В. П. Громов, Ряды типа рядов Дирихле в локально-выпуклых пространствах, *Матем. заметки*, 1982, том 31, выпуск 6, 889–897

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

т. 31, № 6 (1982)

РЯДЫ ТИПА РЯДОВ ДИРИХЛЕ В ЛОКАЛЬНО-ВЫПУКЛЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В. П. Громов

А. Ф. Леонтьев разработал метод (см. [1, 2]) представления аналитических функций посредством рядов Дирихле и более общих функциональных рядов. В настоящей работе этот метод распространяется на случай представления посредством собственных элементов оператора сдвига, действующего в локально-выпуклых топологических пространствах (Л.В.П.).

1. Пусть H — полное Л.В.П. над полем комплексных чисел с набором полунорм $\{p\}$, разделяющим точки и определяющим топологию в H. $\{x_n\}$ — последовательность ненулевых элементов из H, являющаяся представляющей в H (см. [3]), т. е. любой элемент x из H можно представить в виде суммы сходящегося в H ряда

$$x=\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)\, x_n. \qquad (1.1)$$

При этом не требуется единственности представления.

Особое место в дальнейшем занимает голоморфная в круге $|\lambda|<R$, $R\leqslant\infty$ вектор-функция $e(\lambda)$, определяемая следующим абсолютно сходящимся в H рядом:

$$e(\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty} x_n\lambda^n, \qquad |\lambda|<R. \qquad (1.2)$$

(Ряд (1.2) сходится абсолютно в H, если

$$\sum_0^{\infty} p(x_n)\,|\lambda|^n<\infty, \qquad |\lambda|<R, \text{ для всех } p.)$$

Из определения следует, что $e(\lambda)$ — сильно-голоморфная (см. [4]) вектор-функция со значениями в H, являющаяся собственным элементом ($De(\lambda) = \lambda e(\lambda)$) линейного оператора

$$Dx = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\, x_{k-1},$$

действующего в пространстве H. Пусть далее

$$\varphi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n t^n, \qquad |t| < R, \tag{1.3}$$

фиксированная числовая функция, аналитическая в круге $|t| < R$, имеющая бесконечно много нулей: $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ $\ldots, \lambda_n, \ldots$. Нули занумерованы в порядке возрастания модулей.

Рассмотрим вектор $x \in H$, для которого в круге $|t| < R$ абсолютно сходится следующий ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \left\{\sum_{k=0}^{n-1} f_{n-k-1}(x)\, t^k\right\} = \psi[x, t]. \tag{1.4}$$

$\psi[x, t]$ представляет собой скалярную функцию, аналитическую в круге $|t| < R$.

С помощью функций $\psi[x, t]$ и $\varphi(t)$ построим формальный ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{|t-\lambda_n|=\delta} \frac{\psi[x, t]\, e(t)\, dt}{\varphi(t)},$$

где $\delta > 0$ такое, что в круге $|t - \lambda_n| \leqslant \delta$, кроме λ_n, других нулей функции $\varphi(t)$ нет. В частности, если все нули функции $\varphi(t)$ — простые, то

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{|t-\lambda_n|=\delta} \frac{\psi[x, t]\, e(t)\, dt}{\varphi(t)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi[x, \lambda_n]}{\varphi'(\lambda_n)}\, e(\lambda_n). \tag{1.5}$$

Замечание. Здесь и всюду далее интеграл понимается как сильный предел интегральных римановых сумм.

Таким образом, указано правило, по которому элементу $x \in H$ ставится в соответствие ряд (1.5) по собственным элементам оператора D:

$$x \backsim \sum_{1}^{\infty} d_n e(\lambda_n), \qquad d_n = \psi[x, \lambda_n]/\varphi'(\lambda_n).$$

Заметим, что, если в качестве H выступает пространство скалярных аналитических функций и $x_n = z^n/n!$, $z \in \mathrm{C}$, то построенный выше ряд (1.5) становится рядом

Дирихле специального вида, изучение которого проведено в работах А. Ф. Леонтьева (см., например, [1, 2]).

А. Ф. Леонтьев впервые обосновал возможность представления произвольных аналитических функций посредством ряда Дирихле и указал формулы для определения коэффициентов таких представлений. Эти формулы мы называем формулами Леонтьева.

Отметим также, что в случае $x_n = a_n z^n$, где

$$f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n$$

— целая функция, указанная выше схема ведет к разложениям в ряд $\sum_1^\infty d_n f(\lambda_n z)$. Если же $x_n = z^n$, то получим разложения функций, аналитических в круге $|z| \leqslant 1$, в ряд вида $\sum_1^\infty \frac{A_n}{z - \alpha_n}$. Последние разложения в рассматриваемом выше плане детально изучены Т. А. Леонтьевой (см., например, [5]).

Ниже устанавливаются условия, в которых построенный выше ряд (1.5) сходится к x в топологии пространства H и оценивается скорость его сходимости.

Для вывода и оценки остаточного члена изучаемого ряда рассмотрим следующую вспомогательную вектор-функцию:

$$\Phi(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{e(t)\, dt}{(t-\lambda)\varphi(t)}, \quad |\lambda| < r, \quad 0 < r < R. \tag{1.6}$$

Нетрудно заметить, что $\Phi(\lambda)$ — голоморфная вектор-функция, определенная в круге $|\lambda| < R$, со значениями в пространстве H. Причем в кольце $r < |\lambda| < R$ она имеет следующее представление:

$$\Phi(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{e(t)\, dt}{(t-\lambda)\varphi(t)} + e(\lambda). \tag{1.7}$$

Представим $\Phi(\lambda)$ рядом Тейлора

$$\Phi(\lambda) = \sum_{n=0}^\infty \left\{\frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=\delta} \frac{\Phi(t)\, dt}{t^{n+1}}\right\} \lambda^n = \sum_{m=0}^\infty \mathfrak{A}_m \lambda^m.$$

В этих обозначениях имеет место следующая

ТЕОРЕМА 1. *Пусть для $x \in H$ сходится ряд*

$$\sum_{n=1}^\infty |c_n| \sum_{k=0}^{n-1} |f_{n-k-1}(x)|\, r^k, \text{ для всех } r, \quad 0 < r < R. \tag{1.8}$$

Тогда в топологии H справедливо соотношение

$$x - \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{\psi[x, t]\, e(t)\, dt}{\varphi(t)} = \sum_0^\infty f_m(x)\, \mathfrak{A}_m, \qquad (1.9)$$

где $r > 0$, $r < R$, и такое, что на окружности $|t| = r$ нет нулей функции $\varphi(t)$.

Доказательство. Установим справедливость (1.9) сначала для случая $x = x_k$. Имеем:

$$\psi[x_k, t] = \sum_{n=k+1}^\infty c_n t^{n-k-1} = \frac{1}{t^{k+1}} \sum_{n=k+1}^\infty c_n t^n = \frac{(\varphi(t) - S_k(t))}{t^{k+1}}.$$

Следовательно, левая часть в равенстве (1.9) равна

$$x_k - \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{[\varphi(t) - S_k(t)]\, e(t)}{t^{k+1} \cdot \varphi(t)}\, dt =$$

$$= \sum_{\nu=0}^k \frac{c_\nu}{2\pi i} \int_{|t|=r} \frac{e(t)\, dt}{t^{k+1} \cdot \varphi(t)}.$$

Прямым подсчетом проверяется, что правая часть в (1.9) при $x = x_k$ равна такому же выражению. Итак, для $x = x_k$ соотношение (1.9) верно. В силу линейности левой и правой частей оно верно и для любой конечной суммы вида:

$$\sum_{k=0}^\nu f_k(x)\, x_k = \sigma_\nu.$$

Покажем, что (1.9) верно и в пределе, при $\nu \to \infty$. Действительно, пусть

$$x - \sigma_\nu = \sum_{k=\nu+1}^\infty f_k(x)\, x_k = \sum_{k=0}^\infty f_k^*(x)\, x_k,$$

где $f_k^*(x) = f_k(x)$ при $k > \nu$ и $f_k^*(x) = 0$ при $k \leqslant \nu$, тогда

$$\psi[x - \sigma_\nu, t] = \psi[x, t] - \psi[\sigma_\nu, t] =$$

$$= \sum_{n=1}^\infty c_n \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f_{n-k-1}^*(x) \cdot t^k = \sum_{n=\nu+1}^\infty c_n \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f_{n-k-1}^*(x) \cdot t^k.$$

Отсюда, так как $|f_s^*(x)| \leqslant |f_s(x)|$, получаем

$$|\psi[x, t] - \psi[\sigma_\nu, t]| \leqslant \sum_{n=\nu+1}^\infty |c_n| \cdot \sum_{k=0}^{n-1} |f_{n-k-1}(x)| \cdot |t|^k.$$

Следовательно, в силу (1.8) $|\psi[x, t] - \psi[\sigma_\nu, t]| \to 0$ при $\nu \to 0$, причем сходимость равномерная на каждом круге $|t| \leqslant r$, $r < R$.

Далее, поскольку справедливо равенство

$$\sigma_\nu - \frac{1}{2\pi i}\int_{|t|=r}\frac{\psi[\sigma_\nu, t]\,e(t)\,dt}{\varphi(t)} = \sum\nolimits_{m=0}^{\nu} f_m(x)\,\mathfrak{A}_m$$

и левая часть в этом равенстве при $\nu \to \infty$ имеет предел по топологии пространства H, равный

$$x - \frac{1}{2\pi i}\int_{|t|=r}\frac{\psi[x, t]\,e(t)\,dt}{\varphi(t)},$$

то существует предел и правой части. Тем самым соотношение (1.9) доказано.

Замечание 2. Равенства типа (1.9) в случае пространств аналитических функций одного переменного широко применялись в работах А. Ф. Леонтьева (см., например, [1, 2]) для изучения условий представления аналитических функций посредством функциональных рядов типа рядов Дирихле. В многомерном случае аналогичные равенства использовались в наших работах [6, 7].

В следующем пункте на одном примере показывается, как в конкретных условиях применяется теорема 1 для представления рядами по собственным элементам оператора D в H.

2. Пусть H — полное локально-выпуклое метризуемое пространство. Топология такого пространства, как известно (см. [8]), определяется с помощью счетной системы полунорм $\{p_q\}$, которую всегда можно считать монотонно возрастающей.

Положим, что система $\{x_n\} \subset H$ удовлетворяет условию

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\sqrt[n]{p_q(x_n)\,\Gamma(n/\rho+1)} = \varkappa_q \text{ для всех } q, \tag{2.1}$$

где $\rho > 0$, $\varkappa_q \nearrow \varkappa$. В этих условиях ряд (1.2) сходится абсолютно в H при всех λ, $(R = \infty)$, и, следовательно, представляет собой целую вектор-функцию $e(\lambda)$. Оценим поведение $e(\lambda)$ при $|\lambda| \to \infty$. При каждом фиксированном q и для всех $\varepsilon > 0$ в силу (2.1) имеем:

$$p_q(x_n) < c(\varepsilon, q)(\varkappa_q + \varepsilon)^n/\Gamma(n/\rho + 1), \quad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $c(\varepsilon, q)$ — постоянная. Следовательно,

$$p_q[e(\lambda)] \leqslant c_1(\varepsilon, q)\exp\{(\varkappa_q^\rho + \varepsilon)\,|\lambda|^\rho\}, \tag{2.2}$$

где $c_1(\varepsilon, q)$ — постоянная, не зависящая от λ.

З а м е ч а н и е 3. Поскольку $\varkappa_q \nearrow \varkappa$, то будем говорить, что вектор-функция $e(\lambda)$ растет не быстрее целой функции порядка ρ и типа $\varkappa^\rho$.

Далее, пусть функция (1.3) — целая скалярная функция порядка ρ и типа $\sigma_1 = \varkappa^\rho$, удовлетворяющая следующим условиям:

а) существует система окружностей $|t| = r_k$, $r_k \nearrow \infty$, на которых при любом $\varepsilon > 0$ справедлива оценка

$$\ln|\varphi(t)| > (\sigma_1 - \varepsilon)|t|^\rho, \quad |t| = r_k, \quad k > k_0(\varepsilon); \tag{2.3}$$

б) $\varphi(t)$ имеет бесконечно много нулей $\{\lambda_n\}$.

Положим для $|\lambda| < r_k$

$$\Phi_k(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{2\pi i}\int_{|t|=r_k}\frac{e(t)\,\mathrm{d}t}{(t-\lambda)\,\varphi(t)}. \tag{2.4}$$

Нетрудно заметить, что $\Phi_k(\lambda)$ — целые вектор-функции. Проведем оценку роста этих вектор-функций. Для $|\lambda| \leqslant r_k - 1$ имеем

$$p_q[\Phi_k(\lambda)] \leqslant \frac{|\varphi(t)|}{2\pi}\int_{|t|=r_k} p_q[e(t)]\frac{|\mathrm{d}t|}{|\varphi(t)|} \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon, q)\exp\{(\sigma_1+\varepsilon)|\lambda|^\rho + \beta_q r_k^\rho\}, \tag{2.5}$$

где $\beta_q = (\varkappa_q + \varepsilon)^\rho - \sigma_1 + \varepsilon$.

При этом заметим, что так как $\varkappa_q < \varkappa = \sigma_1^{1/\rho}$, то при достаточно малом $\varepsilon > 0$

$$\beta_q = (\varkappa_q + \varepsilon)^\rho - \sigma_1 + \varepsilon \leqslant -h_q < 0.$$

Для $|\lambda| > r_k$

$$\Phi_k(\lambda) = \frac{\varphi(\lambda)}{2\pi i}\int_{|t|=r_k}\frac{e(t)\,\mathrm{d}t}{(t-\lambda)\,\varphi(t)} + e(\lambda),$$

и поэтому получаем при $|\lambda| \geqslant r_k + 1$:

$$p_q[\Phi_k(\lambda)] \leqslant \frac{|\varphi(\lambda)|}{2\pi}\int_{|t|=r_k}\frac{p_q[e(t)]|\mathrm{d}t|}{|\varphi(t)|} + p_q[e(\lambda)] \leqslant$$
$$\leqslant c_1(\varepsilon, q)\exp\{(\sigma_1+\varepsilon)|\lambda|^\rho + \beta_q r_k^\rho\} +$$
$$+ c_2(\varepsilon, q)\exp\{(\varkappa_q+\varepsilon)^\rho\cdot|\lambda|^\rho\}. \tag{2.6}$$

Второе слагаемое в (2.6), как нетрудно убедиться, не превосходит величины

$$c_2(\varepsilon,\ q)\exp\{(\sigma_1+\varepsilon)\ |\lambda|^\rho + \beta_q\cdot r_k^\rho\}.$$

Следовательно, при подходящем выборе постоянной $c(\varepsilon, q)$ можно утверждать, что неравенство вида (2.5) верно и для $|\lambda| \geqslant r_k + 1$.

Осталось рассмотреть случай, когда λ находится в кольце $r_k - 1 < |\lambda| < r_k + 1$. Для таких λ в силу (2.5)

$$p_q[\Phi_k(\lambda)] \leqslant \max_{|t| \leqslant r_k+1} p_q[\Phi_k(t)] \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon_1 q) \exp\{(\sigma_1 + \varepsilon)(r_k + 1)^\rho + \beta_q r_k^\rho\}.$$

Поэтому для λ, $r_k - 1 < |\lambda| < r_k + 1$, будем иметь:

$$p_q[\Phi_k(\lambda)] \leqslant$$
$$\leqslant c_1(\varepsilon, q) \exp\{(\sigma_1 + \varepsilon)(r_k + 1)^\rho + \beta_q r_k^\rho\} \leqslant$$
$$\leqslant c_1(\varepsilon, q) \exp\{(\sigma_1 + \varepsilon)(|\lambda| + 2)^\rho + \beta_q r_k^\rho\}.$$

При больших $|\lambda|$, очевидно, $(\sigma_1 + \varepsilon)(|\lambda| + 2)^\rho \leqslant \leqslant (\sigma_1 + \varepsilon_1)|\lambda|^\rho$, где $\varepsilon_1 > 0$, мало вместе с ε. Поэтому при подходящем выборе постоянной $c(\varepsilon, q)$ неравенство (2.5) справедливо и в случае $r_k - 1 < |\lambda| < r_k + 1$. Итак, окончательно, при всех λ справедлива оценка

$$p_q[\Phi_k(\lambda)] \leqslant c(\varepsilon, q) \exp\{(\sigma_1 + \varepsilon)|\lambda|^\rho - \beta_q \cdot r_k^\rho\} \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon, q) \exp\{(\sigma_1 + \varepsilon)|\lambda|^\rho - h_q \cdot r_k^\rho\}, \quad (2.7)$$

где $\beta_q = (\varkappa_q + \varepsilon_1)^\rho - \sigma_1 + \varepsilon \leqslant -h_q < 0$, для всех q, а постоянная $c(\varepsilon, q)$ от k и λ не зависит.

Неравенство (2.7) позволяет получить оценку тейлоровских коэффициентов $\mathfrak{A}_m^{(k)}$ функции $\Phi_k(\lambda)$. А именно

$$p_q[\mathfrak{A}_m^{(k)}] \leqslant \frac{1}{2\pi} \int_{|t|=R} \frac{p_q[\Phi_k(t)]\,|dt|}{|t|^{m+1}} \leqslant \frac{1}{R^m} \max_{|t| \leqslant R} p_q[\Phi_k(t)].$$

Отсюда, опираясь на оценку (2.7) и полагая $R = [m/\rho(\sigma_1 + \varepsilon)]^{1/\rho}$, получаем

$$p_q[\mathfrak{A}_m^{(k)}] \leqslant c_1(\varepsilon, q)[(\sigma_1 + \varepsilon) e\rho/m]^{m/\rho} \cdot e^{-h_q r_k^\rho}, \quad (2.8)$$

где $c_1(\varepsilon, q)$ — постоянная, не зависящая от m и k.

Теперь, чтобы воспользоваться соотношением (1.9), необходимо выяснить условия, в которых сходится ряд (1.8). Для этого заметим, что из условия (2.1) следует, что, если

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|f_n(x)|/\Gamma(n/\rho + 1)} \leqslant 1/\varkappa,$$

то ряды вида (1.1) абсолютно сходятся в H.

Обозначим через $\overline{H}$ множество элементов пространства H, коэффициенты $f_n(x)$ которых удовлетворяют условию

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|f_n(x)|/\Gamma(n/\rho+1)} = 1/R < 1/\varkappa. \tag{2.9}$$

Отсюда для $x \in \overline{H}$

$$|f_n(x)| \leqslant c(\varepsilon)\,\Gamma(n/\rho+1)\,(1/(R-\varepsilon))^n \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon)\left(\frac{n}{e\rho}\right)^{n/\rho}\cdot\frac{n}{(R-\varepsilon)^n} \leqslant c(\varepsilon)\, n\alpha_n^n, \qquad n > n_0(\varepsilon),$$

где $c(\varepsilon)$ — постоянная, $\varepsilon > 0$ — мало. Далее напомним, что коэффициенты c_n функции $\varphi(t)$ в наших условиях удовлетворяют следующим оценкам:

$$|c_n| \leqslant c(\varepsilon)[(\sigma_1+\varepsilon)\,e\rho/n]^{n/\rho} \leqslant c(\varepsilon)\,(e\rho/n)^{n/\rho}\cdot(\varkappa+\varepsilon)^n.$$

Поэтому имеем

$$|c_n|\cdot\sum_{k=0}^{n-1}|f_{n-k-1}(x)|\,|t|^k \leqslant c(\varepsilon)\,|c_n|\cdot\sum_{k=0}^{n-1} n\cdot\alpha_n^{n-k-1}\cdot|t|^k \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon)\,|c_n|\cdot n(\alpha_n^n-|t|^n)/(\alpha_n-|t|) \leqslant c(\varepsilon)\,|c_n|\cdot n\alpha_n^n \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon)\left(\frac{\varkappa+\varepsilon}{R-\varepsilon}\right)^n n, \qquad n > N_1(\varepsilon).$$

Так как $R > \varkappa$, то последняя оценка показывает, что ряд (1.8) сходится при любом $|t|$. Следовательно, соотношение (1.9) имеет место.

В силу (2.8) и (2.9) получаем

$$p_q\left\{\sum_{m=0}^{\infty} f_m(x)\,\mathfrak{A}_m^{(k)}\right\} \leqslant \sum_{m=0}^{\infty}|f_m(x)|\,p_q(\mathfrak{A}_m^{(k)}) \leqslant$$
$$\leqslant c(\varepsilon,q)\,e^{-h_q r_k^\rho}\sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{\varkappa+\varepsilon}{R-\varepsilon}\right)^m \leqslant c_1(\varepsilon,q)\,e^{-h_q r_k^\rho}$$

для всех q. Таким образом, доказана следующая

ТЕОРЕМА 2. *Пусть функция $\varphi(t)$ удовлетворяет условию (2.3) и имеет бесконечно много нулей. Тогда для каждого $x \in \overline{H}$ справедливо представление*

$$x = \lim_{k\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{|t|=r_k}\frac{\psi[x,t]\,e(t)\,dt}{\varphi(t)}.$$

При этом имеет место следующая оценка скорости сходимости:

$$p_q\left\{x - \frac{1}{2\pi i}\int_{|t|=r_k}\frac{\psi[x,t]\,e(t)\,dt}{\varphi(t)}\right\} = O(e^{-h_q r_k^\rho}),$$

где $h_q > 0$ для всех q.

Отметим следующий частный случай теоремы 2.

ТЕОРЕМА 3. *Если целая функция* $\varphi(t)$ *из теоремы* 2 *имеет только простые нули* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ *и* $r_{k-1} < |\lambda_k| < r_k$, *то каждый* $x \in H$ *представляется рядом вида*

$$x = \sum_1^\infty d_n e(\lambda_n), \quad d_n = \frac{\psi[x, \lambda_n]}{\varphi'(\lambda_n)},$$

сходящийся по топологии пространства H, *и справедлива следующая оценка скорости сходимости:*

$$p_q\{x - \sum_{i=1}^n d_i e(\lambda_i)\} = O\{e^{-h_q|\lambda_n|^\rho}\}; \quad h_q > 0.$$

Московский областной
педагогический институт

Поступило
4.I.1980

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Леонтьев А. Ф., Представление функций обобщенными рядами Дирихле. Успехи матем. наук, 24, № 2 (1969), 97 — 164.
[2] Леонтьев А. Ф., Ряды экспонент, М., «Наука», 1976.
[3] Коробейник Ю. Ф., Представляющие системы, Изв. АН СССР, Сер. матем., 42 (1978), 325 — 355.
[4] Рудин У., Функциональный анализ, М., «Мир», 1975.
[5] Леонтьева Т. А., О представлении функций в единичном круге рядами рациональных дробей, Матем. сб., 84, № 2 (1971), 313 — 326.
[6] Громов В. П., О представлении произвольных функций двух комплексных переменных двойными функциональными рядами типа рядов Дирихле, Изв. АН СССР, Сер. матем., 32 (1968), 621 — 632.
[7] Громов В. П., О представлении функций многих комплексных переменных посредством функциональных рядов; Изв. АН СССР, Сер. матем., 34 (1970), 134 — 144.
[8] Эдвардс Р., Функциональный анализ, М., «Мир», 1969.