Очевидно, что обе последовательности сходятся к решению $x^* = (0,0)$ задачи (31), (32).

Таким образом, для рассмотренных примеров предложенная выше модификация алгоритма нахождения направления поиска является пригодной, а в целом оказывается весьма эффективной при проектировании механических конструкций и систем автоматического регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Полак Э., Мейни Д.К., Стимлер Д.М.* Применение методов полубесконечной оптимизации для синтеза систем автоматического управления: Обзор // Тр. Института инженеров по электротехнике и радиотехнике. 1984. Т.72. № 12. С.132–153.
2. *Баничук Н.В.* Введение в оптимизацию конструкций. М.: Наука, 1986.
3. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
4. Негладкие задачи теории оптимизации и управления /Под. ред. В.Ф. Демьянова. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1982.
5. *Berge C.* Topological spaces. N.Y.: Macmillan, 1963.
6. *Кюнци Г.П., Крелле В.* Нелинейное программирование. М.: Сов. радио, 1965.

Поступила в редакцию 31.07.92

УДК 517.977.5.002.3

© 1994 г. С.А. АМЕЛЬКИН
(Московская государственная академия пищевых производств),
А.М. ЦИРЛИН, д-р техн. наук
(Исследовательский центр системного анализа и информатизации образования Института программных систем РАН, Переславль-Залесский)

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕРАБОТКОЙ ПОРТЯЩЕГОСЯ СЫРЬЯ

Рассматривается задача оптимального управления переработкой неоднородной партии портящегося сырья, которая включает определение очередности переработки, оптимальной зависимости производительности технологического оборудования от времени и расчет оптимальных объемов фракций. Разработан алгоритм численного решения задачи.

1. Введение

При переработке портящегося сырья большое значение имеет выбор производительности оборудования. Чем интенсивнее процесс переработки, тем выше потери полезного продукта, связанные с уменьшением степени извлечения. С другой стороны, при более тщательной переработке сырья снижаются потери полезного продукта в технологической линии, но при этом увеличиваются потери из-за более длительного хранения. Между этими двумя факторами существует компромисс, обеспечивающий минимальные потери полезного продукта.

2. Постановка задачи

Сырье, поступающее на переработку, характеризуется, зависимостью содержания в нем полезного продукта от времени хранения $R(t)$ [1], причем партия сырья, как правило, является неоднородной, т. е. состоит из N фракций с различными зависимостями $R_i(t)$ $(i = \overline{1,N})$ [2]. Будем считать, что потери полезного продукта при переработке определяются функцией $r(U)$ от суммарной производительности оборудования

$$U = \sum_{i=1}^{N} u_i, \tag{1}$$

где u_i – производительность оборудования по i-й фракции сырья.

Задача оптимального управления переработкой портящегося сырья формулируется следующим образом:

Для каждой фракции неоднородной партии портящегося сырья найти такой закон изменения интенсивности переработки во времени, чтобы получить наибольший выход полезного продукта при переработке всей неоднородной партии сырья за время T.

При этом время переработки партии сырья T может быть задано, исходя из технологических соображений, либо определяться по условиям оптимальности.

В качестве критерия оптимальности выбираем общий выпуск полезного продукта:

$$I = \int_0^T \Big[\sum_{i=1}^{N} R_i(t)u_i(t) - r\Big(\sum_{i=1}^{N} u_i\Big) \sum_{i=1}^{N} u_i(t)\Big]\, dt \to \max, \tag{2}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{N} R_i(t)u_i(t)$ – интенсивность выработки полезного продукта в момент времени $t \in [0,T]$ без учета потерь при переработке; $r\big(\sum\limits_{i=1}^{N} u_i\big) \sum\limits_{i=1}^{N} u_i(t)$ – интенсивность потерь полезного продукта при переработке.

Объемы перерабатываемых фракций сырья V_i $(i = \overline{1,N})$ считаем фиксированными:

$$\int_0^T u_i(t)dt = V_i^0 \qquad (i = \overline{1,N}). \tag{3}$$

Кроме того, накладываются ограничения на производительность оборудования

$$0 \leqslant U(t) \leqslant U_{\max}, \tag{4}$$

$$u(t) \geqslant 0 \qquad (i = \overline{1,N}). \tag{5}$$

Результатом решения должны быть оптимальные законы изменения во времени интенсивности переработки каждой фракции $u_i^*(t)$ $(i = \overline{1,N};\ t \in [0,T])$.

3. Свойства оптимального решения

Поставленная задача является изопериметрической, сформулируем для нее необходимое условие оптимальности [3].

Если $\vec{u}^*(t) = \big(u_1(t), \ldots, u_N(t)\big)$ – оптимальное решение задачи (2)–(5), то найдется такой вектор $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \ldots, \lambda_N)$, что на оптимальном решении функция Лагранжа

$$(6) \qquad L=\sum_{i=1}^{N}R_i(t)u_i(t)-r\Big(\sum_{i=1}^{N}u_i\Big)\sum_{i=1}^{N}u_i(t)+\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\Big[u_i(t)-\frac{V_i^0}{T}\Big]$$

достигает абсолютного максимума по u.

Из условия оптимальности вытекают следующие свойства оптимального решения задачи (2)–(5).

1. В каждый момент времени $t \in [0,T]$ целесообразно перерабатывать только одну фракцию, а именно ту, для которой

$$(7) \qquad \varphi_i(t,\lambda_i)=R_i(t)+\lambda_i \to \max_{i=\overline{1,N}},$$

при этом, если максимум достигается для нескольких значений i, т.е. если существует такое множество J, состоящее из $m>1$ натуральных чисел, для каждого элемента которого выполняется равенство

$$\max_i \varphi_i(t,\lambda_i)=\varphi_j(t,\lambda_j) \qquad (j\in J,\ \ t\in[0,T]),$$

то последовательность переработки таких фракций на отрезке $[\tau,\tau+\Delta\tau]$ не влияет на значение критерия оптимальности.

Действительно, запишем условия локальной неулучшаемости функции Лагранжа L:

$$(8) \qquad \frac{\partial L}{\partial u_i}\delta u_i \leqslant 0 \qquad (i=\overline{1,N}),$$

где δu_i – допустимая вариация производительности оборудования по i-й фракции.

Пусть в момент времени $t\in[0,T]$ на переработку поступают j-я и k-я фракции. Тогда вариации производительности по этим фракциям могут иметь любой знак, а по остальным – неотрицательны. С учетом этого неравенства (8) перепишутся в виде:

$$(9) \qquad \frac{\partial L}{\partial u_\nu}=0 \Rightarrow R_\nu(t)-\left(\frac{dr}{dU}\right)_{U=U^*}U^*(t)-r(U^*)+\lambda_\nu=0 \quad (\nu\in\{j,k\}),$$

$$(10) \qquad \frac{\partial L}{\partial u_i}\leqslant 0 \Rightarrow R_i(t)-\left(\frac{dr}{dU}\right)_{U=U^*}U^*(t)-r(U^*)+\lambda_i\leqslant 0 \quad (i=\overline{1,N};\ \ i\notin\{j,k\}),$$

где $U^*(t)$ – оптимальная суммарная производительность оборудования. Объединяя слагаемые, зависящие от $U^*(t)$, получим:

$$(11) \qquad \Phi\big(U^*(t)\big)=R_j(t)+\lambda_j=R_k(t)+\lambda_k\geqslant R_i(t)+\lambda_i \quad \big(i=\overline{1,N};\ \ i\notin\{j,k\}\big),$$

где $\Phi\big(U^*(t)\big)=\big(\frac{dr}{dU}\big)_{U=U^*}U^*(t)-r(U^*)$, откуда следует, что выражение (7) является необходимым условием оптимальной переработки фракций сырья. В случае, если на некотором отрезке времени $[\tau,\tau+\Delta\tau]$ условие (7) выполняется для нескольких фракций, не имеет значения, последовательно или параллельно перерабатываются эти фракции, так как уравнение (9) определяет на отрезке $[\tau,\Delta\tau]$ лишь суммарную производительность, иначе говоря, последовательная переработка таких фракций в этом случае является одним из оптимальных решений.

2. Оптимальная зависимость производительности оборудования от времени $U^*(t)$ является корнем уравнения

$$(12) \qquad \Phi\big(U^*(t)\big)=R_j(t)+\lambda_j,$$

где j – номер перерабатываемой в момент времени $t \in [0, T]$ фракции, если выполняется условие

$$\left(\frac{d\Phi(U)}{dU}\right)_{U=U^*} \geqslant 0. \tag{13}$$

В противном случае $U^*(t)$ находится на границах области допустимых значений производительности оборудования.

В самом деле, выражения (12), (13) вытекают из условий максимума функции Лагранжа внутри области, ограничиваемой неравенством (4). С учетом того, что в каждый момент времени $t \in [0, T]$ целесообразно перерабатывать только одну фракцию, имеем:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial U}\right)_{U=U^*} = 0 \Rightarrow R_j(t) - \Phi\big(U^*(t)\big) + \lambda_j = 0,$$
$$\left(\frac{\partial^2 L}{\partial U^2}\right)_{U=U^*} \leqslant 0 \Rightarrow -\left(\frac{\partial\Phi(U)}{\partial U}\right)_{U=U^*} \leqslant 0,$$

где j – номер перерабатываемой фракции сырья.

4. Определение значений множителей Лагранжа

В разделе 3 показано, как при известных λ_i $(i = \overline{1, N})$ можно найти оптимальную очередность переработки фракций и производительность технологического оборудования. Поскольку на величину каждого множителя Лагранжа влияют параметры всех фракций перерабатываемой партии сырья, аналитическое определение $\vec{\lambda}$ затруднительно. При численном расчете множителей Лагранжа необходимо найти такие значения λ_i $(i = \overline{1, N})$, чтобы при рассчитанных по формулам (7), (12) оптимальных зависимостях $u_i^*(t, \lambda_i)$ $(i = \overline{1, N})$ выполнялись условия (3).

Однако при переработке партии портящегося сырья может возникнуть ситуация, когда выгоднее не перерабатывать часть сырья, т. е. при снижении объема партии выход полезного продукта увеличивается.

Условием целесообразности уменьшения объема j-й фракции сырья V_j по сравнению с V_j^0 является неравенство

$$\lambda_j \geqslant 0, \tag{14}$$

где λ_j – множитель Лагранжа, вычисленный при решении задачи (2)–(5). Перепишем условие (3) в виде

$$\int_0^T u_i(t)\,dt \leqslant V_i^0 \qquad (i = \overline{1, N}). \tag{15}$$

Условия дополняющей нежесткости для задачи (2), (4), (5), (15) примут форму [3]:

$$\lambda_i \int_0^T \left[u_i(t) - \frac{V_i}{T}\right] dt = 0; \quad \lambda_i \leqslant 0 \quad (i = \overline{1, N}),$$

откуда следует неравенство (14).

Для коррекции λ_i $(i = \overline{1, N})$ при численном расчете необходимо знать знак производной $\dfrac{dV_i}{d\lambda_i}$ $(i = 1, N)$, где

$$(16) \qquad V_i(\lambda_i) = \int\limits_0^T u_i^*(t, \lambda_i)dt = \int\limits_{\tau_{1i}(\lambda_i)}^{\tau_{2i}(\lambda_i)} U^*(t, \lambda)dt \quad (i = \overline{1, N}).$$

Здесь $\tau_{1i}(\lambda_i)$, $\tau_{2i}(\lambda_i)$ – соответственно моменты начала и окончания переработки i-й фракции.

Справедливо следующее утверждение.

Зависимость $V_i(\lambda_i)$ $(i = \overline{1, N})$ является монотонно возрастающей.

Действительно, из (16) следует

$$(17) \qquad \frac{dV_i}{d\lambda_i} = \int\limits_{\tau_{1i}(\lambda_i)}^{\tau_{2i}(\lambda_i)} \frac{\partial U^*(t, \lambda)}{\partial \lambda_i} dt + \left[\frac{d\tau_{2i}}{d\lambda_i} U^*(\tau_{2i}, \vec{\lambda}) - \frac{d\tau_{1i}}{d\lambda_i} U^*(\tau_{1i}, \vec{\lambda})\right].$$

Поскольку с увеличением λ_i переработку i-й фракции целесообразно раньше начинать и позже заканчивать, т. е.

$$\frac{d\tau_{2i}}{d\lambda_i} > 0, \quad \frac{d\tau_{1i}}{d\lambda_i} < 0 \quad (i = \overline{1, N}) \text{ и } U^*(t, \vec{\lambda}) \geqslant 0,$$

разность в квадратных скобках в правой части (17) всегда положительна. С другой стороны, дифференцируя обе части уравнения (12) по λ_i, получаем

$$\frac{\partial \Phi\big(U^*(t, \lambda)\big)}{\partial \lambda_i} = \left(\frac{d\Phi(U)}{dU}\right)_{U=U^*} \frac{\partial U^*(t, \lambda)}{\partial \lambda_i} = 1 \qquad (i = \overline{1, N})$$

или

$$(18) \qquad \frac{\partial U^*(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda} = 1 \Big/ \left(\frac{d\Phi(U)}{dU}\right)_{U=U^*}.$$

Как доказано в разделе 3, если оптимальная производительность $U^*(t, \vec{\lambda})$ находится внутри области, ограничиваемой неравенством (4), то должно выполняться условие (13). Следовательно, имеем

$$(19) \qquad \frac{dV_i}{d\lambda_i} > 0 \qquad (i = \overline{1, N}).$$

Надо отметить, что изменение параметра λ_j для некоторой j-й фракции сырья влияет также на объемы перерабатываемого сырья из фракций, поступающих на переработку до и после j-й. Поэтому множители Лагранжа целесообразно уточнять только для тех фракций, у которых знак выражений $V_j - V_j^0$ и $\sum\limits_{i \in K} (V_i - V_i^0)$ одинаков (здесь K – множество номеров тех фракций, весь заданный объем которых должен быть переработан: $\lambda_i < 0\ \forall i \in K$). Таким образом, с учетом неравенств (14), (19) в случае, если множители Лагранжа корректируются пропорционально относительной погрешности вычисления объема фракции, имеем следующую зависимость для пересчета λ_i на ν-м шаге численного расчета:

$$
(20)\qquad \Delta\lambda_j^\nu = \lambda_j^{\nu+1} - \lambda_j^\nu = \begin{cases} \gamma_j \frac{V_j^0 - V_j^\nu}{V_j^0} & \text{при } \frac{\sum_{i=1}^N V_i^0 - V_i^\nu}{V_j^0 - V_j^\nu} \geqslant 0 \text{ и } \gamma_j \frac{V_j^0 - V_j^\nu}{V_j^0} \leqslant -\lambda_j^\nu, \\ -\lambda_j^\nu & \text{при } \frac{\sum_{i=1}^N V_i^0 - V_i^\nu}{V_j^0 - V_j^\nu} \geqslant 0 \text{ и } \gamma_j \frac{V_j^0 - V_j^\nu}{V_j^0} > -\lambda_j^\nu, \\ 0 & \text{при } \frac{\sum_{i=1}^N V_i^0 - V_i^\nu}{V_j^0 - V_j^\nu} < 0, \end{cases}
$$

где γ_j – коэффициент пропорциональности для j-й фракции ($\gamma_j > 0$, $j = \overline{1, N}$), V_j^ν – объем j-й фракции сырья, рассчитанный по формуле (16) на ν-м шаге численного расчета.

5. Алгоритм численного расчета

Получив все необходимые соотношения, запишем алгоритм численного решения задачи (2), (4), (5), (15):

1) выбираем λ_i^0 ($i = \overline{1, N}$),

2) на ν-м шаге согласно (7) определяем для каждого $t \in [0, T]$ перерабатываемую в этот момент фракцию сырья,

3) решая уравнение (12) с учетом условия (13), находим оптимальную зависимость производительности оборудования от времени $U^{*\nu}(t, \lambda^\nu)$,

4) для каждой фракции по формуле (16) вычисляем перерабатываемый объем сырья V_i^ν ($i = \overline{1, N}$),

5) расчет заканчивается, если для каждой фракции выполняется хотя бы одно из следующих условий:

$$
(21)\qquad \lambda_i^\nu = 0 \ \text{ и } \ V_i^\nu \leqslant V_i^0 \quad (i = \overline{1, N}),
$$

$$
(22)\qquad \frac{|V_i^0 - V_i^\nu|}{V_i^0} \leqslant \varepsilon \qquad (i = \overline{1, N}),
$$

где ε – заданная точность алгоритма.

В противном случае пересчитывают в соответствии с (20) значения множителей Лагранжа и работа алгоритма продолжается с позиции 2.

6. Непрерывное поступление сырья на склад

Неоднородная партия сырья, поступающая непрерывно в течение промежутка времени $[0, T_п]$, характеризуется тем, что каждому элементарному объему сырья, поступающему в момент $\tau \in [0, T_п]$, соответствует зависимость содержания полезного продукта от времени $R(\tau, t)$. Для переработки нужно выбрать сырье, поступившее в определенный момент времени. Интенсивность поступления сырья на склад $v(t)$ известна заранее. Требуется определить такую интенсивность переработки сырья $U(t)$, которая позволит переработать данную партию сырья с минимальными потерями, т. е. с максимальным выходом полезного продукта за время T. Обозначим $u(\tau, t)$ – интенсивность переработки сырья, поступившего в момент τ. Зависимости $U(t)$ и $u(\tau, t)$ связаны соотношением:

$$
(23)\qquad U(t) = \int_0^t u(\tau, t)\, d\tau.
$$

Критерий оптимальности в этом случае с учетом (23) запишется в виде

$$I = \int\limits_0^T \left[\int\limits_0^t [R(\tau,t)u(\tau,t)]\, d\tau - U(t)r(U) \right] dt \to \max. \tag{24}$$

Ограничения накладываются на объем перерабатываемой партии сырья

$$\int\limits_0^T u(\tau,t)\, dt = v(\tau) \tag{25}$$

и на интенсивность переработки

$$u(\tau,t) \geqslant 0, \qquad \tau \in [0,T_{\text{п}}], \qquad t \in [0,T]. \tag{26}$$

Аналогично случаю неоднородной партии сырья, состоящей из нескольких однородных партий, справедливы следующие утверждения.

1. Любому $t \in [0,T]$ можно поставить в соответствие такое значение $\tau^0 \in [0,T_{\text{п}}]$, что в момент времени t следует перерабатывать только сырье, поступившее на склад в момент τ^0. При этом τ^0 должно удовлетворять условию

$$\tau^0(t) = \operatorname*{argmax}_{\tau\in[0,T_{\text{п}}]} \big(R(\tau,t) + \lambda(\tau)\big). \tag{27}$$

Здесь $\lambda(\tau)$ – неопределенный множитель Лагранжа, соответствующий условию (25).

2. Оптимальное значение производительности $U^*(t)$ для каждого $t \in [0,T]$ следует из уравнения

$$\left(\frac{dr}{dU}\right)_{U=U^*} U^*(t) - r(U^*) = \max_{\tau\in[0,T_{\text{п}}]} \big(R(\tau,t) + \lambda(\tau)\big). \tag{28}$$

Действительно, запишем обобщенную функцию Лагранжа для задачи (24)–(26) [3]:

$$L(t) = \int\limits_0^t [R(\tau,t)u(\tau,t)]\, d\tau - U(t)r(U) + \int\limits_0^t \lambda(\tau)u(\tau,t)\, d\tau = \tag{29}$$

$$= \int\limits_0^t \left[R(\tau,t)u(\tau,t) - \frac{1}{t}U(t)r(U) + \lambda(\tau)u(\tau,t) \right] d\tau.$$

Необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума для задачи (24)–(26) формулируется следующим образом: если $u^*(\tau,t)$ – оптимальное решение задачи (24)–(26), то найдется такая функция $\lambda(\tau)$, что при каждом τ на оптимальном решении достигает абсолютного максимума по u подынтегральное выражение в (29):

$$R(\tau,t)u(\tau,t) - \frac{1}{t}U(t)r(U) + \lambda(\tau)u(\tau,t) \to \max_{u(\tau,t)}. \tag{30}$$

Таким образом, для любой допустимой вариации решения δu по отношению к $u^*(\tau,t)$ имеем:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial u}\right)_{u=u^*} \leqslant 0 \Rightarrow R(\tau,t) - \left(\frac{dr}{dU}\right)_{U=U^*} U^*(t) - r(U^*) + \lambda(\tau) \leqslant 0 \;\; \forall\tau \in [0,T_{\text{п}}], \tag{31}$$

откуда следуют утверждения 1 и 2.

7. Пример

На переработку поступает неоднородная партия портящегося сырья, состоящая из трех фракций. Зависимости содержания полезного продукта в сырье от времени хранения для каждой фракции имеют линейную форму:

$$R_i(t) = R_{0i} - \alpha_i \cdot t, \qquad i \in \{1, 2, 3\}.$$

Значения коэффициентов R_{0i}, α_i и объемов фракций V_i^0 приведены в табл. 1. Сырье перерабатывается на технологическом оборудовании, характеризующемся следующей зависимостью потерь полезного продукта при переработке от производительности:

$$r(U) = 0,5U.$$

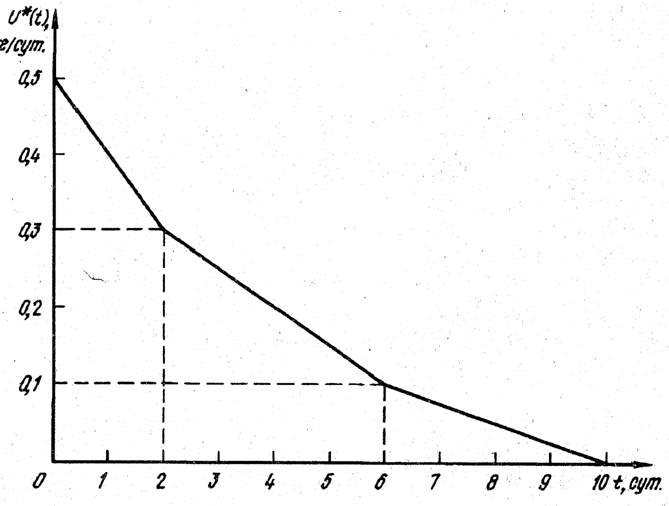
Время переработки задано – 10 сут. Определить оптимальную стратегию переработки данной партии сырья.

Таблица 1

Параметры фракций поступившей на переработку партии сырья

№ фракции i	Параметры		
	R_{0i} [кг/кг]	α_i [1/сут]	V_i^0 [кг]
1	0,4	0,025	0,2
2	0,5	0,100	1,0
3	0,6	0,050	0,8

Используя описанный в разделе 5 алгоритм, получаем оптимальную зависимость производительности оборудования от времени, показанную на рисунке. Точность алгоритма принята 0,05. Изменение относительной погрешности вычисления объемов



фракций в ходе работы алгоритма показано в табл. 2, откуда видно, что для второй фракции целесообразно перерабатывать лишь 4/5 ее объема. Выход полезного продукта при различных стратегиях переработки представлен в табл. 3.

Таблица 2

Изменение относительной погрешности вычисления объемов фракций

$(V_i^0 - V_i^0)/V_i^0$ $(i \in \{1, 2, 3\})$ в ходе работы алгоритма

Номер фракции	Шаг алгоритма								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	−0,18	−4,73	1,00	1,00	1,00	0,99	−0,19	−0,08	0,04
2	1,00	0,75	0,71	0,42	0,29	0,17	0,17	0,20	0,20
3	−2,52	−0,13	−0,83	−0,51	−0,38	−0,08	0,07	−0,01	−0,02

Таблица 3

Выход полезного продукта при различных стратегиях переработки

№ п/п	Стратегия переработки	Выход полезного продукта I [кг]
1	Очередность переработки фракций произвольная (1,2,3). Производительность оборудования постоянная (U=0,2 кг/сут). Объемы перерабатываемого сырья заданы ($V_i = V_i^0, i = \overline{1, N}$).	0,1875
2	Очередность переработки фракций оптимальная (2,3,1). Производительность оборудования постоянная (U=0,2 кг/сут). Объемы перерабатываемого сырья заданы ($V_i = V_i^0, i = \overline{1, N}$).	0,2825
3	Очередность переработки фракций и производительность оборудования рассчитаны путем решения задачи (2)–(5).	0,4422
4	Очередность переработки фракций и производительность оборудования рассчитаны путем решения задачи (2), (4), (5), (15).	0,4432

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сапронов А.Р., Жушман А.И., Лосева В.А.* Общая технология сахара и сахаристых веществ. М.: Пищевая прмышленность, 1979.
2. *Асмаев М.П., Красовский А.А., Халафян А.А.* Алгоритм выбора очередности переработки партий скоропортящегося сельскохозяйственного сырья // Пищевая технология. 1986. № 4. С. 81–84.
3. *Цирлин А.М.* Оптимальное управление технологическими процессами: учеб. пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1986.

Поступила в редакцию 19.11.92

УДК 519.71.3

© 1994 г. Е.Н. РОЗЕНВАССЕР, д-р техн. наук
(С.-Петербургский морской технический университет)

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ МНОГОМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ "ВХОД – ВЫХОД"

Показывается, что задача идентификации линейной системы по ее передаточной матрице относится с математической точки зрения к классу некорректных задач. Это связано с негрубостью передаточной матрицы. Выделяется класс систем, для которых можно установить однозначное соответствие между частотным и временным описаниями. В качестве приложения рассматривается задача построения характеристического полинома и передаточной матрицы замкнутой системы по передаточным матрицам элементов.

1. Введение

В разнообразных задачах анализа и синтеза многомерных линейных систем возникают проблемы перехода от передаточной матрицы к соответствующему дифференциальному или разностному уравнению, а также проблемы исследования замкнутых систем по передаточным матрицам их элементов.

Систематическое изложение основных результатов в этой области дано в книге [1]. При этом стандартная постановка задачи предполагает заданной передаточную матрицу без каких-либо условий, накладываемых на соответствующий объект во временной области.

В настоящей работе показывается, что такая постановка проблемы с математической точки зрения относится к классу некорректных задач [2], поскольку сколь угодно малые погрешности в вычислении коэффициентов передаточной матрицы могут привести к качественно неверным результатам при переходе из частотной области во временную. Выделяется класс систем, для которых можно установить однозначную связь между частотным и временным описаниями.

В качестве приложения рассматривается задача построения характеристического полинома и передаточной матрицы замкнутой системы по передаточным матрицам элементов. Предлагаются некоторые приближенные методы вычислений.

2. Постановка задачи факторизации

Пусть динамика объекта управления описывается векторным дифференциальным уравнением

$$a(p)y = b(p)x, \tag{1}$$