 2, $\xi_k' = 3,40$.

Кривая 3 получена расчетом с параметрами основного варианта, но с малым начальным количеством примеси ($\alpha = 3,3 \cdot 10^{-2}$) и большой теплоемкостью частиц ($\gamma_1 = 15$). При этом весовое влияние примеси несущественно, но начальная эффективная теплоемкость среды остается неизменной за счет специального выбора величины γ_1 , обеспечивающего то же значение параметра $\beta \sim \gamma_1 \alpha$, что и в основном варианте. Таким образом, примесь активна с точки зрения ее теплового влияния, но не оказывает весового воздействия: для кривой 3 $\xi_k' = 5,10$.

Наконец, результаты расчета основного варианта, когда частицы оказывают как весовое, так и теплое влияние, описываются кривой 4 с $\xi_k' = 4,75$ (верхняя точка 4 на рис. 2).

Из сопоставления кривых 1—4 на рис. 3 можно сделать выводы об относительном вкладе различных механизмов межфазного взаимодействия, определяющих закономерности подъема термика. На начальном этапе движения примесь сосредоточена в центре облака, ее концентрация велика, что приводит к затягиванию стадии разгона запыленного термика (кривые 2, 4) по сравнению с чисто газовым (1). На автомодельной стадии примесь, не обменивающаяся теплом с газом, значительно замедляет подъем (2), тогда как при наличии аккумулирующих тепло, но не обладающих весом частиц возникает более быстрое восходящее течение (3). Указанные факторы влияют на подъем термика противоположным образом: с одной стороны, примесь утяжеляет облако и замедляет его движение, а с другой, отдавая тепло газу, препятствует его остыванию, способ-

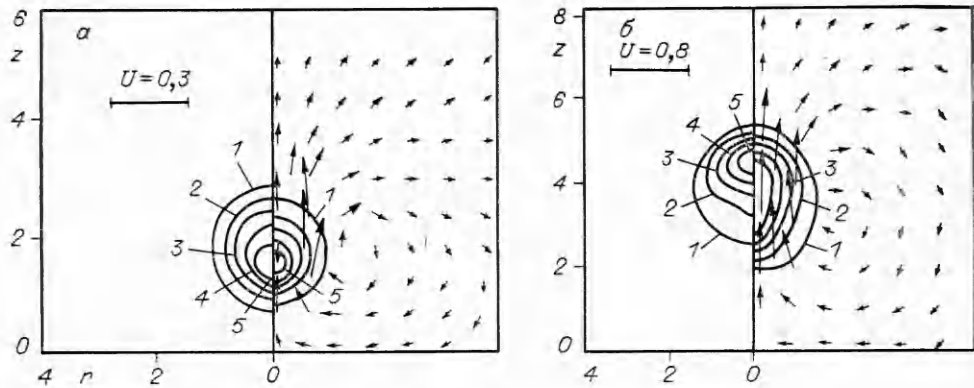
ствуя подъему. Скорость движения запыленного термика зависит от этих факторов. При малой загрузке ($\alpha < \alpha_0$) они взаимно компенсируются, что и объясняет совпадение на рис. 2 точек 1—3 со сплошной кривой. С увеличением загрузки ($\alpha > \alpha_0$) тепловое воздействие примеси становится недостаточным для компенсации ее весового влияния, облако замедляется (точки 5, 6 на рис. 2). В переходной области ($\alpha \sim \alpha_0$, см. точки 4 на рис. 2) преобладание весового или теплового механизма воздействия зависит от интенсивности конвекции, характеризуемой числом Грасгофа. Если для $Gr' = 1650$ скорость подъема запыленного термика на автомоделном участке оказывается выше, чем чисто газового (ср. наклоны кривых 1 и 4 на рис. 3), то при $Gr' = 460$ наблюдается обратная картина: в переносных случаях поочередного «включения» механизмов взаимодействия фаз $\xi'_k = 3,55; 2,20; 4,05; 3,20$. Это означает, что с ростом Gr' более ярко проявляются эффекты, связанные с передачей тепла от примеси несущему газу на автомоделной стадии подъема термика.

4. Введенные в (1.2)—(1.4) коэффициенты турбулентного переноса определяются характером течения, а не только свойствами среды (как в ламинарном случае), поэтому для выбора их величины необходимо привлекать дополнительные данные. Как показано в [3—5], в случае чисто газового термика коэффициенты можно найти из согласования расчетного закона подъема верхней кромки с экспериментальной зависимостью. Сложность перенесения такого подхода на случай запыленного термика состоит в отсутствии необходимых опытных данных о воздействии примеси на динамику движения.

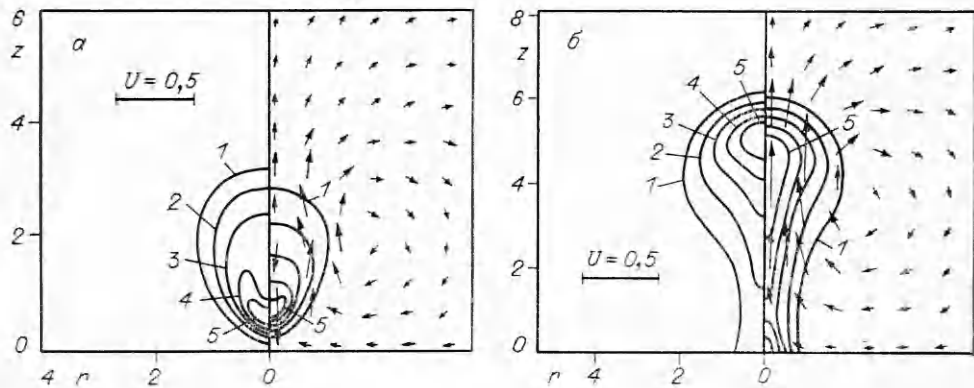
Из приведенных в п. 3 результатов ясно, что для не слишком больших загрузок динамика подъема запыленного термика в неоднородной сжимаемой среде описывается зависимостью (3.1), полученной ранее для чисто газовых термик. Представляется естественным при помощи (3.1) выбирать турбулентные коэффициенты переноса и для термика с частицами. А именно: по известной полной тепловой энергии облака I_0 , массе находящейся в нем примеси и ее теплоемкости определять энергию, запасенную газом. Зная начальную высоту центра облака H и воспользовавшись функциями F и G из [6, 7], входящими в (3.1), можно найти величину Gr' , соответствующую ξ'_k . Нами использовалось экспериментальное значение $\xi'_k = \xi'_* \simeq 4,35$ из [3, 5]. При наличии более полных опытных данных процедура выбора коэффициентов переноса можно уточнить, сравнивая экспериментальную величину ξ'_k с зависимостями рис. 2; Pg и Sc полагались равными единице, что оправдано для развитых турбулентных течений.

5. Процесс подъема запыленного термика при $\alpha < \alpha_0$ аналогичен изучавшемуся в [6, 7] для теплового облака, несущего пассивную примесь. На начальной стадии формируется тороидальное вихревое течение, термик приобретает характерную грибовидную форму; на стадии завихрения возникает многовихревая конфигурация, термик совершает затухающие со временем колебания около уровня стабилизации.

При $\alpha_0 < \alpha < \alpha_*$ наличие активной примеси приводит к появлению определенных особенностей в процессе подъема термика. Так, при $\alpha = 0,56$ ($I_0 = 0,68$, $H = 1,56$, $\gamma_1 = 1$) на начальном этапе концентрация частиц в центре термика достаточно велика, тяжелое ядро затрудняет подъем газа, конвекция в этой области практически отсутствует. На периферии термика, где частиц мало и нагретый газ поднимается вверх, формируется вихревое тороидальное течение. Пространственные распределения избыточной температуры и плотности примеси при $t = 1,6$ показаны на рис. 4, а (слева — изотермы $\theta = \text{const}$, справа — поле скорости и линии $\rho_2 = \text{const}$; изолинии 1—5 здесь и далее построены с интервалом $1/6$ от максимального значения $\theta_m = 2,2$ и $\rho_{2m} = 0,73$ (соответственно $1/6$, $2/6$ и т. д.). Со временем конвекция и диффузионный перенос уменьшают концентрацию примеси в ядре, восходящее течение газа захватывает всю приосевую область, и далее эволюция вихревой структуры аналогич-



Р и с. 4



Р и с. 5

на случай газового облака. На стадии подъема (рис. 4, б: $t = 6,7$, $\theta_m = 0,8$, $\rho_{2m} = 0,16$) форма изолиний некоторое время отличается от полученной в [6, 8] для незапыленного термика: они сильнее вытянуты по вертикали. Затем такие различия сглаживаются, а на стадии зависания концентрация частиц столь мала, что не оказывает заметного влияния на процесс.

При загрузке облака, близкой к критической, воздействие примеси становится еще более значительным. Структура термика при $\alpha = 0,95$ ($I_0 = 0,68$, $H = 1,56$, $\gamma_1 = 1$) приведена на рис. 5, а ($t = 3,9$, $\theta_m = 1$, $\rho_{2m} = 0,68$). В этом случае вес частиц в ядре облака столь велик, что центральная часть термика опускается на поверхность. Восходящие потоки при такой загрузке не могут воспрепятствовать движению примеси вниз и ее скоплению у поверхности. После окончания процесса осаждения вихревое тороидальное течение постепенно начинает увлекать вверх частицы из приповерхностной зоны, вынося примесь на большие высоты (рис. 5, б: $t = 12,8$, $\theta_m = 0,26$, $\rho_{2m} = 0,1$). Отметим, что полученные для $\alpha \sim \alpha_*$ результаты носят качественный характер, поскольку процессы взаимодействия примеси с поверхностью при осаждении (например, неупругое соударение частиц о плоскость) необходимо рассматривать на основе более полной двухскоростной модели среды (как это делалось, например, в [12]). Кроме того, тогда, когда силы, действующие на среду в противоположных направлениях, уравновешиваются и конвекция происходит медленнее, односкоростная модель может оказаться применимой лишь для очень мелких частиц (так как условие ее справедливости состоит в малости скорости витания одиночной частицы по сравнению с конвективной скоростью газа).

Таким образом, при малой загрузке термика примесью ($\alpha < \alpha_0$) подъем запыленного облака происходит так же, как в случае термика,

имеющего запас тепла $I_g < \bar{I}_0$ и переносящего пассивную примесь. Другими словами, приближение пассивной примеси справедливо, если ее суммарный вес не выше 40 % от действующей на газ силы плавучести. При большей загрузке в процессе подъема запыленного термика проявляются особенности, связанные с весом частиц (деформация облака, затягивание начальной стадии, осаждение части примеси на поверхность) и их тепловыми свойствами (изменение эффективной теплоемкости среды, более медленное остывание термика).

ЛИТЕРАТУРА

1. The effect on the atmosphere of a major nuclear exchange.— Washington: Nat. Acad. Press, 1985.
2. Андрущенко В. А., Кестенбойм Х. С., Чудов Л. А. Движение газа, вызванное точечным взрывом в неоднородной атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 6.
3. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере.— Черногоровка, 1985.— (Препр./АН СССР, Ин-т хим. физики).
4. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф. Мощный турбулентный термик в устойчиво стратифицированной атмосфере. Численное исследование // ПМТФ.— 1987.— № 1.
5. Гостинцев Ю. А., Матвеев Ю. С., Небогатов В. Е., Солодовник А. Ф. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиков // ПМТФ.— 1986.— № 6.
6. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Якуш С. Е. Турбулентный осесимметричный термик в неоднородной сжимаемой атмосфере. Численное исследование.— М., 1987.— (Препр./АН СССР, Ин-т прикл. математики; № 303).
7. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Якуш С. Е. О численном моделировании подъема турбулентного термика в неоднородной сжимаемой атмосфере // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 1.
8. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И., Якуш С. Е. Подъем турбулентного осесимметричного термика в неоднородной сжимаемой атмосфере // ПМТФ.— 1989.— № 1.
9. Гостинцев Ю. А., Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Вынос аэрозольных частиц в стратосферу горячим термиком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 6.
10. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
11. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Разностная схема для численного исследования нестационарных двумерных движений сжимаемого газа.— М., 1978.— (Препр./АН СССР, Ин-т прикл. математики; № 113).
12. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. О движении и осаждении облака нагретых частиц // ДАН СССР.— 1982.— Т. 267, № 4.

г. Москва

Поступила 14/XII 1988 г.

УДК 621.565

С. Л. Деменок, В. В. Медведев, С. М. Сивуха,
Н. Н. Сунцов

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТОНКОСЛОЙНЫХ ШАРОВЫХ УКЛАДОК

Засыпки из сферических элементов широко используются в компактных высоконапряженных теплообменных аппаратах. Энергетическая эффективность их применения в значительной степени зависит от гидравлического сопротивления, которое определяется структурой шарового заполнения. Исследованию гидравлического сопротивления случайных (неупорядоченных) шаровых засыпок посвящено много работ (подробный обзор см. в [1]). В некоторых работах исследовано гидравлическое сопротивление регулярных (упорядоченных) укладок шаров, их анализ приведен в [2]. Насколько можно судить по литературе, не существует методики расчета гидравлического сопротивления шарового заполнения, учитывающего влияние числа рядов шаров, сужения канала, а также наличия перфорированных пластин, удерживающих укладку.

Анализ структуры шаровых укладок содержится в [3]. Их практически важными геометрическими характеристиками являются: расстояние между соседними рядами шаров, отнесенное к диаметру шара, h/d ; среднеобъемная порозность шаровой укладки ϵ , равная отношению свободного от