

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Губайдуллин, О. Ю. Болдырева, Д. Н. Дудко, Взаимодействие волны давления с трещиновато-пористой зоной в пористой среде,
Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки, 2024, том 166, книга 3, 331–342

<https://www.mathnet.ru/uzku1670>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.84

21 мая 2025 г., 17:51:21



ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 532.546: 534.1

doi: 10.26907/2541-7746.2024.3.331-342

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ С ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОЙ ЗОНОЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко

*Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, 625026, Россия*

Аннотация

Численно исследовано распространение волны сжатия в пористой среде, содержащей трещиновато-пористую зону. Исследование проведено с использованием двухскоростной модели пористой среды и трехскоростной модели трещиновато-пористой среды. Задача исследована в двумерной постановке. Рассмотрены случаи, когда пористая среда имеет свободную поверхность или является неограниченной. Трещиновато-пористая зона имеет границу в форме эллипса или прямоугольника. Изучено влияние таких неоднородностей на картину распространения возмущений давления.

Ключевые слова: пористая среда, трещиновато-пористая зона, волна, отражение

Введение

Нефтяные пласты могут иметь зонально-неоднородную структуру. Наличие трещиноватых зон может усложнять разработку таких месторождений. Для выявления трещиноватых зон могут применяться волновые методы. В связи с этим актуальной является задача компьютерного моделирования распространения волн в пористой среде, содержащей трещиновато-пористые зоны.

Взаимодействие волн давления с границами между флюидом/твердым телом и пористой/трещиновато-пористой средой, между пористой и трещиновато-пористой средами изучались ранее в ряде работ [1–6]. При этом исследовались процессы отражения и прохождения на границах сред при нормальном и наклонном падении. Однако случай границы с трещиновато-пористой средой рассматривался лишь в трех работах.

В [7] рассмотрены характеристики плоской быстрой продольной волны в пористой среде при падении на границу со средой с двойной пористостью в зависимости от частоты и угла падения. Используются граничные условия – открытые поры и закрытые поры. Показано сильное влияние граничных условий на характеристики коэффициентов отражения и прохождения.

В [8] получены и проанализированы коэффициенты отражения и прохождения при падении плоской гармонической волны из упругого тела в среду с двойной пористостью.

Численное исследование прохождения и отражения волны сжатия в пористой среде от плоского слоя трещиновато-пористой среды при нормальном и наклонном падении выполнено в [9].

Во всех указанных работах процессы изучались для случая плоской границы. В случае криволинейных границ между средами процессы отражения/прохождения волн становятся более сложными, и такие задачи практически не изучены. В настоящей работе рассмотрено распространение волны сжатия в пористой среде с трещиновато-пористой зоной в форме эллипса или прямоугольника и исследованы особенности волновых процессов.

1. Математическая модель

Уравнения движения трещиновато-пористой среды в рамках модели с тремя скоростями и тремя давлениями [10] представлены ниже. При отсутствии трещин эта система сводится к системе уравнений обычной пористой среды с упругим скелетом [11].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^i(\rho_s v_s^i) &= 0, & \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla^i(\rho_f v_f^i) &= -q, & \frac{\partial \rho_{fr}}{\partial t} + \nabla^i(\rho_{fr} v_{fr}^i) &= q, \\ \rho_s \frac{d_s v_s^k}{dt} &= -\alpha_s \nabla^k p_l + \nabla^i \sigma_{s*}^{ik} + F_f^k + F_{fr}^k, \\ \rho_f \frac{d_f v_f^k}{dt} &= -\alpha_f \nabla^k p_f - F_f^k - v_f^k q, & \rho_{fr} \frac{d_{fr} v_{fr}^k}{dt} &= -\alpha_{fr} \nabla^k p_{fr} - F_{fr}^k + v_{fr}^k q, \end{aligned}$$

где ρ_j , v_j и α_j – приведенная плотность, скорость и объемное содержание j -й фазы. Индексы s относятся к параметрам скелета, f – к параметрам жидкости в порах, fr – к параметрам жидкости в трещинах; p_l – усредненное по объему (по порам и трещинам) давление жидкости; σ_{s*} , p_f и p_{fr} – эффективное напряжение в скелете и давление жидкости в порах и трещинах соответственно; q – интенсивность обмена жидкостью между порами и трещинами, k_f – проницаемость системы пор, a_{*j} – характерный размер пор или трещин, a_b – радиус пористых блоков, μ_f – динамическая вязкость жидкости;

$$q = \zeta \frac{\rho_{f0} k_f}{\mu_f} \frac{p_f - p_{fr}}{a_b^2}, \quad k_f = \frac{\alpha_f a_{*f}^2}{\alpha_s \eta_{\mu f}}, \quad p_l = \frac{\alpha_f p_f + \alpha_{fr} p_{fr}}{\alpha_f + \alpha_{fr}}.$$

Силы взаимодействия между скелетом и жидкостью в порах F_f и между скелетом и жидкостью в трещинах F_{fr} приняты в виде суммы сил присоединенных масс F_{mj} и вязкого трения $F_{\mu j}$:

$$\begin{aligned} F_f &= F_{mf} + F_{\mu f}, & F_{fr} &= F_{mfr} + F_{\mu fr}, \\ F_{mf} &= \frac{1}{2} \eta_{mf} \alpha_s \alpha_f \rho_{f0}^{\circ} \left(\frac{d_f v_f}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right), & F_{\mu f} &= \eta_{\mu f} \alpha_s \alpha_f \mu_f a_{*f}^{-2} (v_f - v_s), \\ F_{mfr} &= \frac{1}{2} \eta_{mfr} \alpha_s \alpha_{fr} \rho_{f0}^{\circ} \left(\frac{d_{fr} v_{fr}}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right), & F_{\mu fr} &= \eta_{\mu fr} \alpha_s \alpha_{fr} \mu_{fr} a_{*fr}^{-2} (v_{fr} - v_s), \end{aligned}$$

где ρ_j° – истинная плотность j -фазы, нижний индекс 0 обозначает невозмущенное значение параметра, η_{mj} и $\eta_{\mu j}$ – безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды.

Скелет пористой среды полагается упругим:

$$\begin{aligned} \sigma_{s*}^{ki} &= \alpha_s (\lambda_* \epsilon_s^{mm} \delta^{ki} + 2\mu_* \epsilon_s^{ki} + \nu_* p_l \delta^{ki}), & \frac{d_s \epsilon_s^{ki}}{dt} &= \frac{1}{2} (\nabla^k v_s^i + \nabla^i v_s^k), \\ \lambda_* &= (1 - \eta) \lambda_{*f} + \eta \lambda_{*fr}, & \mu_* &= (1 - \eta) \mu_{*f} + \eta \mu_{*fr}, & \nu_* &= \frac{\lambda_* + \frac{2}{3} \mu_*}{K_s}, \end{aligned}$$

$$\eta = \left[1 + \frac{\alpha_f \nu_{*fr}}{\alpha_{fr} \nu_{*f}}\right]^{-1}, \quad \nu_{*j} = \frac{\lambda_{*j} + \frac{2}{3}\mu_{*j}}{K_s}, \quad j = f, fr,$$

где ϵ_s – деформации скелета трещиновато-пористой среды, λ_* и μ_* – модули упругости.

Уравнение состояния для каждой из фаз принято в акустическом приближении

$$p_s - p_{s0} = K_s(\rho_s^\circ - \rho_{s0}^\circ)/\rho_{s0}^\circ, \quad p_f - p_{f0} = K_f(\rho_f^\circ - \rho_{f0}^\circ)/\rho_{f0}^\circ, \quad p_{fr} - p_{fr0} = K_f(\rho_{fr}^\circ - \rho_{f0}^\circ)/\rho_{f0}^\circ,$$

где p_s – истинное давление в твердой фазе, K_s и K_f – объемные модули упругости для материала скелета и флюида.

Для замыкания системы уравнений использованы соотношения между истинными давлениями в фазах p_f, p_{fr}, p_s и эффективным давлением в скелете p_{s*} , соотношение между истинной и приведенной плотностями, а также уравнение для изменения пористости внутри пористого блока

$$p_{s*} = \alpha_s(p_s - p_l), \quad p_{s*} = -\frac{1}{3}\sigma_{s*}^{mm},$$

$$\rho_j = \alpha_j \rho_j^\circ, \quad j = s, f, fr, \quad \alpha_s + \alpha_f + \alpha_{fr} = 1,$$

$$\frac{\alpha_s - \alpha_{s0}}{\alpha_{s0}} + \frac{\alpha_{fr} - \alpha_{fr0}}{1 - \alpha_{fr0}} \nu_{*f} = (1 - \nu_{*f}) \left[\frac{\rho_s - \rho_{s0}}{\rho_{s0}} - \frac{p_f - p_{f0}}{K_s} \right].$$

Полное напряжение σ в среде связано с эффективным напряжением σ_{s*} в скелете и изменением среднего давления $\Delta p_l = p_l - p_0$ следующим образом: $\sigma^{ik} = \sigma_{s*}^{ik} - \delta^{ik} \Delta p_l$.

2. Результаты расчетов

Задачу о распространении возмущения давления в пористой среде с включением трещиновато-пористой зоны рассмотрим в двумерной постановке. Схема расчетной области представлена на рис. 1. Расчеты проводились для включений трещиновато-пористой среды в форме эллипса и прямоугольника. На границе между пористой и трещиновато-пористой средами принималось условие «открытые поры», т.е. условие непрерывности потока жидкости, давлений и нормальных к границе компонент полного напряжения.

Для компьютерной реализации дифференциальных уравнений математической модели был использован метод Мак-Кормака [12], модифицированный применительно к волновым процессам в пористой и трещиновато-пористой средах [13, 14]. Данный метод относится к методам сквозного счета, и указанные выше кинематические и динамические условия на границах выполняются автоматически.

Расчетная область была прямоугольной, $0 < x < x_{max}$, $0 < z < z_{max}$.

Были рассмотрены два варианта пористой среды: пористая среда является неограниченной или имеет свободную поверхность. Соответственно, задавались два варианта условий на границе расчетной области:

1. На всех границах $\frac{\partial W}{\partial n} = 0$, где $W = \{\rho_j, v_j^x, v_j^z, \dots\}$ ($j = s, f, fr$) – вектор рассчитываемых значений, n – нормаль к границе;

2. $z = 0$ является свободной поверхностью, т.е. при $z = 0$ выполняется $p_f - p_0 = 0$, $p_{fr} - p_0 = 0$, $\sigma^{zz} = \sigma^{xz} = 0$, при $z = 0$ для остальных компонент W выполняется $\frac{\partial W}{\partial n} = 0$; на остальных границах $\frac{\partial W}{\partial n} = 0$ для всех компонент W . В начальный момент времени среда покоилась. Возмущение создавалось источником жидкости

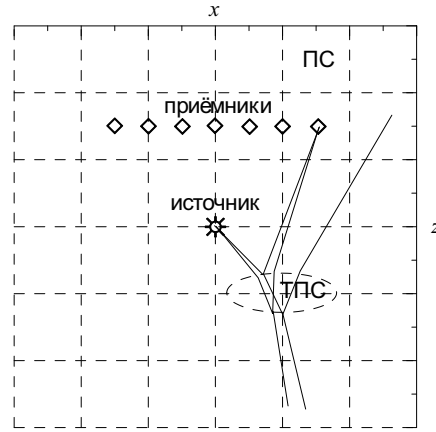


Рис. 1. Схема задачи о распространении возмущения в пористой среде с трещиновато-пористым включением

конечной длительности, расположенным при $|x - x_s| < r_s, |z - z_s| < r_s$. В расчетах для этого в уравнение баланса флюида вводился источниковый член J ,

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla^i(\rho_f v_f^i) = -q + J, \quad J = \begin{cases} \rho_{f0}^o \frac{d\phi}{dt}, & |x - x_s| \leq r_s \quad \text{и} \quad |z - z_s| \leq r_s, \\ 0, & |x - x_s| \geq r_s \quad \text{и/или} \quad |z - z_s| \geq r_s, \end{cases}$$

$\phi(t)$ – объем жидкости, закачанный за время t и отнесенный к объему зоны источника,

$$\phi(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ A(1 - \cos \frac{\pi t}{t_s})/2, & 0 \leq t \leq t_s, \\ A, & t > t_s. \end{cases}$$

В представленных далее расчетах были использованы следующие значения параметров пористой и трещиновато-пористой сред.

Характеристики пористой среды: $\alpha_f = 0.2, a_{*f} = 0.05$ мм, $\eta_{mf} = 1, \eta_{\mu f} = 50, \lambda_{*f} = \mu_{*f} = 8$ ГПа.

Характеристики трещиновато-пористой среды: $\alpha_f = 0.29, a_{*f} = 0.05$ мм, $\eta_{mf} = 1, \eta_{\mu f} = 50, \lambda_{*f} = \mu_{*f} = 8$ ГПа, $\alpha_{fr} = 0.01, a_{*fr} = 0.5$ мм, $a_b = 148.5$ мм, $\eta_{mfr} = 1, \eta_{\mu fr} = 10, \lambda_{*fr} = \mu_{*fr} = 1$ ГПа, $\zeta = 0.01, \eta = 0.22, \lambda_* = \mu_* = 6.49$ ГПа.

Рассмотрим случай неограниченной пористой среды с эллиптической зоной трещиновато-пористой среды. Пусть расчетная область занимает пространство $0 < z < 6$ м, $0 < x < 6$ м. Эллиптическая зона имеет центр $x = 2$ м, $z = 4$ м и полуоси $a_x = 0.5$ м, $a_z = 0.2$ м (рис. 1). Датчики давления расположены на линии $z = 2$ м в точках с координатами $x = 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5$ м, источник возмущения давления имеет координаты $x_s = 3$ м, $z_s = 3$ м, размер $r_s = 2$ см и длительность воздействия $t_s = 0.05$ мс с амплитудой $A = 10$. Формирующаяся при таком воздействии волна является радиально-симметричной, имеет основную фазу сжатия длительности t_s и последующую фазу разрежения.

Были исследованы распространение волны давления в пористой среде и ее взаимодействие с трещиновато-пористой зоной. В качестве иллюстрации полученных результатов на рис. 2 для нескольких моментов времени показаны поля среднего полного напряжения $-\sigma$ (где $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma^{xx} + \sigma^{yy} + \sigma^{zz})$), а на рис. 3 приведены расчетные осциллограммы, записанные на указанных выше датчиках.

Видно (рис. 2), что в результате воздействия источника возмущения в пористой среде формируются быстрая (деформационная) и медленная (фильтрационная) волны, распространяющиеся с радиальной симметрией, при этом медленная волна характеризуется значительным затуханием. Далее, при взаимодействии быстрой волны с трещиновато-пористой зоной образуются отраженные и прошедшие волны. После прохождения быстрой волной всего участка трещиновато-пористой среды наблюдаются две выраженные отраженные волны, имеющие форму окружностей. При этом центры окружностей соответствуют первой и последней точкам прохождения быстрой волной трещиновато-пористой зоны.

Для более детального анализа построенной волновой картины были рассчитаны профили полного напряжения на ряде приемников (рис. 1), результат расчета представлен на рис. 3. На графиках видны проходящая быстрая волна, а затем несколько отраженных волн значительно меньшей амплитуды. Медленная волна не наблюдается. Справа показаны отраженные волны более детально – в более крупном масштабе. Первое отражение происходит с инверсией фазы, так как в данном случае трещиновато-пористая среда является акустически более мягкой по сравнению с пористой средой. Так как граница между ними криволинейная, то при взаимодействии исходного импульса с этой зональной неоднородностью возникает сложная интерференционная картина как внутри этой зоны, так и снаружи – в окружающей пористой среде.

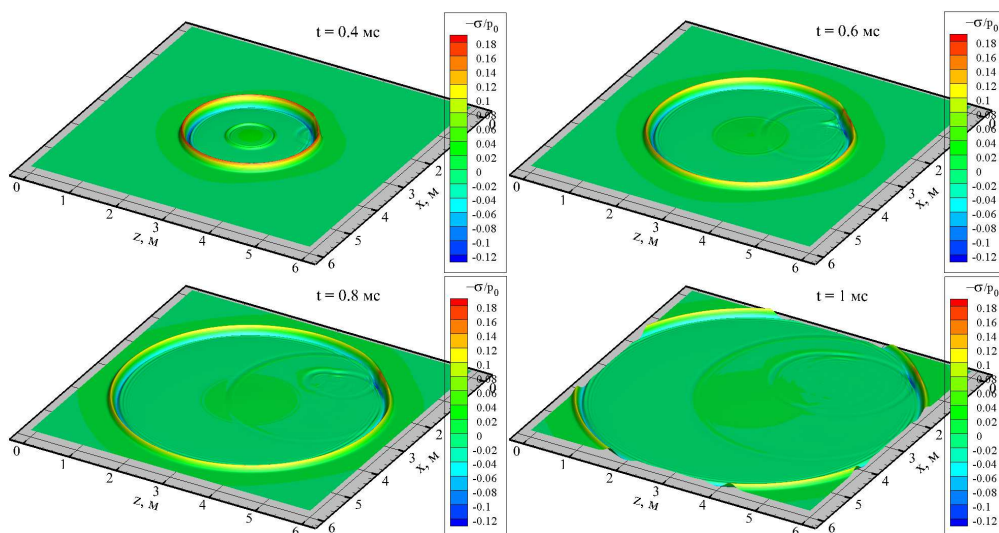


Рис. 2. Поля безразмерного полного напряжения при распространении волны сжатия в пористой среде с трещиновато-пористым включением в моменты времени $t = 0.4, 0.6, 0.8, 1$ мс

В наземной сейсморазведке источники и приемники колебаний обычно размещаются на поверхности земли. В связи с этим представляет также интерес исследование распространения возмущения в области со свободной поверхностью.

Пусть расчетная область – прямоугольник $0 < x < 9$ м, $0 < z < 4$ м. Граница $z = 0$ является свободной поверхностью. Эллиптическая трещиновато-пористая зона имеет центр с координатами $x = 4$ м, $z = 2$ м и полуоси $a_x = 0.5$ м, $a_z = 0.2$ м. Координаты и размер источника равны $x_s = 3$ м, $z_s = 0.05$ м, $r_s = 2$ см. Длительность, амплитуда воздействия и $\phi(t)$ те же, что и в расчетах к рис. 2 и 3.

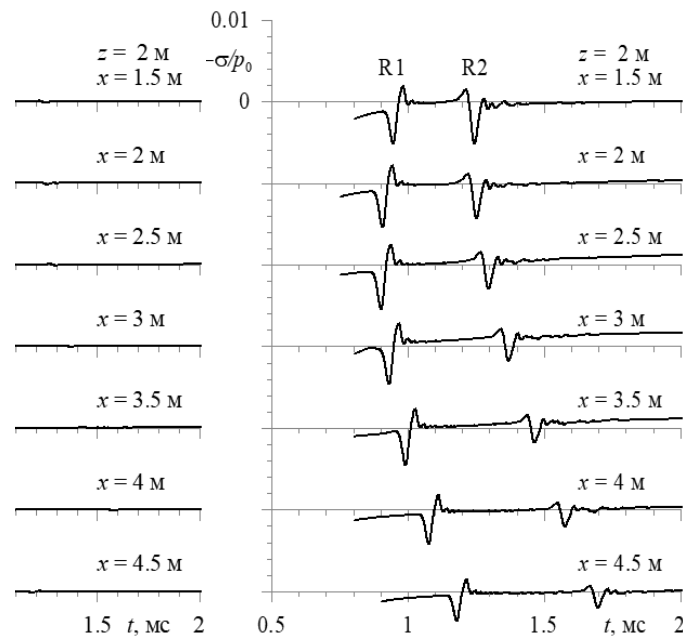


Рис. 3. Слева: расчетные осциллограммы безразмерного полного напряжения в пористой среде, содержащей трещиновато-пористое включение, для ряда точек выше источника. Справа: эти же графики, показаны отраженные волны (R1, R2) в увеличенном масштабе

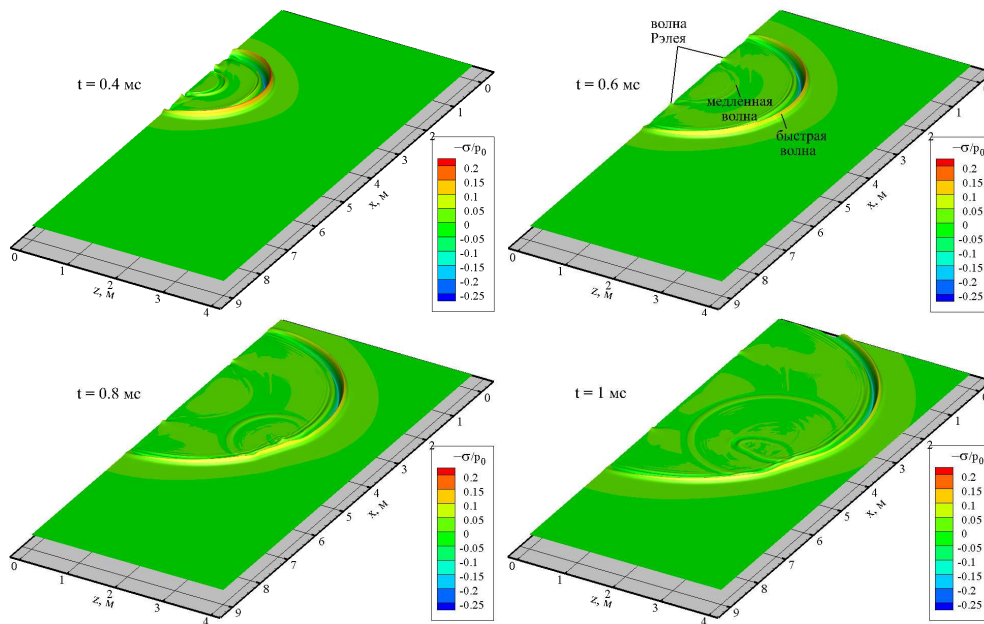


Рис. 4. Поля безразмерного полного напряжения при распространении волны сжатия в пористой среде с трещиновато-пористым включением в моменты времени $t = 0.4, 0.6, 0.8, 1$ мс; граница $z = 0$ является свободной поверхностью

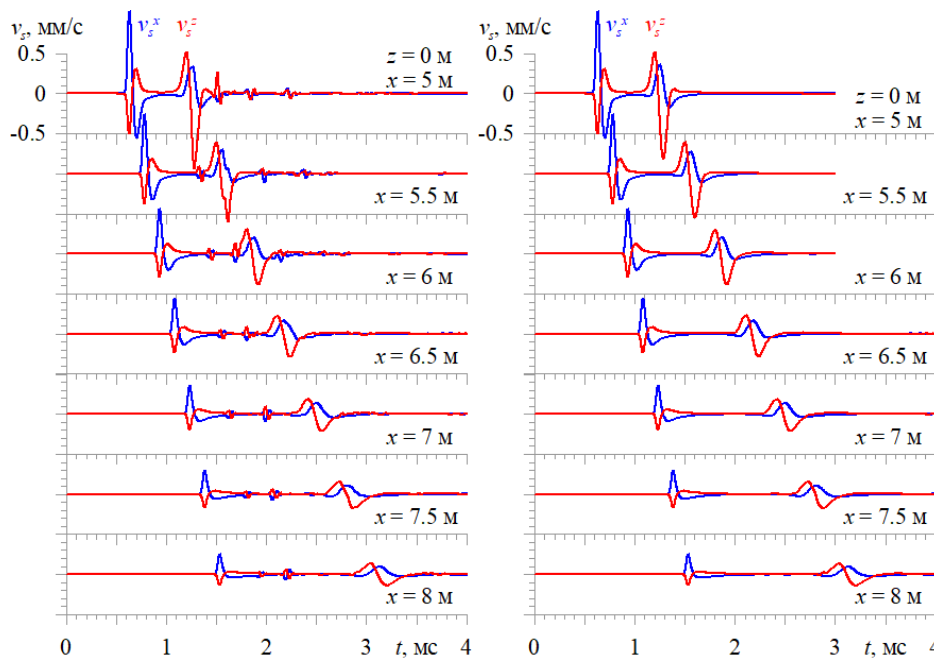


Рис. 5. Изменение компонент скоростей частиц скелета пористой среды v_s^x, v_s^z в ряде точек на свободной поверхности $z = 0$ для пористой среды с трещиновато-пористым включением (слева) и для однородной пористой среды (справа)

Были рассчитаны распространение импульса давления в пористой среде и ее взаимодействие с трещиновато-пористой зоной. В качестве иллюстрации полученных результатов на рис. 4 для нескольких моментов времени показаны поля среднего полного напряжения, а на рис. 5 приведены профили компонент скоростей частиц скелета пористой среды в ряде точек на свободной поверхности. Видно (рис. 4), что формируются быстрая и медленная волны, при этом отраженная от свободной поверхности быстрая волна почти не заметна. В отличие от случая неограниченной пористой среды образуется поверхностная волна Рэлея, скорость которой близка к скорости поперечной волны в пористой среде. Заметим, что рассчитанные по дисперсионным соотношениям скорости волн в данной пористой среде составляют $C_{l1} = 3200$ м/с, $C_{l2} = 1148$ м/с для продольных быстрой и медленной волн, $C_t = 1712$ м/с для поперечной волны. На рис. 4 для момента времени $t = 0.6$ мс стрелками указаны продольные быстрая и медленная волны, а также поверхностная волна Рэлея. Поверхностная волна Рэлея принципиально отличается от объемных волн тем, что возмущение в ней сосредоточено лишь вблизи поверхности, что и наблюдается на рис. 4.

Поверхностная волна в среде может образоваться при условии, что источник возмущения расположен близко к свободной поверхности, в пределах пространственной протяженности образовавшейся радиальной продольной волны. В данной пористой среде и при таком воздействии (впрыск флюида длительности $t_s = 0.05$ мс) формируется осесимметричное возмущение длительности $2t_s = 0.1$ мс с фазой сжатия и последующей фазой разрежения. При этом пространственная протяженность возмущения составляет $C_{l1} \cdot 2t_s \approx 0.32$ м, а расстояние от источника возмущения до границы – 0.05 м. Таким образом, условия для формирования поверхностной волны выполняются.

Для анализа влияния трещиновато-пористой зоны на процесс распространения возмущения были проведены расчеты в однородной пористой среде без трещиновато-пористой зоны. На рис. 5 показано изменение компонент скоростей частиц скелета пористой среды v_s^x, v_s^z в ряде точек на свободной поверхности $z = 0$ для пористой среды с трещиновато-пористой зоной (слева) и для однородной пористой среды (справа).

Для однородной пористой среды на графиках v_s^x, v_s^z (рис. 5, справа) присутствуют быстрая продольная и поверхностная волны, других волн нет. При прохождении первой, продольной волны, компоненты скорости $v_s^x(t), v_s^z(t)$ изменяются одновременно. При прохождении второй, поверхностной волны, сначала изменяется v_s^z , затем при максимальном значении v_s^z начинается изменение v_s^x , т.е. движение частиц скелета происходит по эллипсу, как это и наблюдается в поверхностных волнах Рэлея. В среде с трещиновато-пористой зоной кроме этих волн также хорошо заметны отраженные и переотраженные от границы с эллиптической зоной волны (рис. 5, слева). В данном расчете временные интервалы между вступлениями отраженных волн для каждой из точек наблюдения составляют около 0.25 – 0.3 мс, что хорошо соотносится с удвоенным временем пробега продольной волной трещиновато-пористого участка (скорость быстрой волны в трещиновато-пористой среде $C_{II} = 2900$ м/с, а оси эллипса равны 1 м и 0.4 м).

Кроме того, для обоих вариантов пористой области было исследовано влияние размеров и формы трещиновато-пористой зоны на поведение волн. Для этого сравнивались соответствующие расчетные осциллограммы, записанные на датчиках-приемниках. Установлено, что при изменении размеров включения пропорционально изменяются временные интервалы между отраженными волнами, а незначительное изменение формы включений несущественно влияет на сигнал, полученный на приемниках. Здесь можно увидеть аналогию с волнами на воде, возникающими от предмета, брошенного в воду. По воде распространяются круги независимо от формы предмета.

Заключение

Численно исследовано распространение волны сжатия в пористой среде, содержащей трещиновато-пористую зону. Исследование проведено с использованием двухскоростной модели пористой среды и трехскоростной модели трещиновато-пористой среды. Задача исследована в двумерной постановке. Рассмотрены случаи, когда пористая среда имеет свободную поверхность или является неограниченной, а трещиновато-пористая зона имеет границу в форме эллипса или прямоугольника. На границе пористой и трещиновато-пористой сред задавалось граничное условие «открытые поры». Проанализированы картины распространения волн в ситуациях, когда точечный источник возмущения расположен внутри расчетной области либо вблизи свободной поверхности. Для компьютерной реализации дифференциальных уравнений математической модели использован метод Мак-Кормака, модифицированный применительно к волновым процессам в пористой и трещиновато-пористой средах. Изучено влияние трещиновато-пористых зон на картину распространения возмущений давления в пористой среде. Сравнение полученных расчетных данных со случаем однородной пористой среды позволило выявить на численных осциллограммах отраженные от включения волны. Выявлены особенности волновых процессов. Установлено, что при изменении размеров включения пропорционально изменяются временные интервалы между отраженными волнами, а изменение формы включений несущественно влияет на рассчитанный сигнал в приемниках.

Благодарности. Работа выполнена в рамках государственного задания № 124021500017-5.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. *Denneman A.I.M., Drijkoningen G.G., Smeulders D.M.J., Wapenaar K.* Reflection and transmission of waves at a fluid/porous-medium interface // *Geophysics*. 2002. V. 67, No 1. P. 282–291. <https://doi.org/10.1190/1.1451800>.
2. *Fellah Z.E., Berger S., Lauriks W., Depollier C., Aristegui C., Chapelon J.-Y.* Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113, No 5. P. 2424–2433. <https://doi.org/10.1121/1.1567275>.
3. *Kumar R., Kumar S., Miglani A.* Reflection and transmission of plane waves between two different fluid-saturated porous half-spaces // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2011. V. 52, No 5. P. 773–782. <https://doi.org/10.1134/S0021894411050129>.
4. *Гималтдинов И.К., Ситдикова Л.Ф.* Динамика звуковых волн при наклонном падении на границу “пористая среда – газ” // *Вестн. ТюмГУ. Сер.: Физ.-мат. модел. Нефть, газ, энерг.* 2015. Т. 1, № 2 (2). С. 112–123.
5. *Gimaltdinov I.K., Sitdikova L.F., Dmitriev V.L., Levina T.M., Khabeev N.S., Wanqing S.* Reflection of acoustic waves from a porous material at oblique incidence // *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2017. V. 90, No 5. P. 1043–1052. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1655-1>.
6. *Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N.* Compression pulse propagation in fractured porous medium // *Lobachevskii J. Math.* 2023. V. 44, No 11. P. 4987–4993. <https://doi.org/10.1134/S1995080223110161>.
7. *Dai Z.-J., Kuang Z.-B., Zhao S.-X.* Reflection and transmission of elastic waves from the interface of a fluid-saturated porous solid and a double porosity solid // *Transp. Porous Media.* 2006. V. 65, No 2. P. 237–264. <https://doi.org/10.1007/s11242-005-6084-5>.
8. *Kumar M., Barak M.S., Kumari M.* Reflection and refraction of plane waves at the boundary of an elastic solid and double-porosity dual-permeability materials // *Pet. Sci.* 2019. V. 16, No 2. P. 298–317. <https://doi.org/10.1007/s12182-018-0289-z>.
9. *Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N.* Wave interaction with fractured porous layer in porous medium // *Lobachevskii J. Math.* 2024. V. 45, No 5. P. 1971–1979. <https://doi.org/10.1134/S1995080224602145>.
10. *Gubaidullin A.A., Kuchugurina O.Yu.* Propagation of weak perturbations in cracked porous media // *J. Appl. Math. Mech.* 1999. V. 63, No 5. P. 769–777. [https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(99\)00097-0](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(99)00097-0).
11. *Nigmatulin R.I.* Dynamics of Multiphase Media. V. 1. CRC Press, 1990. 532 p.
12. *MacCormack R. W.* The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // *Proc. AIAA Hypervelocity Impact Conf. AIAA Paper 69-354*, 1969.
13. *Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N.* Numerical simulation of wave propagation in a fractured porous medium // *Lobachevskii J. Math.* 2022. V. 43, No 12. P. 3471–3477. <https://doi.org/10.1134/S1995080222150094>.
14. *Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N.* Approach to the numerical study of wave processes in a layered and fractured porous media in a two-dimensional formulation // *Mathematics*, 2023, V. 11, No 1. Art. 227. <https://doi.org/10.3390/math11010227>.

Поступила в редакцию 16.06.2024

Принята к публикации 18.07.2024

Губайдуллин Амир Анварович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук
ул. Таймырская, д. 74, а/я 1507, г. Тюмень, 625026, Россия
E-mail: *a.a.gubaidullin@yandex.ru*

Болдырева Ольга Юрьевна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук
ул. Таймырская, д. 74, а/я 1507, г. Тюмень, 625026, Россия
E-mail: *olga.boldyreva@mail.ru*

Дудко Дина Николаевна, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук
ул. Таймырская, д. 74, а/я 1507, г. Тюмень, 625026, Россия
E-mail: *d_dina@bk.ru*

ISSN 2541–7746 (Print)
ISSN 2500–2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2024, vol. 166, no. 3, pp. 331–342

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2024.3.331-342

Pressure Wave Interaction with Fractured Porous Zone in Porous Medium

*A.A. Gubaidullin**, *O.Yu. Boldyreva***, *D.N. Dudko****

*Tyumen Branch of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics,
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, 625026 Russia*

E-mail: **a.a.gubaidullin@yandex.ru*, ***olga.boldyreva@mail.ru*, ****d_dina@bk.ru*

Received June 16, 2024; Accepted July 18, 2024

Abstract

The propagation of a pressure wave in a porous medium with a fractured porous zone was numerically investigated. The study used a two-velocity model of a porous medium and a three-velocity model of a fractured porous medium. The problem was examined in a two-dimensional formulation, considering cases when a porous medium has a free surface or is unbounded. The fractured porous zone was shown to have either an ellipse- or rectangle-shaped boundary. The influence of such inhomogeneities on the propagation of pressure perturbations was analyzed.

Keywords: porous medium, fractured porous zone, waves, reflection

Acknowledgments. This study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation under state assignment no. 124021500017-5.

Conflicts of Interest. The authors declare no conflicts of interest.

Figure Captions

Fig. 1. Schematic representation of the problem of the propagation of perturbations in a porous medium with a fractured porous zone.

Fig. 2. Fields of dimensionless total stress during the propagation of a pressure wave in a medium with a fractured porous zone at time points $t = 0.4, 0.6, 0.8, 1$ ms.

Fig. 3. On the left: calculated waveforms of dimensionless total stress in a porous medium with a fractured porous zone, for a number of points above the source. On the right: the same waveforms showing the reflected waves (R1, R2) in enlarged scale.

Fig. 4. Fields of dimensionless total stress during the propagation of a pressure wave in a medium with a fractured porous zone at time points $t = 0.4, 0.6, 0.8, 1$ ms; the boundary $z = 0$ is a free surface.

Fig. 5. Changes in the components of particle velocities within the porous medium skeleton, v_s^x and v_s^z , at certain points on the free surface $z = 0$ for a porous medium with a fractured porous zone (on the left) and for a homogeneous porous medium (on the right).

References

1. Denneman A.I.M., Drijkoningen G.G., Smeulders D.M.J., Wapenaar K. Reflection and transmission of waves at a fluid/porous-medium interface. *Geophysics*, 2002, vol. 67, no. 1, pp. 282–291. <https://doi.org/10.1190/1.1451800>.
2. Fella Z.E., Berger S., Lauriks W., Depollier C., Aristegui C., Chapelon J.-Y. Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2003, vol. 113, no. 5, pp. 2424–2433. <https://doi.org/10.1121/1.1567275>.
3. Kumar R., Kumar S., Miglani A. Reflection and transmission of plane waves between two different fluid-saturated porous half-spaces. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2011, vol. 52, no. 5, pp. 773–782. <https://doi.org/10.1134/S0021894411050129>.
4. Gimaldinov I.K., Sitdikova L.F. The dynamics of the sound waves at oblique incidence on the border “porous medium–gas”. *Vestn. TyumGU. Ser.: Fiz.-Mat. Model. Neft', Gaz, Energ.*, 2015, vol. 1, no. 2 (2), pp. 112–123. (In Russian)
5. Gimaldinov I.K., Sitdikova L.F., Dmitriev V.L., Levina T.M., Khabeev N.S., Wanqing S. Reflection of acoustic waves from a porous material at oblique incidence. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2017, vol. 90, no. 5, pp. 1043–1052. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1655-1>.
6. Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N. Compression pulse propagation in fractured porous medium. *Lobachevskii J. Math.*, 2023, vol. 44, no. 11, pp. 4987–4993. <https://doi.org/10.1134/S1995080223110161>.
7. Dai Z.-J., Kuang Z.-B., Zhao S.-X. Reflection and transmission of elastic waves from the interface of a fluid-saturated porous solid and a double porosity solid. *Transp. Porous Media*, 2006, vol. 65, no. 2, pp. 237–264. <https://doi.org/10.1007/s11242-005-6084-5>.
8. Kumar M., Barak M.S., Kumari M. Reflection and refraction of plane waves at the boundary of an elastic solid and double-porosity dual-permeability materials. *Pet. Sci.*, 2019, vol. 16, no. 2, pp. 298–317. <https://doi.org/10.1007/s12182-018-0289-z>.
9. Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N. Wave interaction with fractured porous layer in porous medium. *Lobachevskii J. Math.*, 2024, vol. 45, no. 5, pp. 1971–1979. <https://doi.org/10.1134/S1995080224602145>.
10. Gubaidullin A.A., Kuchugurina O.Yu. Propagation of weak perturbations in cracked porous media. *J. Appl. Math. Mech.*, 1999, vol. 63, no. 5, pp. 769–777. [https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(99\)00097-0](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(99)00097-0).
11. Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*. Vol. 1. CRC Press, 1990. 532 p.

12. MacCormack R.W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. *Proc. AIAA Hypervelocity Impact Conf.* AIAA Paper 69-354, 1969.
13. Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N. Numerical simulation of wave propagation in a fractured porous medium. *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 12, pp. 3471–3477. <https://doi.org/10.1134/S1995080222150094>.
14. Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N. Approach to the numerical study of wave processes in a layered and fractured porous media in a two-dimensional formulation. *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 1, art. 227. <https://doi.org/10.3390/math11010227>.

Для цитирования: Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю., Дудко Д.Н. Взаимодействие волны давления с трещиновато-пористой зоной в пористой среде // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2024. Т. 166, кн. 3. С. 331–342. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.3.331-342>.

For citation: Gubaidullin A.A., Boldyreva O.Yu., Dudko D.N. Pressure wave interaction with fractured porous zone in porous medium. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2024, vol. 166, no. 3, pp. 331–342. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.3.331-342>. (In Russian)