

Общероссийский математический портал

И. З. Аронов, О. В. Максимова, Теоретическое моделирование достижения консенсуса в условиях коалиций на основе регулярных марковских цепей, *Компьютерные исследования и моделирование*, 2020, том 12, выпуск 5, 1247–1256

DOI: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1247-1256

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.175

21 марта 2025 г., 19:41:14



УДК: 519.866

Теоретическое моделирование достижения консенсуса в условиях коалиций на основе регулярных марковских цепей

И. З. Аронов^{1,а}, О. В. Максимова^{2,3}

¹ МГИМО (У),
Россия, 119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 76

² ФГБУ «ИГКЭ»,
Россия, 107058, г. Москва, ул. Глебовская, д. 206

³ НИТУ «МИСиС»,
Россия, 119049, г. Москва, Ленинский проспект, д. 4

E-mail: ^а aronoviz48@gmail.com

Получено 31.05.2020, после доработки — 09.08.2020.

Принято к публикации 14.08.2020.

Часто решения в социальных группах принимаются на основе консенсуса. Это касается, например, проведения экспертизы в техническом комитете по стандартизации (ТК) перед утверждением национального стандарта Росстандартом. Стандарт утверждается в том и только том случае, если обеспечен консенсус в ТК. Такой же подход к разработке стандартов принят практически во всех странах мира, а также на региональном и международном уровне. Ранее опубликованные работы авторов посвящены построению математической модели времени достижения консенсуса в технических комитетах по стандартизации в условиях варьирования числа членов ТК и уровня их авторитарности. Настоящее исследование является продолжением этих работ для случая образования коалиций в работе социальных групп, в том числе технических комитетов по стандартизации. В рамках модели показано, что при наличии коалиций консенсус не достижим. Однако коалиции, как правило, преодолеваются в ходе переговорного процесса, в противном случае число принятых стандартов было бы исключительно мало. В работе проанализированы факторы, которые оказывают влияние на преодоление коалиций: величина уступки и индекс влияния коалиции. На основе статистического моделирования регулярных марковских цепей исследуется их воздействие на время обеспечения консенсуса. Доказано, что время достижения консенсуса значительно зависит от величины односторонней уступки коалиции и слабо зависит от размеров коалиций. Построена регрессионная модель зависимости среднего числа согласований от величины уступки. Выявлено, что даже небольшая уступка влечет наступление консенсуса, увеличение размера уступки приводит (при прочих равных факторах) к резкому снижению времени до наступления консенсуса. Показано, что уступка большей коалиции в отношении малочисленной коалиции не требует в среднем большего времени до наступления консенсуса. Уступка авторитарного лидера в группе позволяет сократить число согласований и повысить качество консенсуса. Полученные результаты имеют практическую ценность для всех организационных структур, где возникновение коалиций влечет невозможность принятия решений в рамках достижения консенсуса и требует рассмотрения различных способов для выхода на консенсусное решение.

Ключевые слова: социальная группа, консенсус, стандарты, регулярные марковские цепи, время достижения консенсуса, коалиции

UDC: 519.866

Theoretical modeling consensus building in the work of standardization technical committees in coalitions based on regular Markov chains

I. Z. Aronov^{1,a}, O. V. Maksimova^{2,3}

¹ MGIMO University,
76 Vernadsky pr., Moscow, 119454, Russia

² Yu. A. Izrael Institute of Global climate and ecology,
20b Glebovskaya st., Moscow, 107058, Russia

³ Moscow Institute of Steel and Alloys,
4 Leninsky pr., Moscow, 119049, Russia

E-mail: ^a aronoviz48@gmail.com

Received 31.05.2020, after completion — 09.08.2020.

Accepted for publication 14.08.2020.

Often decisions in social groups are made by consensus. This applies, for example, to the examination in the technical committee for standardization (TC) before the approval of the national standard by Rosstandart. The standard is approved if and only if the secured consensus in the TC. The same approach to standards development was adopted in almost all countries and at the regional and international level. Previously published works of authors dedicated to the construction of a mathematical model of time to reach consensus in technical committees for standardization in terms of variation in the number of TC members and their level of authoritarianism. The present study is a continuation of these works for the case of the formation of coalitions that are often formed during the consideration of the draft standard to the TC. In the article the mathematical model is constructed to ensure consensus on the work of technical standardization committees in terms of coalitions. In the framework of the model it is shown that in the presence of coalitions consensus is not achievable. However, the coalition, as a rule, are overcome during the negotiation process, otherwise the number of the adopted standards would be extremely small. This paper analyzes the factors that influence the bridging coalitions: the value of the assignment and an index of the effect of the coalition. On the basis of statistical modelling of regular Markov chains is investigated their effects on the time to ensure consensus in the technical Committee. It is proved that the time to reach consensus significantly depends on the value of unilateral concessions coalition and weakly depends on the size of coalitions. Built regression model of dependence of the average number of approvals from the value of the assignment. It was revealed that even a small concession leads to the onset of consensus, increasing the size of the assignment results (with other factors being equal) to a sharp decline in time before the consensus. It is shown that the assignment of a larger coalition against small coalitions takes on average more time before consensus. The result has practical value for all organizational structures, where the emergence of coalitions entails the inability of decision-making in the framework of consensus and requires the consideration of various methods for reaching a consensus decision.

Keywords: social groups, consensus, standards, regular Markov chains, time to reach consensus, coalitions

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 5, pp. 1247–1256 (Russian).

1. Введение и цель исследования

Настоящая публикация продолжает цикл статей, посвященных вопросам достижения консенсуса социальных групп, в том числе в технических комитетах по стандартизации (ТК) [Aronov et al., 2018; Zazhigalkin et al., 2019]. В этой статье предполагается рассмотреть различные нюансы, связанные с достижением консенсуса в условиях формирования коалиций в социальных группах.

Несколько слов о ТК. В соответствии с действующим законодательством в сфере стандартизации ТК — это добровольное объединение экспертов в определенной области (без образования юридического лица), в котором проходит экспертизу каждый проект национального стандарта перед его утверждением в Росстандарте. Стандарт утверждается в том и только том случае, если обеспечен консенсус в ТК.

Образование коалиций — это динамический процесс в любой социальной группе [Myers, 2010], в том числе в ТК.

Следует отметить, что работа ТК оценивается с точки зрения времени достижения консенсуса [Аронов и др., 2015], поскольку на практике важно уложиться в промежуток времени, отведенный на проведение экспертизы. Поэтому вопрос оценки времени сходимости мнений экспертов в зависимости от различных параметров, которые характеризуют поведение экспертов в ходе переговорного процесса при наличии коалиций, является актуальным.

Выбор инструментария для анализа определяется спецификой социальных групп, где участники, как правило, объединены общими интересами и задачами, где выстраиваются отношения доверия различного уровня. Это обстоятельство не позволяет использовать аппарат теории игр, в том числе кооперативных, в которых участники преследуют собственные (зачастую антагонистические) цели с целью дележа выигрыша, полученного коалицией агентов [Оуэн, 1971; Мазалов, Токарева, 2012; Смирнов, Шереметов, 2011] и др.

По этой же причине, методы, основанные на моделировании поведения агентов при образовании коалиций на основе теорий социального выбора и социальной зависимости субъектов, позволяющие решать вопросы образования открытых динамических коалиций, состав которых может меняться в процессе решения задачи [Кулинич, 2012], не пригодны для описания переговорного процесса в ТК.

Модели поведения агентов в социальных сетях [Губанов и др., 2009] также не могут корректно описать деятельность экспертов в ТК в силу принципиальных отличий последнего от социальной сети: устойчивость структуры ТК, отсутствие стремления увеличить число членов ТК и др.

Поэтому в качестве модели консенсуса был принят математический аппарат регулярных марковских цепей, описанный в [Aronov et al., 2018; Zazhigalkin et al., 2019] и доказавший свою пригодность для моделирования.

Итак, цель настоящей статьи — исследование факторов, влияющих на время достижения консенсуса в условиях коалиций в социальных группах, в том числе в ТК на основе применения аппарата регулярных марковских цепей.

2. Теоретическая модель достижения консенсуса на основе регулярных цепей Маркова

Рассмотрим модель работы социальной группы, в том числе технического комитета, подробно описанную в работе [Аронов и др., 2015]. Пусть n — число экспертов, участвующих в обсуждении; $S(0) = (s_0^1; \dots; s_0^n)$ — вектор начальных мнений экспертов, где s_0^i — мнение i -го эксперта. Эксперты обмениваются между собой мнениями относительно значений вектора S . Мнение каждого из экспертов может меняться в процессе согласований. При введении вероятности доверия i -го эксперта к мнению j -го эксперта через $0 < p_{ij} < 1$ ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$) формируется квадратная матрица доверия $\mathbf{P}_{n \times n} = (p_{ij})$, которая задает последовательный процесс

согласования мнений членов ТК. Сумма вероятностей p_{ij} в каждой строке матрицы равна 1, т. е. для любого $i \in \overline{1, n}$ выполняется $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$ (условие регулярности матрицы).

Вектор мнений экспертов на каждом шаге согласования вычисляется по формуле

$$\mathbf{S}(1) = \mathbf{S}(0) \cdot \mathbf{P}_{n \times n} = (s_0^1, \dots, s_0^n).$$

После k -го шага согласований вектор мнений вычисляется по формуле

$$\mathbf{S}(k) = (s_k^1, \dots, s_k^n) = \mathbf{S}(k-1) \cdot \mathbf{P}_{n \times n} = \mathbf{S}(0) \cdot \mathbf{P}_{n \times n}^k. \quad (1)$$

Итерационный процесс прекращается на m -м шаге, если все строки матрицы $\mathbf{P}_{n \times n}^m$ становятся одинаковыми. Таким образом, матрица доверия $\mathbf{P}_{n \times n}$ после m итераций достигает финальной матрицы \mathbf{F} . В связи с тем, что финальная матрица \mathbf{F} при последующих итерациях не изменяется, то не изменится и вектор мнений экспертов $\mathbf{S}(m) = \mathbf{S}(0) \cdot \mathbf{P}_{n \times n}^m = (s_m^1, \dots, s_m^n)$, т. е. наступает консенсус.

3. Модель обеспечения консенсуса с коалициями в социальной группе

В работе авторов [Аронов и др., 2015] исследованы факторы, которые влияют на число согласований до наступления консенсуса, а также факторы, влияющие на возможность его достижения. Среди возможных частных случаев, при которых консенсус либо затягивается, либо невозможен, в [Аронов и др., 2015] приведены: доминирование, наличие нескольких лидеров, глобальное доминирование, перенос ответственности и коалиции.

Было отмечено, что образование коалиций вполне естественный процесс, обусловленный формированием интересов разных сторон. Проиллюстрируем математическую модель с двумя коалициями для группы из пяти членов: эксперт 1 доверяет только себе и экспертам 2 и 3; эксперт 2 доверяет себе и экспертам 1 и 3; соответственно, эксперт 3 доверяет только себе и экспертам 1 и 2; член 4 в группе доверяет себе и эксперту 5; эксперт 5 доверяет себе и эксперту 4. В этой ситуации наблюдаются две коалиции, одна включает трех экспертов, вторая — двух. Одна из возможных начальных матриц доверия \mathbf{P} может иметь следующий вид:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \begin{array}{ccc|cc} 0.6 & 0.2 & 0.2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 & 0.0 & 0.0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ \hline 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.2 & 0.8 \end{array} \end{pmatrix}.$$

Из теории марковских цепей [Гантмахер, 2004] необходимым и достаточным условием сходимости начальной матрицы \mathbf{P} к финальной матрице \mathbf{F} (необходимым и достаточным условием достижения консенсуса) при любом векторе исходных мнений является регулярность¹ матрицы \mathbf{P} . Другими словами, необходимо и достаточно, чтобы суммы по строкам матрицы \mathbf{P} были равны 1 и при этом для каких-либо строк для вероятностей p_{ij} выполнялось строгое неравенство $0 < p_{ij} < 1$. В терминах обсуждения вопросов в социальной группе важно, чтобы некоторые ее члены обладали собственным мнением и относились с доверием к мнению отдельных коллег. Условие регулярности нарушается в рамках модели коалиции, поэтому консенсус в этом случае недостижим. Матрицы подобного вида и соответствующие им марковские цепи являются разложимыми.

Устранить сложившиеся коалиции в социальной группе можно за счет выбора компромиссных решений. Эти решения могут быть обеспечены разными способами. Рассмотрим си-

¹ Матрицы, суммы элементов всех строк которых равны единице, называются стохастическими. Если при некотором n все элементы матрицы \mathbf{P}^n не равны нулю, то такая матрица переходов называется регулярной.

туацию, при которой происходит перераспределение p_{ij} вероятностей доверия i -го эксперта одной коалиции j -му эксперту второй коалиции, что достигается дополнительной аргументацией в процессе обсуждения. Такую ситуацию (перераспределение вероятностей доверия) будем именовать уступкой.

Это соответствует модели, изложенной в работе социального психолога Д. Хоманса [Хоманс, 1984]. В ней предложена схема функционирования малых социальных групп (ТК можно рассматривать как малую социальную группу) на основе обмена полезностями.

Теоретически можно говорить о двух вариантах уступок:

- односторонняя уступка, при которой члены одной коалиции перераспределяют свои вероятности доверия членам второй коалиции;
- двухсторонняя уступка, при которой члены одной коалиции перераспределяют свои вероятности доверия членам второй коалиции и, соответственно, члены второй коалиции перераспределяют свои вероятности членам первой коалиции.

Ниже речь пойдет об анализе времени достижения консенсуса при односторонней уступке.

4. Анализ индекса влияния коалиции и величины односторонней уступки на время достижения консенсуса путем статистического моделирования

4.1. Односторонняя уступка членами малой коалиции

Построим модель односторонней уступки на примере двух коалиций в группе из 20 членов. В работе [Zazhigalkin et al., 2019] показано, что данное число экспертов оптимально с точки зрения числа согласований до наступления консенсуса при прочих равных условиях.

Оценим время сходимости матрицы мнений \mathbf{P} к финальной матрице $\mathbf{F} = \mathbf{P}^m$. Это время определяется необходимым числом m итераций (обсуждений) для формирования консенсуса. Величину m будем рассчитывать совпадением всех соответствующих столбцовых элементов с двумя знаками после запятой.

Для моделирования имеем следующие условия: $n = 20$ — число экспертов, m — число заседаний до достижения консенсуса (т. е. время достижения консенсуса), две коалиции. Введем индекс влияния коалиций I , равный отношению числа большей по численности коалиции к меньшей. На практике это можно интерпретировать как количественную «силу» одной коалиции по отношению к другой.

Моделирование для случая односторонней уступки членами малочисленной коалиции состояло из нескольких этапов.

На *первом этапе* были выбраны уровни изменения индекса влияния коалиции I :

- 1-й: $I = 4$ (коалиции с 16 и 4 членами);
- 2-й: $I = 1.5$ (коалиции с 12 и 8 членами);
- 3-й: $I = 1$ (в коалициях по 10 членов).

На *втором этапе* выбирались уровни уступки среди членов малочисленной коалиции. Многочисленные исследования показывают, что в малочисленных группах особое значение имеет групповое мнение, они более сплочены [Почебут, 2017], при этом личные контакты позволяют всем членам группы участвовать в выработке группового мнения и контроле за конформизмом членов группы по отношению к этому мнению. Поэтому члены малых групп готовы на осознанную равноправную относительно ее членов уступку с дальнейшим процессом проведения согласований. Для уступки Y выделены следующие уровни:

- 1-й: $Y = 10\%$;
- 2-й: $Y = 20\%$;
- 3-й: $Y = 33\%$;
- 4-й: $Y = 50\%$;
- 5-й: $Y = 75\%$.

Каждый уровень соответствует такому значению, которое после уступки всеми членами малочисленной коалиции в ТК равномерно распределено среди членов многочисленной коалиции. Приведем пример преобразования первоначальной матрицы доверия \mathbf{P} после уступки членами малочисленной коалиции $Y = 60\%$:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.2 & 0.8 \end{matrix}} \end{pmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.08 & 0.32 \end{matrix} \end{pmatrix}.$$

Фактически уступка означает, что коалиция из двух членов «уступает» вероятность 0.6, которая равномерно «передается» членам большей коалиции. Отсчет числа согласований m будем вести от этого момента.

На *третьем этапе* для каждого уровня n проведено моделирование элементов p_{ii} матрицы \mathbf{P} при помощи равномерного закона распределения при заданных условиях так, чтобы сумма вероятностей в рамках каждой строки равнялась 1, т. е. чтобы матрица \mathbf{P} стала стохастической. Для получения устойчивых выводов в отношении среднего числа m согласований, при изменении других параметров, на каждом фиксированном уровне факторов I и Y проводилось 100 моделирований в среде Excel [Efron, Tibshirani, 1991].

На рис. 1 представлена зависимость числа итераций (согласований) m от индекса влияния коалиции I при фиксированных уровнях уступок Y . Оказалось, что на уровне значимости $\alpha = 5\%$ средние значения числа согласований при уровне уступки, большей 10%, для разных индексов влияния I статистически неразличимы. Можно сделать вывод о слабом влиянии размера многочисленной коалиции на число согласований до достижения консенсуса.

Для усредненного числа согласований среди различных индексов влияния коалиций I построена подходящая регрессионная зависимость, которая имеет вид [Тьюки, 1981]

$$\hat{m} = \hat{a} \cdot Y^{\hat{b}}, \quad (2)$$

где \hat{m} — регрессионное значение числа итераций для достижения консенсуса, Y — численное значение уступки; \hat{a} , \hat{b} — коэффициенты уравнения.

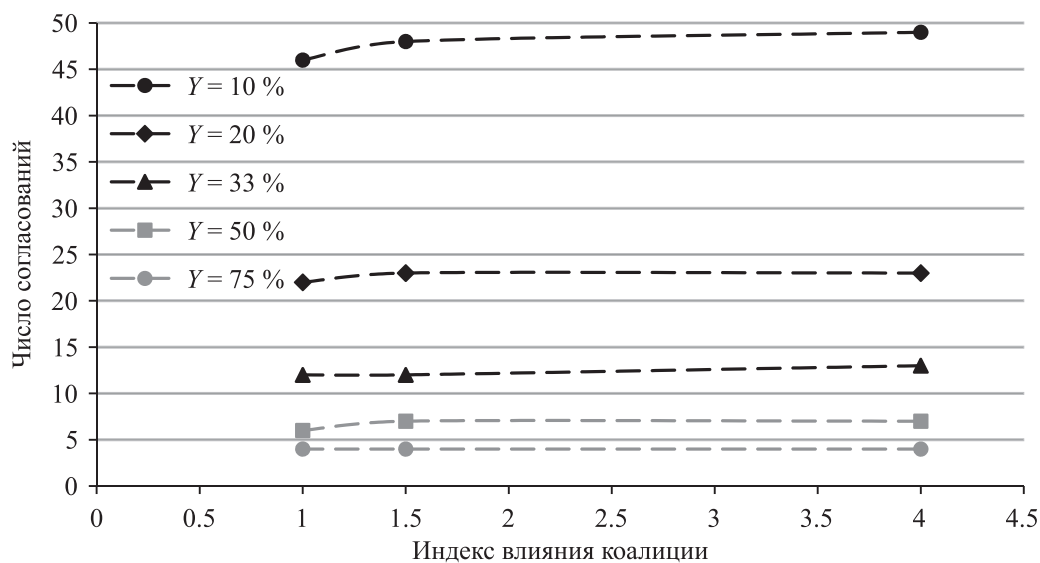


Рис. 1. Зависимость среднего числа согласований m от индекса влияния коалиции I при фиксированных уровнях односторонних уступок Y членами малой коалиции

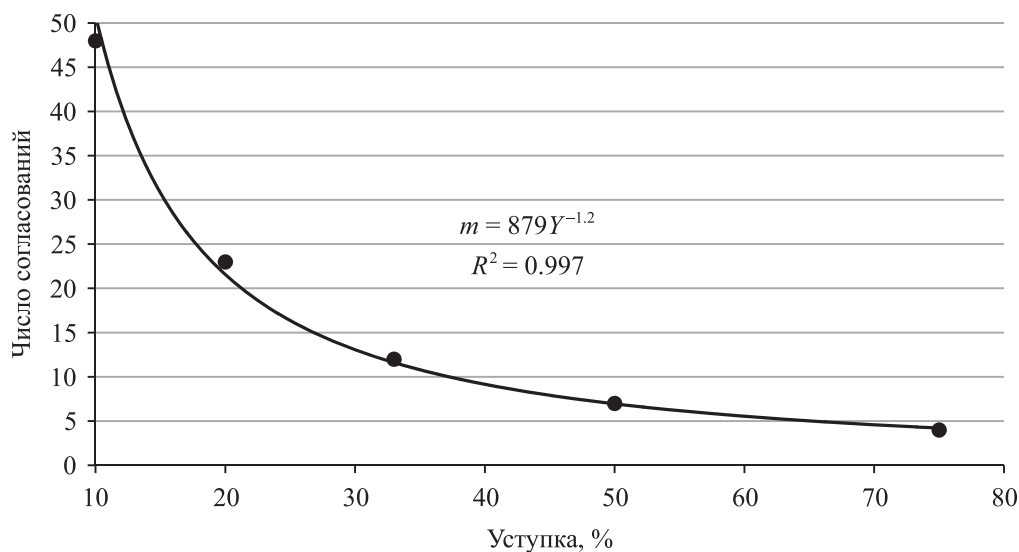


Рис. 2. Зависимость среднего числа согласований m от уровня односторонней уступки Y членами малой коалиции (индекс влияния коалиции $I = 4$)

Наблюдается степенной спад числа согласований с ростом значения уступки. Анализ этой модели (2) подтвердил не только визуальное, но и теоретическое хорошее согласование с модельными данными (для каждой кривой $R^2 \approx 0.997$, рис. 2).

Графики на рис. 1 и 2 явно иллюстрируют высокую чувствительность числа согласований m к уровню уступки Y среди членов малочисленной коалиции и слабую чувствительность для показателя индекса влияния коалиции I . Трехмерная визуализация полученной модели зависимости числа согласований m от уровня уступки Y малочисленной коалиции и индексов влияния коалиций I имеет «степенной прогиб» с отрицательным показателем, характеризующим быстрое сокращение числа согласований при повышении готовности малой коалиции идти на компромисс (рис. 3). Это обеспечивает быструю сходимость к консенсусу.

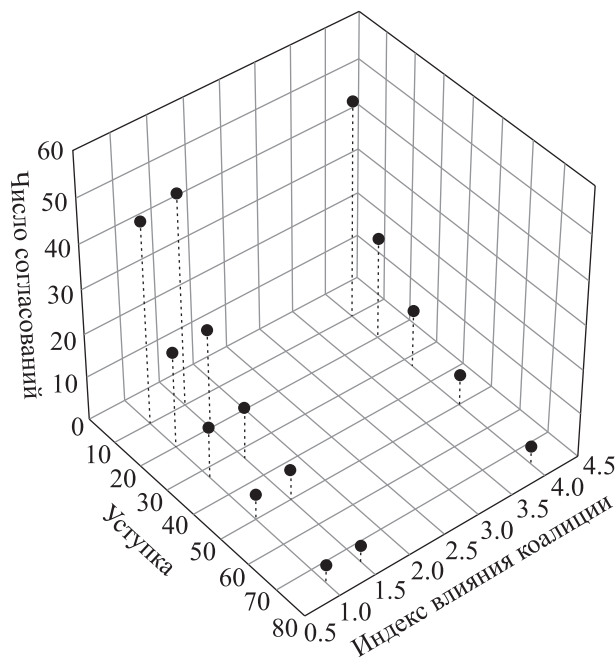


Рис. 3. Трехмерная визуализация модели зависимости среднего числа согласований m от уровня односторонней уступки Y членами малой коалиции и индексов влияния коалиций I

При односторонней уступке членов малой коалиции консенсус достижим всегда. При этом чем меньше величина уступки, тем больше согласований потребуется для достижения консенсуса. Даже небольшая уступка, т. е. стремление к компромиссу, влечет наступление консенсуса. Увеличение размера уступки приводит (при прочих равных факторах) к резкому снижению времени до консенсуса.

4.2. Односторонняя уступка членами большой коалиции

В п. 4.1 выявлено незначимое влияние показателя I на число согласований до достижения консенсуса при величине односторонней уступки, большей 10 %. Рассмотрим модель односторонней уступки $Y = 10\%$ со стороны многочисленной коалиции и сравним с результатами п. 4.1. Для получения устойчивых выводов в отношении среднего числа m согласований при каждом фиксированном уровне индекса влияния коалиции проводилось 100 моделирований в среде Excel [Efron, Tibshirani, 1991].

Представленные на рис. 4 результаты показывают, что для малой уступки $Y = 10\%$ факт, какая коалиция ее делает — малочисленная или многочисленная, не важен. В целом чем больше различий наблюдается в численности двух коалиций, тем больше расхождения в среднем числе согласований m до наступления консенсуса. Однако эти различия оказываются статистически не значимыми на уровне $\alpha = 5\%$ для всех коалиций. При любом индексе влияния коалиции нивелируется значимость «силы» коалиции на сходимость.

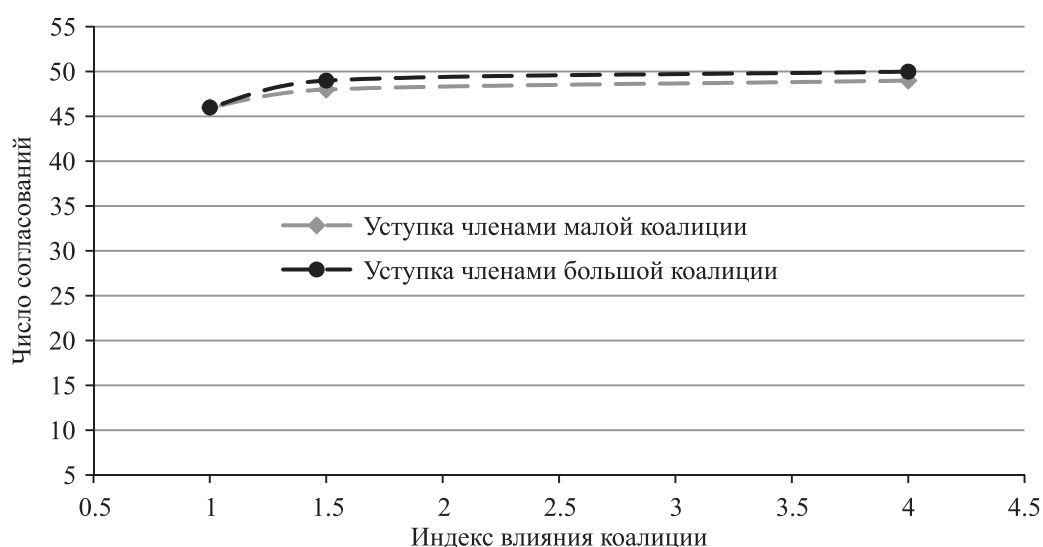


Рис. 4. Зависимость среднего числа согласований m от индекса влияния коалиции I при односторонней уступке $Y = 10\%$

4.3. Наличие авторитарного лидера в группе

Наличие авторитарного эксперта (например, $p_{11} = 1$) также описывает ситуацию двух коалиций с числом членов в одной 1 и $(n - 1)$ — в другой. При этом, как следует из работы [Аронов и др., 2015], консенсус может быть достигнут только в условиях доверия к авторитарному лидеру, однако за довольно значительное число итераций (согласований), учитывая, что авторитарный эксперт (если не уступает) всегда остается при своем мнении, т. е. «перетягивает» остальных членов группы к своему мнению. Другими словами, качество такого консенсуса относительно невысокое.

Для повышения качества консенсуса и сокращения времени до его наступления целесообразно, чтобы авторитарный лидер совершил уступку. В этом случае число итераций существенно уменьшается и консенсусное решение оказывается более взвешенным.

5. Заключение

Общий вывод, который вытекает из результатов моделирования, сводится к тому, что при односторонней уступке консенсус достижим всегда. При этом чем меньше величина уступки, тем больше согласований потребуется для достижения консенсуса. Даже небольшая уступка, т. е. стремление к компромиссу, влечет наступление консенсуса. Увеличение размера уступки приводит (при прочих равных факторах) к резкому снижению времени до наступления консенсуса.

Показано, что время до наступления консенсуса слабо зависит от «силы» коалиции. При этом уступка большей коалиции в отношении малочисленной коалиции не требует большего времени до наступления консенсуса, чем для обратного случая.

В случае коалиции, состоящей из одного авторитарного лидера, для повышения качества консенсуса и сокращения времени до его наступления целесообразно, чтобы авторитарный лидер совершил уступку. В этом случае консенсусное решение оказывается более взвешенным.

Следует подчеркнуть, что, судя по известным публикациям, социальные психологи не исследовали время, затраченное на поиск консенсуса в условиях коалиций², поэтому полученные в пунктах 4.1, 4.2 результаты могут оказаться достаточно интересными для этой сферы.

Полученные результаты можно распространить на любые организационные структуры, в которых решение принимается на основе консенсуса: возникновение коалиций в таких структурах влечет невозможность принятия решений в рамках достижения консенсуса и требует рассмотрения различных способов для выхода на консенсусное решение.

Список литературы (References)

- Аронов И. З., Максимова О. В., Зажигалкин А. В.* Исследование времени достижения консенсуса в работе технических комитетов по стандартизации на основе регулярных марковских цепей // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, № 3. — С. 161–171.
Aronov I. Z., Maksimova O. V., Zazhigalkin A. V. Issledovanie vremeni dostizheniya konsensusa v rabote tekhnicheskikh komitetov po standartizacii na osnove regulyarnykh markovskikh cepej [Study of the time to reach consensus in the work of technical committees for standardization based on regular Markov chains] // Computer Research and Modeling. — 2015. — Vol. 7, No. 3. — P. 161–171 (in Russian).
- Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. — М.: Физматлит, 2004.
Gantmaher F. R. Teoriya matric [Matrix theory]. — Moscow: Fizmatlit, 2004 (in Russian).
- Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартшвили А. Г.* Модели репутации и информационного управления в социальных сетях // Математическая теория игр и ее приложения. — 2009. — № 2.
Gubanov D. A., Novikov D. A., Chkhartshvili A. G. Modeli reputacii i informacionnogo upravleniya v social'nykh setyah [Models of reputation and information management in social networks] // Matematicheskaya teoriya igr i ee prilozheniya. — 2009. — No. 2 (in Russian).
- Кулинич А. А.* Модель поддержки принятия решений для образования коалиций в условиях неопределенности // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2012. — № 2. — С. 95–106.
Kulinich A. A. Model' podderzhki prinyatiya reshenij dlya obrazovaniya koalitsij v usloviyah neopredelennosti [Model of decision support for the formation of coalitions under uncertainty] // Iskusstvennyj intellekt i prinyatie reshenij. — 2012. — No. 2. — P. 95–106 (in Russian).
- Мазалов В. В., Токарева Ю. С.* Репутация арбитров в моделях проведения переговоров // Труды Карельского научного центра РАН. — 2012. — № 5.
Mazalov V. V., Tokareva Yu. S. Reputaciya arbitrov v modelyah provedeniya peregovorov [Reputation of arbitrators in negotiation models] // Trudy Karel'skogo nauchnogo centra RAN. — 2012. — No. 5 (in Russian).
- Оуэн Г.* Теория игр. — М.: Мир, 1971.
Owen G. Teoriya igr [Game theory]. — Moscow: Mir, 1971 (in Russian).

² Отмечая только, что коалиции тормозят достижение консенсуса.

- Почебут Л. Г.* Социальная психология. — СПб.: Питер, 2017.
Pochebut L. G. Social'naya psihologiya [Social Psychology]. — St. Petersburg: Piter, 2017 (in Russian).
- Смирнов А. В., Шереметов Л. Б.* Модели формирования коалиций кооперативных агентов: состояние и перспективы исследований // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2011. — № 1. — С. 36–48.
Smirnov A. V., Sheremetov L. B. Modeli formirovaniya koalitsij kooperativnyh agentov: sostoyanie i perspektivy issledovanij [Models of coalition formation of cooperative agents: state and prospects of research] // Iskustvennyj intellekt i prinyatie reshenij. — 2011. — No. 1. — P. 36–48 (in Russian).
- Тьюки Дж.* Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ. — М.: Мир, 1981.
T'yuki Dzh. Analiz rezul'tatov nablyudenij. Razvedochnyj analiz [Analysis of the results of observations. Exploratory analysis]. — Moscow: Mir, 1981 (in Russian).
- Хоманс Дж.* Социальное поведение как обмен. Современная зарубежная социальная психология. — М.: Издательство Московского университета, 1984. — С. 82–91.
Homans Dzh. Social'noe povedenie kak obmen. Sovremennaya zarubezhnaya social'naya psihologiya [Social behavior as an exchange. Modern foreign social psychology]. — Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1984. — P. 82–91 (in Russian).
- Aronov I. Z., Maksimova O. V., Grigoryev V. I.* Analysis of Consensus-Building Time in Social Groups Based on the Results of Statistical Modeling. — Netherlands: River Publishers, 2018. — P. 1–31.
- Efron B., Tibshirani R.* Statistical Data Analysis in the Computer Age // Science, New Series: Vol. 253, No. 5018 (Jul. 26, 1991). — P. 390–395.
- Myers D.* Social Psychology. — The MCGrow-Hill Companies, Inc. — 10-th ed. — 2010. — 759 p.
- Zazhigalkin A. V., Aronov I. Z., Maksimova O. V., Papic L.* Control of consensus convergence in technical committees of standardization on the basis of regular Markov chains model // Springer India: International Journal of Systems Assurance Engineering and Management. — 2019. — No. 1. — P. 1–8.