

Общероссийский математический портал

Э. Б. Василевский, Л. А. Домбровский, Д. С. Михатулин, Ю. В. Полежаев, Теплообмен в окрестности точки торможения при сверхзвуковом обтекании тел гетерогенным потоком со скольжением фаз, *ТВТ*, 2001, том 39, выпуск 6, 925–938

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.172

19 марта 2025 г., 12:45:47



ТЕПЛОМАССОБМЕН И ФИЗИЧЕСКАЯ ГАЗОДИНАМИКА

УДК 629.78: 536.24

ТЕПЛООБМЕН В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ТОРМОЖЕНИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ГЕТЕРОГЕННЫМ ПОТОКОМ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ ФАЗ

© 2001 г. Э. Б. Василевский*, Л. А. Домбровский**,
Д. С. Михатулин**, Ю. В. Полежаев**

*Центральный аэрогидродинамический институт, г. Жуковский

**Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Поступила в редакцию 16.05.2001 г.

Обобщен обширный экспериментальный и расчетный материал по теплообмену на поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым гетерогенным потоком. Число Маха несущего газового потока варьировалось от 2.4 до шести, числа Рейнольдса, рассчитанные по диаметру обтекаемого тела – от 10^4 до 10^6 . Концентрация твердой примеси в потоке по массе составила не более 3%. При изменении диаметра частиц от 0.15 до 160 мкм скорость соударения частиц с поверхностью тела изменялась от нуля до 1350 м/с. Анализ экспериментальных данных позволил обосновать феноменологическую модель теплообмена на поверхности затупленного тела в сверхзвуковом гетерогенном потоке.

ВВЕДЕНИЕ

Современные достижения в исследованиях многофазных течений нашли отражение во многих публикациях и обобщены в монографиях [1–10] и др.

Среди известных моделей течений гетерогенных сред наибольшее распространение получила модель взаимно проникающих континуумов, когда несущая и дисперсная фазы представляются как две неразрывные и несмешивающиеся компоненты, что позволяет применить к ним аппарат дифференциального исчисления. Газовая (несущая) и дисперсная фазы имеют свои скорости и температуры, а в процессе совместного движения между ними реализуется динамическое и тепловое взаимодействие. Мерой такого взаимодействия являются коэффициенты аэродинамического сопротивления и теплообмена, полученные для одиночных сферических частиц, обтекаемых неограниченными равномерными потоками.

Известно немало работ [7, 10–12], в которых установлено, что сопротивление и теплообмен частиц, находящихся в облаке других частиц, не совпадают со стандартными законами сопротивления и теплообмена для одиночных сфер. Одной из причин является влияние следа от соседних частиц, а также зависимость реальной картины течения в облаке частиц от их формы и шероховатости поверхности [7].

При обтекании тел сверхзвуковым потоком за ударной волной может происходить существенное изменение структуры течения, в частности, многократное изменение концентрации конденсированной фазы, распад конгломератов частиц и их коа-

гуляция. Существенным фактором в градиентных потоках становится вращение частиц. Совокупность многих сложных явлений, реализующихся при обтекании тел гетерогенным потоком, при современном состоянии вычислительной техники (и в обозримом будущем) обуславливает низкую эффективность применения сложных вычислительных алгоритмов к расчету гетерогенных течений, особенно при наличии значительного теплового и динамического скольжения фаз. Более предпочтительными в таких случаях являются технологии “скейлинга”, под которыми понимаются методы выявления определяющих факторов и общих закономерностей, основанных на достаточно четких физических моделях переноса массы, количества движения и энергии в гетерогенных потоках. Установленные таким образом “масштабы” для процессов переноса, как правило, не совпадают с критериями подобия классической аэродинамики и теплофизики, но вместе с ними позволяют обобщить экспериментальные данные и служат базой для переноса результатов лабораторных испытаний на натурные условия. В данной статье метод “скейлинга” использован для анализа теплообмена в окрестности критической точки затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым гетерогенным потоком.

Несмотря на многочисленные исследования, проведенные отечественными и зарубежными учеными, до сих пор нет полной ясности в вопросе о влиянии частиц на конвективный теплообмен. Экспериментальные данные однозначно указывают на заметное возрастание теплообмена при обтекании тел с плоским или полусферическим

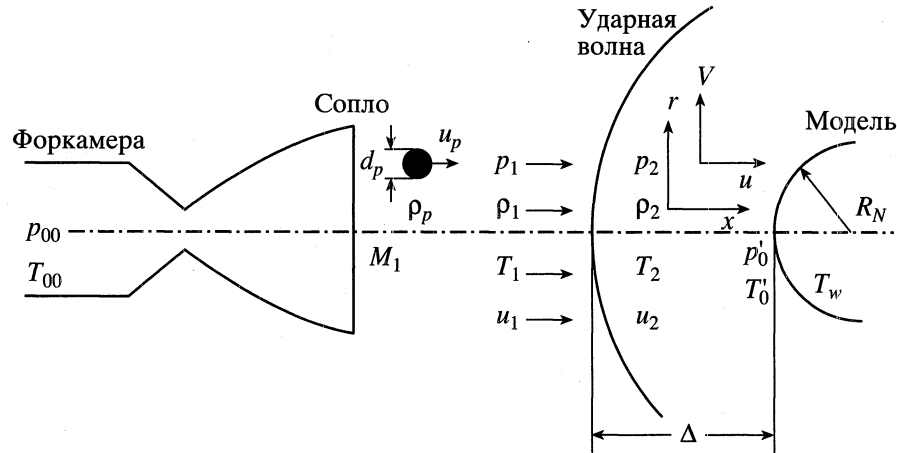


Рис. 1. Схема проведения эксперимента и обозначения основных параметров потока газа и частиц.

затуплением. Однако, судя по публикациям, до сих пор не проведено достаточно полного исследования механизма интенсификации теплообмена. В данной работе проведено сопоставление результатов теоретического анализа с экспериментальными данными.

1. Феноменологическая модель теплообмена в области критической точки затупленного тела в сверхзвуковом гетерогенном потоке

Рассматривается течение с достаточно инерционными полидисперсными частицами, при котором они достигают поверхности обтекаемого тела. В этом случае измеренный тепловой поток q_{test} можно представить в виде трех слагаемых

$$q_{\text{test}} = q_0 + q_s + \Delta q. \quad (1)$$

Здесь q_0 – конвективный тепловой поток при обтекании тела однородным (незапыленным) потоком с теми же параметрами, что и гетерогенный; q_s – так называемая “ударная” составляющая теплообмена, пропорциональная полной (кинетической + внутренней) энергии частиц; Δq – приращение конвективного теплового потока за счет дисперсной фазы.

При сверхзвуковой скорости газового потока слагаемое q_0 зависит от давления и температуры [10]

$$q_0 \sim \sqrt{\frac{p'_0}{R_N}} (H'_0 - c_p T_w), \text{ кВт/м}^2. \quad (2)$$

Давление и энтальпия заторможенного потока равны $p'_0 \approx \rho_1 u_1^2$, $H'_0 = c_p T_1 + u_1^2/2$, где ρ_1 , u_1 – плотность и скорость набегающего потока перед головной ударной волной (рис. 1), возникающей перед затуплением с радиусом R_N ; T_w – температура поверхности этого тела; c_p – теплоемкость газа.

Второе слагаемое определяется как $q_s = G_{pw} E$, где G_{pw} – массовый расход оседающих частиц, а удельный поток энергии E [кДж/кг], передаваемый стенке этими частицами, рассчитывается по формуле

$$E = K_a \int_0^{\infty} K_d (f_u + f_T) r_p^3 F(r_p) dr_p / \int_0^{\infty} r_p^3 F(r_p) dr_p. \quad (3)$$

В формуле (3) коэффициент тепловой аккомодации K_a учитывает долю полной энергии частиц, которую они успеют передать стенке при ударе. Очевидно, K_a зависит от многих факторов, характеризующих как частицу, так и преграду. Но если соударение происходит между твердыми частицами и твердой (нерасплавленной) поверхностью модели, установленной перпендикулярно направлению их полета, то коэффициент аккомодации составляет $K_a \approx 0.7$ [13].

Далее, под знаком интеграла в числителе формулы (3) стоит локальный коэффициент осаждения K_d , представляющий собой отношение плотности тока оседающих частиц к плотности тока частиц вдали от преграды до пересечения головной ударной волны [14, 15].

Две составляющие полной энергии частиц в момент соударения $f_u = u_{pw}^2/2$ и $f_T = c(T_{pw} - T_w)$ могут быть определены после интегрирования системы уравнений, описывающих динамическое и тепловое состояние частиц в сжатом слое газа. В качестве начального условия должны быть заданы их скорости u_p и температура T_p на фронте ударной волны.

Очевидно, что коэффициент осаждения K_d , так же как слагаемые f_u и f_T , может изменяться в широких пределах в зависимости от плотности ρ_p и диаметра d_p частиц. Как в лабораторных, так и в природных условиях частицы редко являются моно-

дисперсными. Функция их распределения по размерам $F(d_p)$, где $d_p = 2r_p$, позволяет учесть весь спектр дисперсной фазы. Характерный вид функций распределения $F(r_p)$ для частиц кварца SiO_2 и железа Fe , использованных в данных экспериментах, представлен на рис. 2а и 2б.

Сжатый за ударной волной слой газа (рис. 1) оказывает существенное влияние на скорость u_p , температуру T_p и коэффициент осаждения K_d дисперсных частиц. Толщина сжатого слоя Δ , в котором частицы тормозятся и изменяют направление своего движения, является существенным газодинамическим параметром всей задачи, зависящим от формы и размера обтекаемого тела. Ниже будет рассмотрено обтекание осесимметричного тела с полусферическим затуплением, радиус которого R_N . В этом случае [10]

$$\Delta = 0.78 \frac{\rho_1}{\rho_2} R_N.$$

Здесь ρ_1, ρ_2 – плотность газа до и после ударной волны. В рамках модели совершенного газа отношение плотностей

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(k+1)/(k-1)}{1 + \frac{2}{k-1} \frac{1}{M_1^2}},$$

где число Маха $M_1 = u_1 / \sqrt{k \frac{R}{\bar{\mu}} T_1} = \frac{u_1}{a_1}$; k – показатель адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; $\bar{\mu}$ – молекулярная масса несущего газового потока; a_1 – локальное значение скорости звука.

Далее примем, что скорость газа в сжатом слое вдоль оси потока изменяется линейно от u_2 за ударной волной до нуля на поверхности сферы

$$u = u_2 \left(1 - \frac{x}{\Delta} \right).$$

Следовательно, производная от скорости по координате $du/dx = -(u_2/\Delta) = \text{const}$.

В уравнении движения сферических частиц учитывалась только сила аэродинамического сопротивления

$$\frac{\pi d_p^3 \rho_p}{6} \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \rho (u - u_p) |u - u_p|.$$

После несложных преобразований имеем

$$\frac{du_p}{dt} = u_p \frac{du_p}{dx} = \frac{3 C_D \rho}{4 d_p \rho_p} (u - u_p) |u - u_p|. \quad (4)$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления C_D рассчитывается в зависимости от относи-

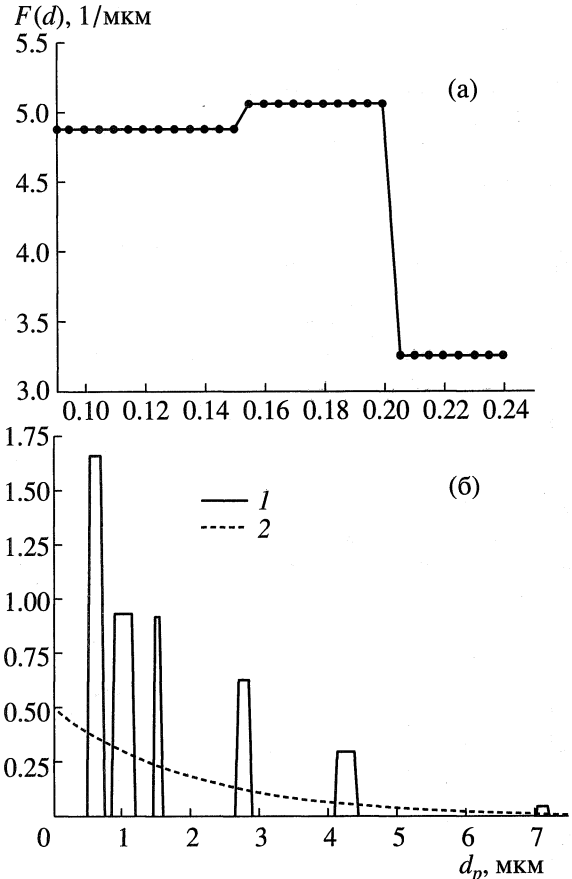


Рис. 2. Функция распределения частиц по размерам: а – кварцевые частицы, б – частицы железа; 1 – исходное распределение, 2 – экспоненциальная аппроксимация.

тельной скорости частиц в потоке $|u - u_p|$ по формулам, рекомендованным в работе [4]. На ударной волне ($x = 0$) скорость частицы считается известной $u_p = u_1$. Однако в ряде случаев, в частности, при лабораторных испытаниях тяжелые или крупные частицы не успевают прийти в равновесие с несущей фазой до пересечения головной ударной волны. Возникает скольжение фаз, которое характеризуется параметром скоростного запаздывания $\varphi = (u_p/u_1) < 1$.

Уравнение для температуры сферических частиц имеет вид

$$\frac{\pi d_p^3 \rho_p c}{6} \frac{dT_p}{dt} = \frac{\lambda}{d_p} \text{Nu} \pi d_p^2 (T - T_p)$$

или

$$\frac{dT_p}{dt} = u_p \frac{dT_p}{dx} = \frac{6\lambda}{d_p^2} \text{Nu} \left(\frac{T - T_p}{\rho_p c} \right). \quad (5)$$

Число Нуссельта рассчитывается по формулам работы [4] в зависимости от числа Рейнольдса и

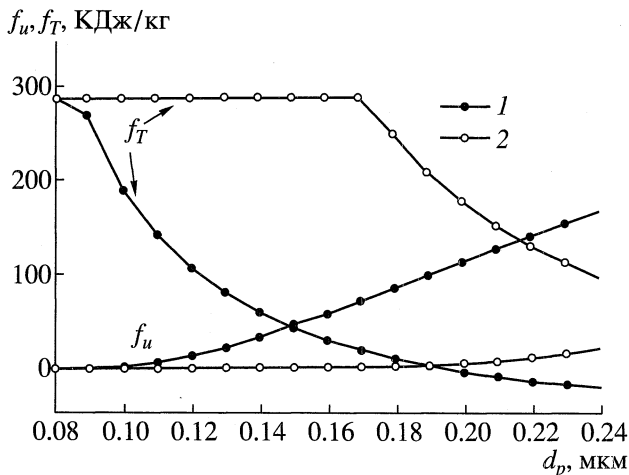


Рис. 3. Изменение составляющих (f_T и f_u) полной энергии частиц в момент соударения с преградой радиуса R_N : 1 – $R_N = 3$, 2 – 6 мм.

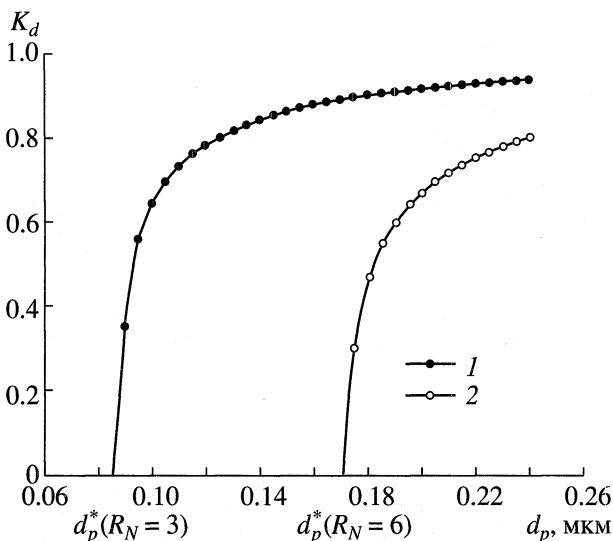


Рис. 4. Коэффициент осаждения кварцевых частиц на моделях с радиусами R_N : 1 – 3, 2 – 6 мм.

$$\text{Маха относительного движения: } Re_p = \frac{\rho(u - u_p)d_p}{\eta},$$

$M = \frac{|u - u_p|}{a}$. Температура газа в сжатом слое линейно изменяется с координатой x от величины T_2 за фронтом ударной волны ($x = 0$) до температуры заторможенного потока T'_0 при $x = \Delta$.

На рис. 3 и 4 представлены результаты численного решения уравнений (4) и (5) для субмикронных частиц кварца с плотностью $\rho_p = 2660$ кг/м³. Радиус сферического затупления варьировался от $R_N = 3$ до $R_N = 6$ мм. Число Маха набегающего потока воздуха $M_1 = 6$, плотность $\rho_1 = 5 \times 10^{-2}$ кг/м³, скорость $u_1 = 1000$ м/с. Обратим внимание на су-

ществование некоего “порогового” значения $d_p = d_p^*$, ниже которого частицы не оседают на поверхности обтекаемого тела. Значение d_p^* возрастает пропорционально размеру тела R_N .

Вблизи порога осаждения d_p^* вклад тепловой компоненты f_T в суммарный энергоперенос может значительно превышать вклад кинетической энергии $f_u = u_{pw}^2/2$. Однако по мере увеличения диаметра d_p соотношение между этими составляющими потока энергии изменяется на обратное. То есть за время пролета сжатого слоя крупные (инерционные) частицы не успевают достичь температуры заторможенного потока и при их ударе T_{pw} не будет превышать температуру поверхности тела T_w . Это позволяет пренебречь в формуле (3) величиной f_T .

Большой набор определяющих параметров затрудняет анализ результатов численного решения уравнений (4) и (5). Поэтому в рамках феноменологической модели теплообмена широко используются приближенные аналитические и аппроксимационные соотношения. Часть из них известна, а часть получена в рамках данного исследования.

Если частицы достаточно инерционны, то, попадая в ударный слой, они сохраняют высокую или даже сверхзвуковую скорость полета вплоть до удара о поверхность тела. Это служит обоснованием следующего допущения: коэффициент аэродинамического сопротивления $C_D \approx \text{const}$. Как видно из рис. 5, погрешность такого допущения зависит от того, насколько велик диапазон возможного изменения числа Рейнольдса Re_p и Маха M_p . Если $Re_p > 10$, то влиянием числа M_p на коэффициент сопротивления C_D можно пренебречь, а сама величина $C_D(Re_p)$ изменяется в достаточно узком интервале.

Для высоких сверхзвуковых значений скорости несущего потока ($M_1 > 3$) можно принять еще одно допущение: скорость газа за ударной волной u_2 существенно меньше u_1 , а, следовательно, инерционные частицы будут иметь в сжатом слое скорость $u_p \gg u_2$.

Эти два допущения позволяют значительно упростить уравнение (4) и получить решение в аналитическом виде. В частности, для $\phi = 1$

$$\frac{u_{pw}}{u_1} = \exp\left(-\frac{3}{4}C_D \frac{\rho_2 \Delta}{\rho_p d_p}\right)$$

или

$$\frac{u_{pw}}{u_1} = \exp\left(-0.6C_D \frac{\rho_1 R_N}{\rho_p d_p}\right).$$

Если скорость частиц за ударной волной снизится до скорости газа u_2 , коэффициент сопро-

тивления C_D становится переменным и резко возрастает до “стоксовского” предела $C_D = 24/Re_p$. Это обстоятельство можно использовать для приближенной оценки порога осаждения частиц d_p^* . Заменяя в соотношении (6) u_p на u_2 , получим

$$0.6 C_D \frac{\rho_1 R_N}{\rho_p d_p^*} \geq \ln \frac{u_1}{u_2}. \quad (7)$$

Формула (7) подтверждается результатами численного решения, представленного на рис. 4: в частности, d_p^* пропорционально возрастает с увеличением R_N .

Это свойство сверхзвуковых гетерогенных потоков отличает их от других случаев осаждения частиц на поверхность преграды, в которых, как известно, определяющим критерием возможности осаждения является число Стокса

$$Stk = \tau_p \left(\frac{du}{dx} \right), \quad \tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\eta}.$$

Если учесть, что за ударной волной градиент скорости $du/dx = -u_2/\Delta$, а толщина сжатого слоя $\Delta = 0.78\rho_1 R_N/\rho_2$, то число Стокса примет вид

$$Stk = \frac{\rho_p d_p^2}{R_N} \left(\frac{u_1}{18 \times 0.78\eta} \right). \quad (8)$$

Условие осаждения частиц $Stk = const$ означает, что при прочих равных условиях $d_p^* \sim \sqrt{R_N}$. В том случае, когда тяжелые частицы примеси сохраняют сверхзвуковую скорость на большей части своего пути от ударной волны до преграды, проявляется отличие от “стоксовского” режима осаждения, а $d_p^* \sim R_N$.

Для монодисперсных тяжелых частиц функция распределения $F(d_p) = 1$ и формула (3) преобразуется к виду

$$E = K_a \frac{u_{pw}^2}{2}, \quad (9)$$

где отношение u_{pw}/u_1 определяется формулой (6). Однако чем крупнее и тяжелее частицы, тем вероятнее, что на фронте ударной волны ее скорость u_p будет отличаться от скорости несущего потока u_1 . На рис. 6 представлены результаты численных расчетов двумерных уравнений движения частиц в сопле Лавала с числом Маха газового потока на срезе сопла $M_1 = 6$, давлением в форкамере $p_{00} = 1$ МПа и температурой торможения $T'_0 = 570$ К [16].

Номера на кривых соответствуют различным веществам, из которых изготовлены частицы: 1 – полые сферы SiO_2 , $\rho_p = 3.2 \times 10^2$ кг/м³; 2 – вода H_2O ,

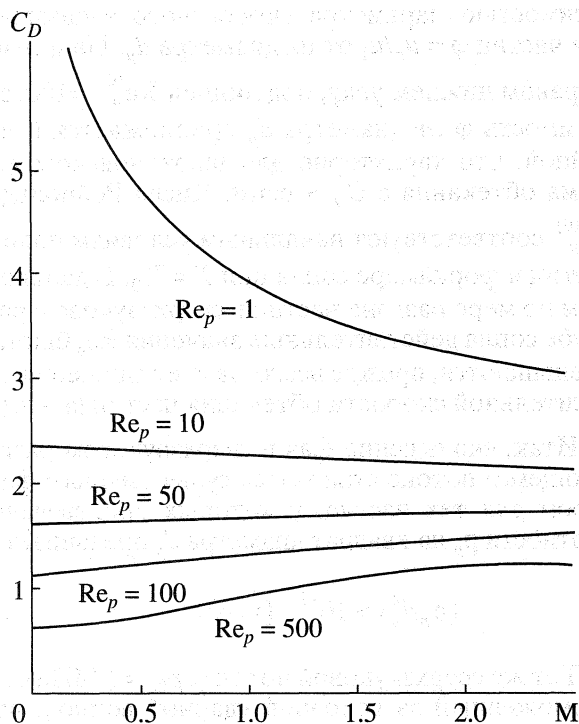


Рис. 5. Влияние числа Маха и Рейнольдса относительного движения сферических частиц на коэффициент их аэродинамического сопротивления C_D .

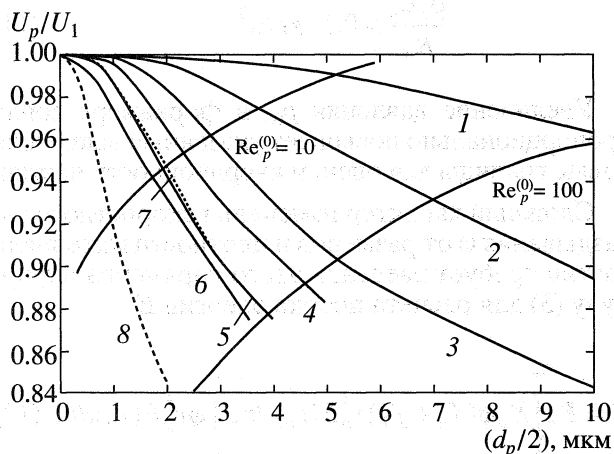


Рис. 6. Динамическое скольжение частиц разной плотности и размера в сопле ударной трубы ($M_1 = 6$, $p_{00} = 1$ МПа). Цифры на кривых соответствуют изменению плотности частиц (см. текст).

$\rho_p = 1 \times 10^3$; 3 – сплошные сферы SiO_2 , $\rho_p = 2.2 \times 10^3$; 4 – Si_3N_4 , $\rho_p = 3.4 \times 10^3$; 5 – Fe_2O_3 , $\rho_p = 5.2 \times 10^3$; 6 – Fe, $\rho_p = 7.8 \times 10^3$; 7 – Cr_2O_3 , $\rho_p = 5.2 \times 10^3$; 8 – W, $\rho_p = 19 \times 10^3$.

Область в верхнем левом углу на рис. 6, расположенная выше границы $Re_p^{(0)} = 10$, характеризуется малыми числами Стокса и квадратичной за-

висимостью параметра скоростного запаздывания частиц $\varphi = u_p/u_1$ от их диаметра d_p . Напротив, в правом нижнем углу, под линией $Re_p^{(0)} = 100$, зависимость φ от диаметра d_p приближается к линейной, что характерно для ньютоновского режима обтекания с $C_D = \text{const}$. Числа Рейнольдса $Re_p^{(0)}$ соответствуют начальным условиям полета частиц в форкамере сопла при $T = T_{00}$. В дальнейшем по мере разгона частиц в сверхзвуковом раструбе сопла действительные значения Re_p быстро уменьшаются, прежде всего, за счет снижения относительной скорости обтекания частиц $|u - u_p|$.

Итак, скольжение фаз в сверхзвуковом разгоняющемся потоке становится существенным фактором для тех частиц, у которых произведение плотности ρ_p на квадрат диаметра d_p превышает

$$(\rho_p d_p^2) > 10^{-7}, \text{ [кг/м]} \quad (10)$$

Тот же сверхзвуковой поток (с $p_{00} = 1$ МПа), заторможенный за головной ударной волной, при обтекании сферы с радиусом R_N вызывает осаждение частиц (т.е. будет отличаться существенным скоростным скольжением фаз) в том случае, если

$$\frac{\rho_p d_p}{R_N} > 0.1 \text{ кг/м}^3. \quad (11)$$

Увеличение давления p_{00} в форкамере сопла пропорционально повышает указанные выше числовые границы для оценки инерционности частиц.

Сложный характер изменения скоростного запаздывания φ от размеров и плотности материала частиц требует введения этого параметра в формулу (3) для расчета потока энергии E

$$E = K_a \int_0^{\infty} K_d \varphi (f_u + f_T) r_p^3 F(r_p) dr_p / \int_0^{\infty} \varphi r_p^3 F(r_p) dr_p. \quad (12)$$

Скоростное скольжение фаз не только усложняет картину обтекания затупленных тел гетерогенным потоком, но и создает дополнительный (во многих случаях – определяющий) фактор энергетического воздействия на поверхность этих тел. В отличие от однофазных (незапыленных) потоков возникают два дополнительных механизма теплопереноса: “ударный” – $q_s = G_{pw} E$ и интенсифицирующий конвективный теплообмен Δq (см. формулу (1)).

Обе эти составляющие теплообмена быстро возрастают с увеличением скорости соударения частиц с преградой – u_{pw} .

Эксперименты [13] показали, что на тонкостенных графитовых цилиндрах тепловые потоки выше, чем на цилиндрах, изготовленных из титана. Различие пытались объяснить тем, что шероховатость графитовых моделей выше, чем титановых. Последующие эксперименты показали, что такое объяснение неверно. Специальные опыты с титановыми моделями, имеющими искусственную шероховатость, дали относительно слабое возрастание теплообмена. Поэтому была выдвинута гипотеза о влиянии “вторичных частиц”, выбитых из графитовых моделей и приводящих к изменению поля течения вблизи модели, исходя из чего построено обобщенное полуэмпирическое соотношение для тепловых потоков в окрестности критической точки тел, обтекаемых гетерогенным потоком.

Обозначим расход частиц как $G_p = \rho_p V_{p\infty}$, расход несущего газа – $(\rho_{\infty} V_{\infty})$, безразмерную скорость эрозии – $G = G_{er}/G_p$, где G_{er} – удельный расход массы, уносимый с поверхности модели в результате эрозии. Тогда интенсивность теплопередачи, характеризующая числом Стэнтона St_{Σ} , во всем диапазоне проведенных испытаний описывается единой аппроксимационной зависимостью

$$St_{\Sigma} = \frac{(\alpha/c_p)}{\rho_{\infty} V_{\infty}} = 0.1 \chi^{0.3} \sin^2 \theta,$$

где $\chi = \frac{G_p(1+G)}{\rho_{\infty} V_{\infty}}$; θ – угол между экспонируемой поверхностью и вектором скорости потока.

Использование тонкостенных ($\delta = 1 - 2.3$ мм) графитовых моделей не позволило авторам [13] провести широкие исследования и установить границы применимости полуэмпирической зависимости в случае малых (<1%) и больших (>10%) относительных расходов частиц. Среднеквадратичный разброс экспериментальных данных относительно аппроксимирующей кривой составляет почти 40%. Представленная зависимость не предусматривает асимптотического снижения коэффициента теплообмена до значения в незапыленном потоке при уменьшении размера частиц до нуля и не учитывает величины критерия Рейнольдса, несмотря на то, что он существенно изменялся в работе [13] от 0.4×10^6 до 0.7×10^8 1/м.

Полученные экспериментальные данные ограничены малым давлением торможения за прямым скачком $p'_0 < 0.2$ МПа и, в основном, одним размером частиц.

Хоув и Тейлор в работе [17], основываясь на экспериментальных данных, предложили свою модель теплообмена для окрестности критической точки затупленного тела, обтекаемого гетероген-

ным потоком, аналогичную известным подходам, описывающим влияние турбулентности набегающего потока.

При этом предполагалось, что уровень турбулентности в потоке Tu связан с относительной концентрацией частиц $G_p/(\rho_\infty V_\infty)$

$$Tu^2 \sim \left(\frac{G_p}{\rho_\infty V_\infty} \right)^{3/4} \sim Q_e,$$

где Q_e – безразмерная энергия турбулентного движения на границе пограничного слоя.

Сопоставление расчетных и измеренных тепловых потоков позволило подобрать эмпирическую зависимость

$$\frac{q_\Sigma}{q_0} = 0.3 Q_e^{0.243} \sim G_p^{0.18}.$$

Несмотря на то, что точный механизм генерации турбулентности остался невыясненным, данный подход позволил несколько снизить разброс экспериментальных данных.

В последующих публикациях метод обобщения экспериментальных данных неоднократно видоизменялся и совершенствовался. В частности, из кинетической энергии твердых частиц вычиталась та ее часть, которую частицы отдадут преграде при столкновении

$$Q_e \sim \frac{3}{2} \rho_2 u_2 Tu^2 \sim G_p \frac{V^2}{2} (1 - K_d).$$

Обобщение данных по влиянию шероховатости на теплообмен в однофазном потоке позволило получить формулу для энергии турбулентности, вызываемой шероховатостью поверхности.

Заклячая этот обзор опубликованных методов расчета теплообмена в гетерогенных потоках, обтекающих затупленные тела, следует подчеркнуть, что физическая обоснованность линейной суперпозиции интенсивностей турбулентности не ясна, а возможность экстраполяции за пределы диапазона параметров экспериментальных исследований не обоснована.

Представляется, что наиболее важным на современном этапе является установление закона влияния на теплообмен размеров частиц и их концентрации в пристенном слое, хотя именно этим факторам в литературе внимание практически не уделялось.

Допустим, что конвективный тепловой поток от газа в присутствии частиц является суммой двух составляющих

$$q_\Sigma = q_0 + \Delta q(d_p). \tag{13}$$

При уменьшении диаметра частиц $d_p \rightarrow 0$ второе слагаемое стремится к нулю, что удовлетворяет предельному переходу к чистому газу.

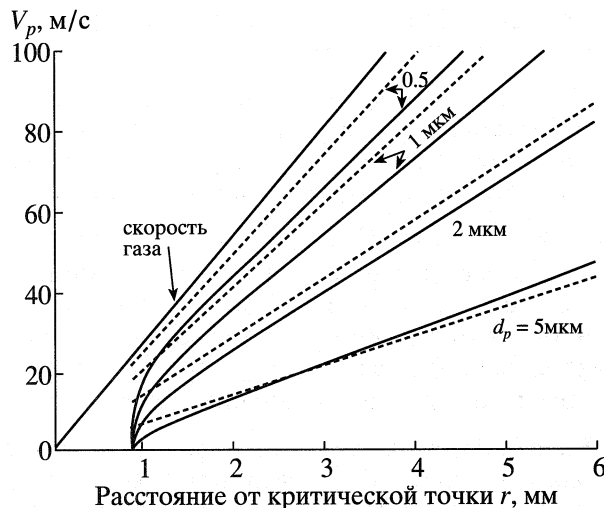


Рис. 7. Влияние размера “вторичных” частиц на динамику их разгона после соударения с преградой в точке r_w (сплошные линии): $R_N = 12$ мм, $r_w/\Delta = 0.5$. Пунктир – приближенное решение (14).

Первое слагаемое q_0 определяет теплообмен в “чистом” газовом потоке. Для сверхзвукового обтекания затупленных тел широкое применение получила формула [10]

$$q_0 = 4.4 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{p'_0}{R_N}} C_p (T'_0 - T_w).$$

Здесь p'_0, T'_0 – давление и температура заторможенного потока; R_N, T_w – радиус затупления и температура поверхности обтекаемого тела.

Если условие в гетерогенном потоке таково, что частицы не попадают на поверхность преграды, то интенсификация теплообмена возможна, но, как показывает оценка, составляет не более 30% при концентрации частиц $z_p < 10\%$ [16]. Этот вариант достаточно хорошо изучен и в дальнейшем рассматриваться не будет.

Более сложное взаимодействие потока частиц с несущим газовым потоком имеет место в том случае, когда сохраняется высокий уровень относительных скоростей $|u - u_p|$ и $|V - V_p|$. Инерционные частицы при торможении в ударном слое имеют скорость выше, чем несущий поток, а после отражения от поверхности преграды вновь разгоняются газовой средой вдоль обтекаемой поверхности (при этом скорость частиц меньше скорости газа). Известно, что в таком случае частицы могут значительно исказить скоростное и температурное поле несущего потока за счет вихрей, образующихся в следе за ними. В работе [18] предложены модель учета этого дополнительного энергоподвода к несущему потоку и метод расчета конвективного теплового потока с

учетом дисперсной примеси, суть которого заключается в следующем.

Удельный поток кинетической энергии, внесенной частицами в пограничный слой на поверхности обтекаемого тела, пропорционален произведению массового потока G_p и квадрата скорости удара $u_{pw}^2/2$ или $u_{pw}^3/2$. Однако после отражения от преграды частицы вновь разгоняются в тангенциальном направлении, приобретая скорость $V_p(r)$. При этом они выносят из окрестности тела часть энергии, пропорциональную ρ_δ – средней плотности частиц по толщине пограничного слоя δ .

Баланс массы падающих (“первичных”) и уносимых (“вторичных”) частиц позволяет определить плотность “вторичных” частиц ρ_δ в некоторой окрестности критической точки затупленного тела $r = r_0$

$$\rho_\delta = G_p r_0 / 2V_p \delta.$$

Результаты численных расчетов уравнения движения “вторичных” частиц удовлетворительно описываются простым аналитическим выражением [14, 15]

$$V_p = \frac{2V}{1 + \sqrt{4Stk + 1}} \sqrt{1 - \left(\frac{r_w}{r}\right)^2}. \quad (14)$$

Здесь $r \gg r_w$; r_w – координаты падения частиц на преграду (рис. 7).

Касательная составляющая скорости в окрестности точки торможения затупленного тела $V(r)$ предполагается линейной функцией координаты

$$V = (u_2/4\Delta)r.$$

Число Стокса Stk является отношением времени динамической релаксации частиц $\tau_p = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2}{\eta_2}$

и характерного времени разгона газового потока

$$\tau_v = \left(\frac{dV}{dr}\right)^{-1} = \frac{4\Delta}{u_2}. \text{ Если число Стокса } Stk \text{ стремится к нулю, то скорость “вторичных” частиц совпадает со скоростью несущего газа } V.$$

Крупные и тяжелые частицы могут иметь числа Стокса 1000 и более, т.е. они вообще не увлекаются газовым потоком (в малой окрестности критической точки). Тем самым складывается возможность экранирования вторичными частицами потока первичных частиц.

Очевидно, модель теплообмена в гетерогенном потоке должна учитывать зависимость дополнительного энергетического потока от размеров и концентрации частиц. Самой простой ком-

бинацией всех определяющих параметров можно считать произведение $(\rho_\delta u_{pw}^3)$ [18] или

$$\Delta q = \Psi \rho_\delta u_{pw}^3. \quad (15)$$

Соотношение (15) замыкает алгоритм численного определения интенсивности энергопереноса при сверхзвуковом натекании гетерогенного потока на затупленное тело.

Отметим, что скоростное и температурное скольжение фаз как при разгоне частиц, так и при их торможении за головной ударной волной, а также при выносе “вторичных” частиц из пограничного слоя на поверхности модели играют важную роль в феноменологической модели теплообмена, а следовательно, существенно влияют на результаты численных расчетов. Более того, именно динамическое опережение частиц $|u_p - u|$ в ударном слое создает ту избыточную энергию, которая преобразуется в пограничном слое в дополнительный конвективный тепловой поток Δq .

Приведем сводный перечень всех соотношений, составляющих алгоритм расчета теплового потока при обтекании тела гетерогенным потоком

$$q_{\text{test}} = q_s + q_0 + \Delta q,$$

$$q_s = G_p E,$$

$$q_0 = 4.4 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{p_0}{R_N}} c_p (T_0' - T_w),$$

$$\Delta q = \Psi u_{pw}^3 \rho_\delta, \quad \Psi = 3 \times 10^{-7},$$

$$\rho_\delta = \frac{G_p (1 + \sqrt{4Stk + 1}) \Delta}{u_2 \delta}, \quad (16)$$

$$\delta = 5R_N / \sqrt{\frac{\rho_2 u_2 R_N}{\eta_2}},$$

$$\Delta = 0.78 \frac{\rho_1}{\rho_2} R_N,$$

$$Stk = \frac{\rho_p d_p^2}{R_N} \left(\frac{u_1}{\eta_2 18 \times 0.78} \right),$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \left(\frac{k+1}{k-1} \right) \left(1 + \frac{2}{(k-1)M_1^2} \right),$$

$$u_{pw} = \sqrt{\frac{2E}{K_a}}$$

или для монодисперсных частиц

$$\frac{u_{pw}}{u_1} = \exp\left(-0.6 C_D \frac{\rho_1 R_N}{\rho_2 d_p}\right).$$

Коэффициент сопротивления C_D определяется по данным рис. 5 для заданного числа Рейнольдса $Re_p^{(0)} = \rho_2 u_1 d_p / \eta_2$ (соответствующего условиям на головной ударной волне). Параметр E рассчитывается по уравнению (3) или (12).

2. Экспериментальное исследование теплообмена на сферах, обтекаемых сверхзвуковым гетерогенным потоком

Эксперименты проведены на двух типах стендов: ударной трубе с истечением газа в закрытую рабочую часть и высоконапорном газогенераторе с истечением сверхзвуковой струи в атмосферу.

Основными элементами ударной трубы [19] являются: камера высокого давления, оборудованная внешним омическим подогревателем до температуры $T_{00} = 570$ К; сопло на число Маха $M_1 = 6$; рабочая часть с диаметром 0.5 м и выхлопной тракт. Продолжительность стационарного течения газа составляла $\tau = 0.02$ с. Диаметр критического сечения сопла 38 мм, выходного сечения – 300 мм.

В процессе испытаний была использована оптическая система регистрации параметров гетерогенного потока (рис. 8). Световой луч от источника света 4 направлялся в рабочую часть трубы через окно 5, фокусировался в пятне 11, расположенном перед моделью 3. В приемнике света 6 использовался фотодиод ФД-256, усилитель 9 и система сбора и обработки информации 10. Для уменьшения “фоновой” засветки (отражения света от стенок рабочей части трубы) применялся светопоглощающий черный экран 7, установленный вне области 2, занятой гетерогенным потоком.

Концентрация пыли в зависимости от времени измерялась в ядре струи 11 на основе метода интегрального светорассеяния. Достоинством этого метода является его безынерционность, а погрешность измерений, по литературным данным, оценивается в $\pm 15\%$.

В качестве моделей обтекаемых тел использовались четыре сферы с радиусами $R_N = 3, 6, 12$ и 24 мм, установленные на одной державке на расстоянии 24 мм от оси сопла (рис. 9). Сферы были изготовлены из алюминия, а чувствительный элемент из латуни имел размер 2 мм в диаметре и толщину 0.3 мм.

До опытов с частицами были проведены эксперименты в потоке чистого воздуха. Зависимость измеренного теплового потока от радиуса сферы R_N представлена на рис. 10. Там же нанесена теоретическая зависимость, приведенная в первом разделе данной статьи. Расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом лишь при радиусах модели $R_N = 12$ и 24 мм, поэтому в последующем результаты испытаний при малых значе-

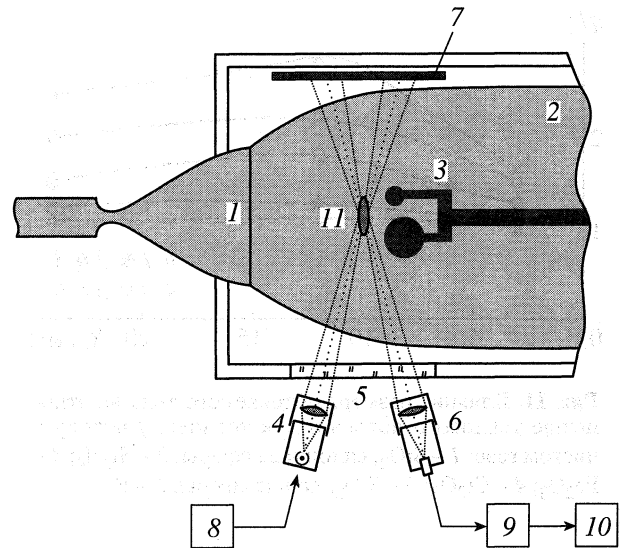


Рис. 8. Схема проведения экспериментов в ударной трубе.

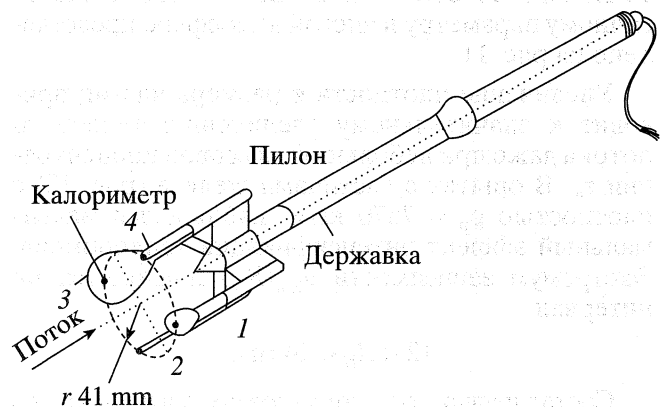


Рис. 9. Схема расположения моделей при испытаниях в ударной трубе.

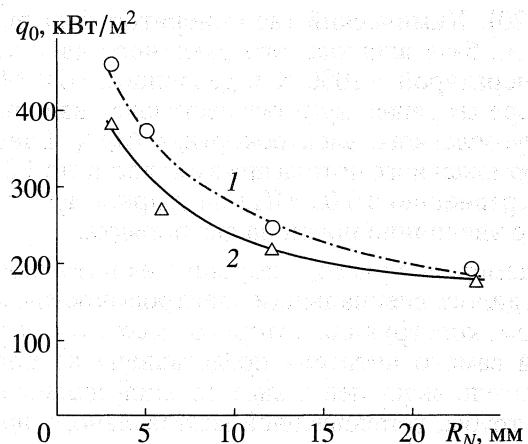


Рис. 10. Сравнение расчетных и измеренных тепловых потоков при обтекании моделей с радиусом R_N в ударной трубе: $p_{00} = 17.5$, $p'_0 = 5$ бар. 1 – расчет, 2 – эксперимент.

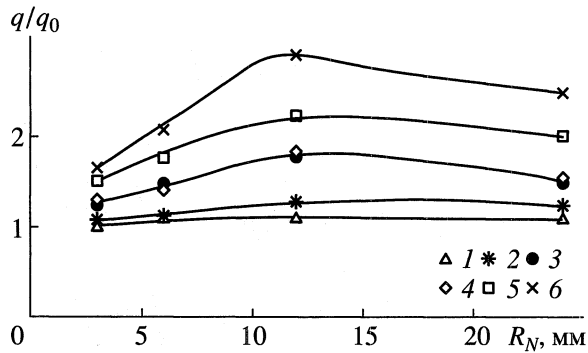


Рис. 11. Влияние размера обтекаемого тела на отношение тепловых потоков q_{test} к тепловому потоку в чистом газе: 1 – SiO_2 , сплошные сферы; 2 – Si_3N_4 ; 3 – Fe_2O_3 ; 4 – Cr_2O_3 ; 5 – SiO_2 , полые сферы; 6 – Fe.

ниях R_N не анализировались. При наличии частиц в потоке газа теплообмен, как правило, усиливался.

Отношение экспериментально измеренного теплового потока в запыленной среде к аналогичному параметру в чистой атмосфере представлено на рис. 11.

Увеличение плотности и размера частиц приводит к значительному увеличению теплового потока даже при небольшой массовой концентрации z_p . В опытах с частицами железа (рис. 12) с плотностью $\rho_p = 7870 \text{ кг/м}^3$ наблюдался максимальный эффект интенсификации теплообмена. Экстремум зависимости $q_{\text{test}}(R_N)$ приходится на интервал

$$12 < R_N < 24 \text{ мм.}$$

Состав несущего потока (воздух, азот, двуокись углерода CO_2) практически не оказывал влияния во всем интервале экспериментальных данных.

Эксперименты на ударной трубе дополняются испытаниями на высоконапорном газогенераторе [20]. Химический газогенератор был выполнен на базе жидкостного ракетного двигателя с температурой $\approx 2000 \text{ К}$ и давлением $\approx 20 \text{ МПа}$ в камере сгорания, куда осуществлялся ввод частиц из тугоплавкого электрокорунда Al_2O_3 . Давление заторможенного потока при этом достигло 3.2 МПа (по сравнению с 0.05 МПа на ударной трубе), т.е. было увеличено почти на два порядка.

Измерение расхода порошка из питателя производилось специальным емкостным датчиком, конструкция которого вместе с конструкцией самого питателя представлена на рис. 13. Питатель выполнен в виде длинной цилиндрической трубы, установленной вертикально, в нижней части которой имеется коническое днище. В крышке питателя вместе со штуцерами для заполнения питателя порошком и подачи выталкивающего азота был электроизолированно установлен центральный стержень, пронизывающий питатель

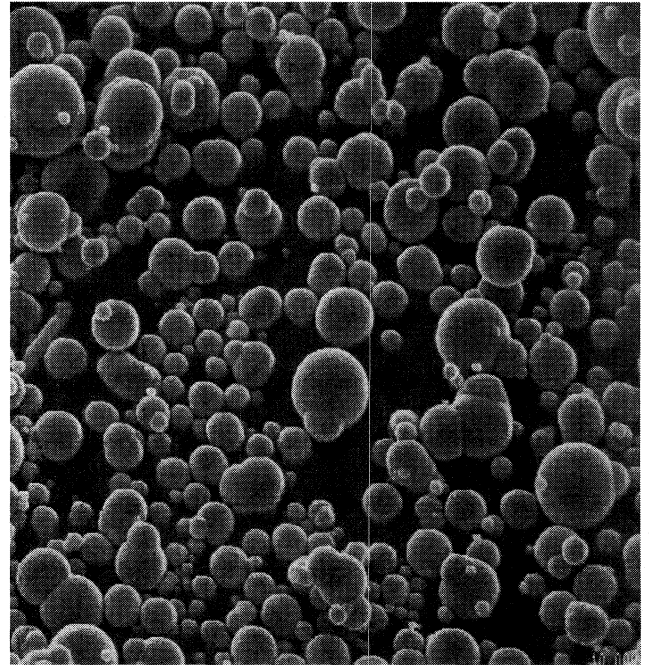


Рис. 12. Микрофотография частиц железа, использованных в экспериментах на ударной трубе.

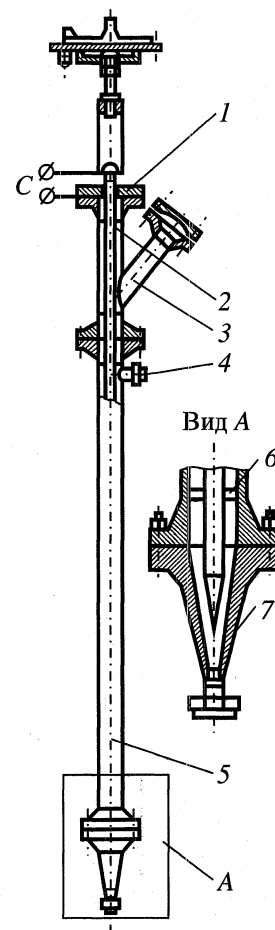


Рис. 13. Конструкция питателя: 1 – крышка; 2 – электроизолированный стержень; 3, 4 – патрубки; 5 – корпус; 6 – пилон; 7 – конус.

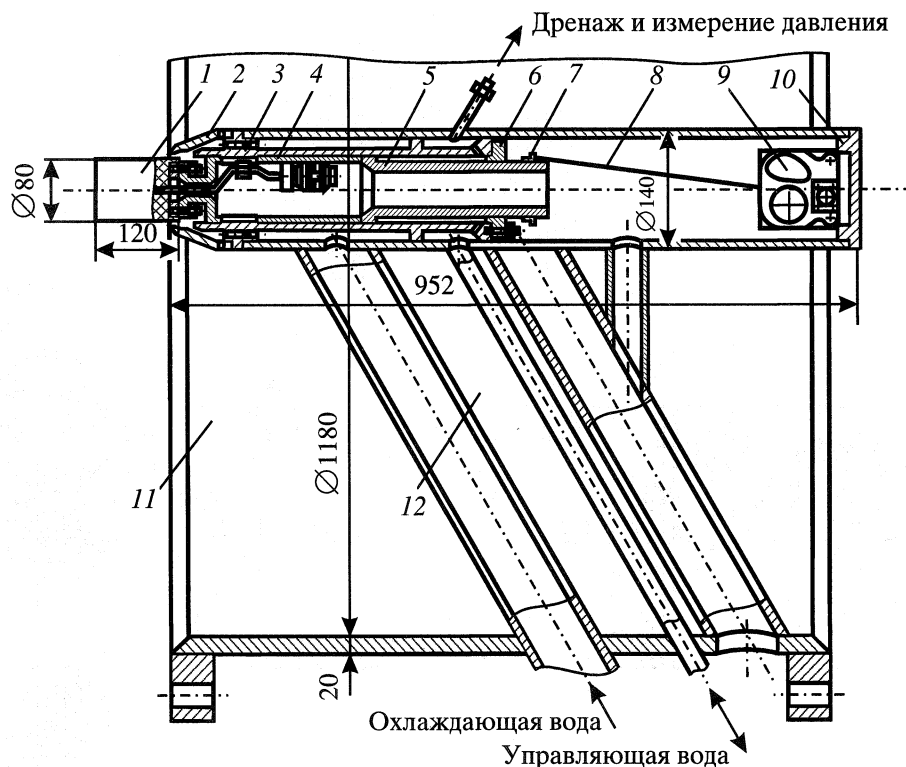


Рис. 14. Конструкция державки: 1, 2 – стенки корпуса; 3 – пилон; 4 – поршень опорный; 5 – поршень управляющий; 6 – модель; 7 – крышка; 8 – гайка; 9 – датчик осевых перемещений; 10 – ежкторная труба; 11 – задняя крышка; 12 – тросик.

на всю его высоту. Корпус питателя и центральный стержень являлись обкладками конденсатора, между которыми засыпалась точная навеска порошка нужной марки. При изменении количества порошка в питателе изменялось соотношение между высотой столба порошка и высотой газового столба, от которого зависела диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора и, следовательно, его емкость. Изменение электрической емкости конденсатора являлось основой для измерения количества порошка, а после установления зависимости от времени – расхода порошка из питателя G_p . Для исключения влияния на диэлектрическую проницаемость давления газового столба, влажности и других свойств выталкивающего азота на стенде установлены измерительный и балансировый питатели, включенные в мостовую схему электронного преобразователя. Было проведено 100 измерений разного количества порошка окиси алюминия марки М100П ГОСТ 3647-71, засыпанного в питатель, которые позволили определить среднеквадратичную ошибку измерения $\pm 1\%$. Постоянство расхода порошка обеспечивалось в процессе испытания делителем давления – гидравлической схемой включения питателя в систему подачи порошка в форкамеру [21].

Державка (рис. 14) была предназначена для удержания модели в процессе испытания, а также защиты ее во время нестационарных тепловых, силовых и эрозионных нагрузок при запуске и выключении газогенератора, ввода и вывода ее из гетерогенного потока, а также для перемещения модели во время испытания, что оказывалось необходимым для поддержания постоянным расстояния от модели до среза сопла при значительном уносе массы модели.

Модели представляли собой полусферические и плоские торцы с радиусом 20 и 40 мм. Сама модель снабжалась специальной защитой (рис. 15) в процессе выдвигания ее из державки, что, в частности, было необходимо для калориметрических моделей. После выхода газогенератора на рабочий режим и ввода с постоянным расходом в форкамеру частиц модель выдвигалась в высокотемпературный гетерогенный поток и устанавливалась на заданном расстоянии от среза сопла. В процессе выдвигания наконечник удерживался на торце модели силой давления струи газа. Через некоторое время (0.3–0.4 с) пробка разрушалась и проваливалась в глухое отверстие в крышке. Газ с высоким давлением (p'_0) попадал во внутреннюю полость цилиндрической втулки, разрушал ее по заранее ослабленному сечению и втулка разбрасывалась. Крышка, форма тыльной стороны ко-

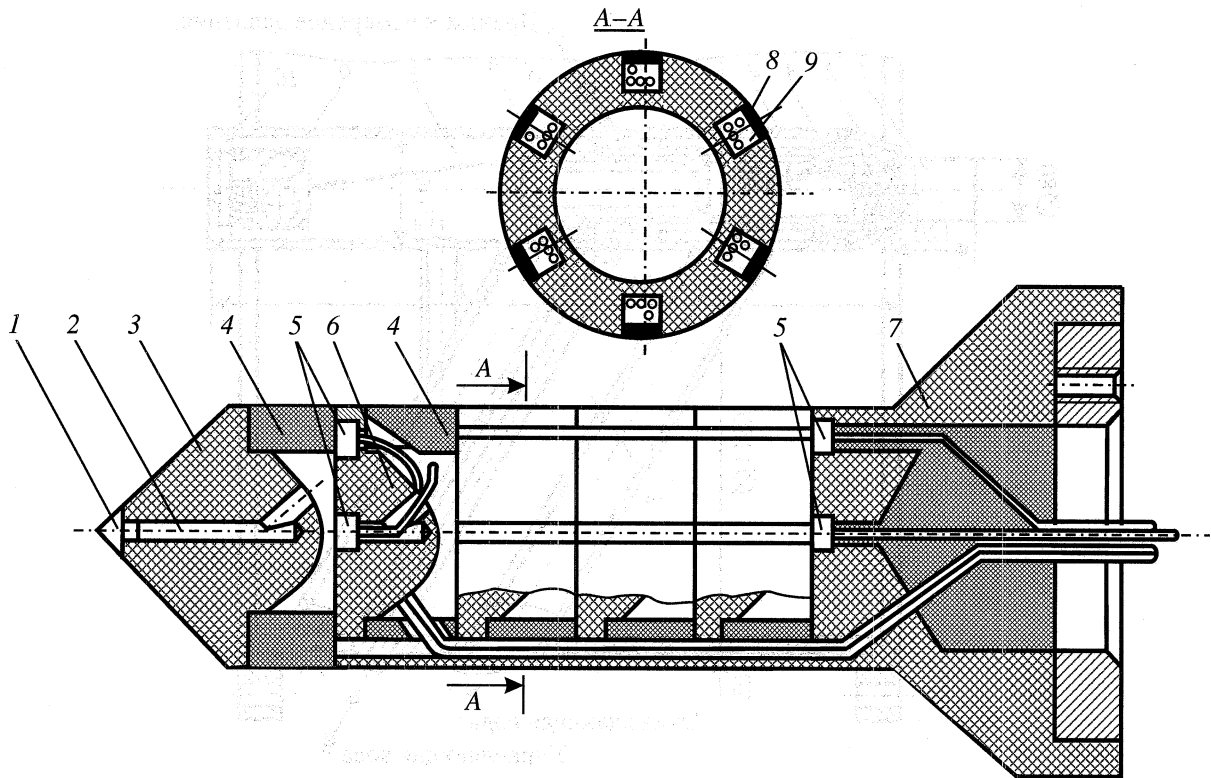


Рис. 15. Многосекционная калориметрическая модель: 1 – крышка; 2 – глухое отверстие; 3 – пробка; 4 – втулка с ослабленным сечением; 5 – калориметр; 6 – платформа; 7 – основание; 8 – крышка канала; 9 – продольные каналы.

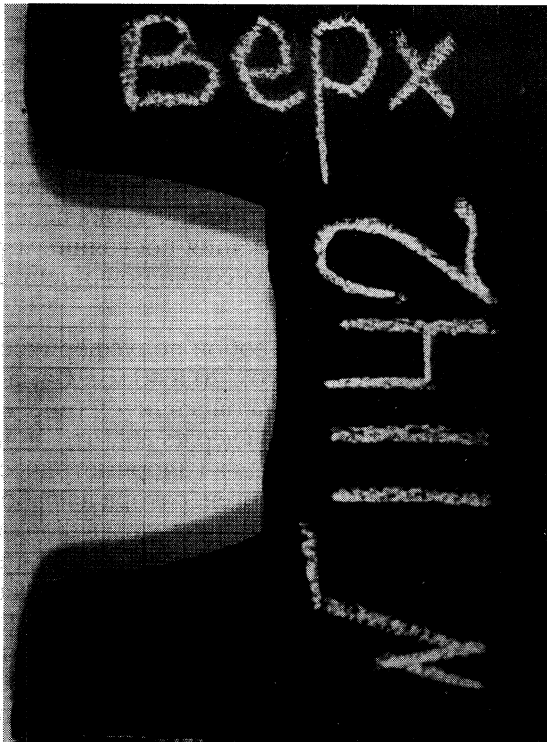


Рис. 16. Профиль регистрационной пластины, полученный вследствие эрозионного разрушения на химическом газогенераторе при вводе в поток частиц Al_2O_3 размером ≈ 100 мкм.

торой обеспечивала ее неустойчивое положение на модели, также слетала. Высокоскоростная киносъемка показала, что время разрушения наконечника составляет 0.01–0.03 с, а время выдвигания модели 0.2–0.3 с, т.е. в результате использования наконечника время воздействия на модель в процессе ее выдвигания потока с переменными параметрами удается сократить на порядок. Особенностью многосекционной калориметрической модели является то, что каждая ее секция работает как описанный наконечник, но роль пробки выполняет калориметр. Такая конструкция позволяла повысить качество и ускорить процесс калориметрирования струи газогенератора вдоль его оси.

Эрозионное разрушение моделей в гетерогенной струе газогенератора фиксировалось с помощью высокоскоростной киносъемки, анализ которой показал [21] линейную зависимость скорости уноса от времени, что свидетельствовало о постоянстве расхода частиц за срезом сопла. Распределение концентрации частиц по сечению струи было исследовано с помощью регистрационных пластин (рис. 16) [18]. Устанавливая тонкие пластины в меридиональных сечениях на разных расстояниях за срезом сопла, можно было получить распределения потоков массы и кинетической энергии частиц не только по сечению, но и вдоль оси потока с точностью $\pm 10\%$.

Для испытаний на высоконапорном газогенераторе в основном использовались частицы корунда Al_2O_3 плотностью $\rho_p = 3900 \text{ кг/м}^3$ и диаметром $d_p = 100 \text{ мкм}$. Зависимость теплового потока от расхода частиц G_p представлена на рис. 17. Массовая концентрация частиц z_p в потоке не превышала при этом 1%. Массив экспериментальных точек с ростом концентрации или расхода частиц G_p расслаивался по признаку формы экспонируемого тела (полусферическое или плоское).

Скорость удара частиц диаметром 100 мкм о поверхность полусферической модели с $R_N = 20 \text{ мм}$, определенная в расчете, составила $u_{pw} = 1325 \text{ м/с}$ при величине скорости несущего потока на фронте головной ударной волны $u_1 \approx 1500 \text{ м/с}$. Результаты расчетов скорости удовлетворительно согласуются с экспериментом [22].

Отметим, что числа Рейнольдса, рассчитанные по диаметру моделей, изменялись в интервале от 3×10^4 (в ударной трубе) до 5×10^6 (на газогенераторном стенде).

В таблице представлены параметры несущего потока и дисперсной примеси (корунда Al_2O_3 , железа Fe и полых частиц из стекла SiO_2) для экспериментов на высоконапорном стенде и в ударной трубе, а также соответствующие результаты расчетов.

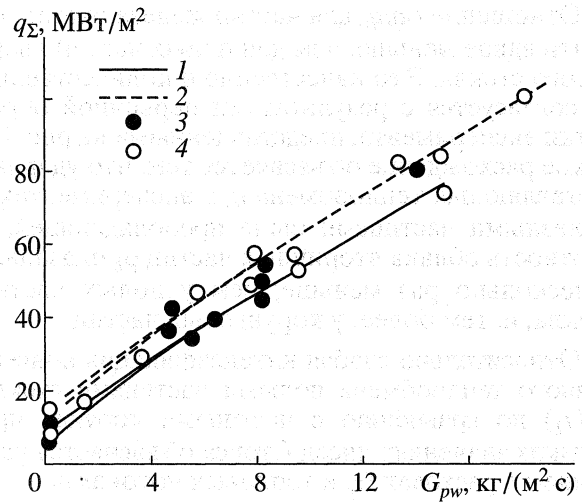


Рис. 17. Зависимость теплового потока от плотности потока массы частиц размером $d_p = 100 \text{ мкм}$: 1 – модель с плоским торцом; 2 – с полусферическим затуплением; 3 – радиус модели $R_N = 40$; 4 – 20 мм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по интенсификации теплообмена на поверхности сферических тел, обтекаемых сверхзвуковым гетерогенным потоком, позволяет сделать следующие выводы.

Таблица

Параметр	Частицы		
	корунд $\rho_p = 3700 \text{ кг/м}^3$	железо $\rho_p = 7800 \text{ кг/м}^3$	стекло $\rho_p = 320 \text{ кг/м}^3$
Размер частиц d_p , мкм	100	1.3	160
Расход частиц G_p , кг/м ² с	10	1.5	0.67
Концентрация частиц z_p , %	0.66	3.00	1.33
Скорость удара u_{pw} , м/с	1325	920	770
Скорость потока, м/с:			
u_1	1500	1000	1000
u_2	400	200	200
Размер модели R_N , мм	20	12	12
Тепловой поток, q_0 , кВт/м ²	1.3×10^4	2×10^3	2×10^3
Давление торможения			
p_0' , МПа	3.2	0.05	0.05
Температура торможения			
T_0' , К	2000	570	570
Вязкость η_2 , кг/м с	6.5×10^{-5}	3×10^{-5}	3×10^{-5}
Число Стокса вторичных частиц, Stk	2700	10	1650
$\Delta q/q_0$ – эксперимент	3.5	0.45	0.7
$\Delta q/q_0$ – расчет	3.5	0.3	0.65
ρ_δ , кг/м ³ (расчет)	65	0.26	0.96

Примечание. Расчет приращения конвективного теплового потока выполнен по формуле $\Delta q/q_0 = \psi \rho_\delta u_{pw}^3 / q_0$ с коэффициентом пропорциональности $\psi = 3 \times 10^{-7}$, соответствующим испытаниям на высоконапорном газогенераторном стенде [18].

Отношение $\Delta q/q_0$ для частиц железа оказалось почти вдвое меньше, чем для полых частиц кварцевого стекла. Это качественно и количественно не согласуется с результатами первичной обработки эксперимента, представленными на рис. 11. Такое расхождение объясняется тем, что ударная составляющая теплообмена q_s в экспериментах с железными частицами была преобладающей, а плотность облака вторичных частиц ρ_8 оказалась в несколько раз меньше, чем у полых частиц стекла, и, тем более, у корундовых частиц.

Относительно слабая интенсификация конвективного теплообмена полыми частицами стекла (SiO_2) по сравнению с частицами корунда при близких значениях чисел Стокса объясняется различием в расходах G_p и тепловых потоках q_0 .

Феноменологическая модель конвективного теплообмена на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым гетерогенным потоком, в целом адекватно отражает влияние различных параметров течения (скорости, плотности и температуры несущей фазы, а также размера и плотности дисперсной примеси).

Отметим принципиально важный аспект, вытекающий из зависимостей тепловых потоков от размеров моделей, изображенных на рис. 11. Немонотонный характер этих зависимостей качественно согласуется с феноменологической моделью теплообмена, изложенной выше. Увеличение размера обтекаемого тела при прочих равных условиях уменьшает скорость удара частиц u_{pw} , но увеличивает плотность в облаке вторичных частиц ρ_8 . Соответственно их произведение должно иметь экстремум.

Для монодисперсных частиц соотношения (16) могут быть упрощены и приведены к следующей зависимости от радиуса обтекаемого тела R_N :

$$\frac{\Delta q}{q_0} \sim \exp(-bR_N) \sqrt{R_N}, \quad b = 1.8 \frac{C_D \rho_1}{\rho_p d_p}. \quad (17)$$

Следовательно, экстремум будет соответствовать значению $R_N^{\max} = 1/(2b)$. Для частиц железа оно составляет $R_N^{\max} \approx 17$ мм, что не противоречит экспериментальным данным представленным, на рис. 11 и в таблице.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 00-02-16013), программы Государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант № 00-15-99016), фонда "Интеграция" (госконтракт № К 0575/99) и Международного гранта ИНТАС (№ 00-0309).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 472 с.
2. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 563 с.
3. Салтанов Г.А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. М.: Наука, 1979. 286 с.
4. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
5. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Течение газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 288 с.
6. Гилинский М.М., Стасенко А.Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. М.: Машиностроение, 1990. 176 с.
7. Яненко Н.Н., Солоухин Р.И., Папырин А.М., Фомин В.М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980. 160 с.
8. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970. 423 с.
9. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975. 384 с.
10. Полежаев Ю.В., Михатулин Д.С. Теплообмен в гетерогенных потоках. Машиностроение. Энциклопедия в 40 т. Т. 1–2. М.: Машиностроение, 1999. С. 383.
11. Humphrey A.C. Fluid Motion in Erosion by Solid Particle Impact // Int. J. Heat and Fluid Flow. 1990. V. 11. № 3. P. 170.
12. Fleener W.A., Watson R.H. Convective Heating in Dust Laden Hypersonic Flows // AIAA Paper 73-761. 1973.
13. Dunbar L.E., Courtney J.F., Mc Millen L.D. Heat Augmentation in Erosive Hypersonic Environments // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 7. P. 908.
14. Домбровский Л.А., Юкина Э.П. Критические условия инерционного осаждения частиц из газодисперсного потока в окрестности точки торможения // ТВТ. 1983. Т. 21. № 3. С. 525.
15. Домбровский Л.А. Инерционное осаждения частиц из газодисперсного потока в окрестности точки торможения // ТВТ. 1986. Т. 24. № 3. С. 558.
16. Vasilevskii E.B., Osipov A.N. Experimental and Numerical Study of Transfer on a Blunt Body in Dusty Hypersonic Flow // AIAA Paper 99-3563. 1999.
17. Hove D.T., Taylor E. Stagnation Region Heat Transfer in Hypersonic Environment // AIAA Journal. 1976. V. 14. № 5. P. 1486.
18. Полежаев Ю.В., Репин И.В., Михатулин Д.С. Теплообмен в сверхзвуковом гетерогенном потоке // ТВТ. 1992. Т. 30. № 6. С. 1147.
19. Osipov A.N., Vasilevskii E.B. Heat Transfer in a Stagnation Region of a Blunt in a Hypersonic Gas Flow with an Admixture of Tiny Particles. Theory and First Experimental Results. In: Proc. 2nd Intern. Symp. Two-Phase Flow Model and Experim. Pisa, Italy, May, 1999.
20. Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В., Репин И.В. Методы и средства моделирования теплообмена в высокоскоростных гетерогенных потоках // ТВТ. 1992. Т. 30. № 3. С. 573.
21. Богачев В.В., Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В. Методические основы проведения исследования в высокотемпературных гетерогенных потоках. Препринт № 2-331. М.: ИВТАН. 1991. 84 с.
22. Golyakov A.I., Killikh V.E., Poskacheeva L.P. Development of Tools Intended to Control Parameters of Heterogeneous Gas Flow with the Use of a Holographic Disdrometer // Application of PIV to Turbulence Measurements. Euromech 411. 2000. P. 1.