Г. Ш. Цициашвили, Двусторонние оценки скорости сходимости в предельной теореме для минимума случайных векторов, *Дальневост. матем. журн.*, 2005, том 6, номер 1, 82–87

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. 2005. Том 6. № 1–2. С. 82–87

УДК 519.2
MSC2000 60K25, 60K30

© Г.Ш. Цициашвили*

Двусторонние оценки скорости сходимости в предельной теореме для минимума случайных векторов

В настоящей работе строятся верхние и нижние оценки скорости сходимости в схеме минимума независимых и одинаково распределенных случайных (н.о.р.с.) векторов. Эти оценки имеют общий степенной и различные логарифмические множители. Интерес к данной задаче был вызван следующими причинами: во-первых, в работе [1] уже были получены верхние оценки скорости сходимости в схеме минимума н.о.р.с. величин, которые можно было бы взять за основу при построении указанных двусторонних оценок. Во-вторых, в последние годы возникла серия моделей времени жизни биологических объектов, основанных на методах стохастической энтропии [2], и приводящих к распределениям, похожим на предельные распределения в схеме минимума н.о.р.с.величин [3]. В третьих, существует определенный задел по предельным теоремам для минимума н.о.р.с. векторов. В частности в этой схеме получены предельные распределения Маршалла-Олкина [4]-[6], класс которых в настоящей работе удается существенно расширить.

Ключевые слова: *предельные распределения для минимумов случайных векторов, верхние и нижние оценки скорости сходимости.*

1. Введение

В настоящей работе строятся верхние и нижние, совпадающие с точностью до логарифмического множителя оценки скорости сходимости в схеме минимума н.о.р.с. векторов. Интерес к этой задаче вызван следующими причинами: во-первых, в работе [1] уже были получены верхние оценки скорости сходимости в схеме минимума н.о.р.с. величин, которые можно было взять за основу при построении указанных двусторонних оценок. Осталось лишь более точно определить классы функций распределения (ф.р.) для которых верхние и нижние оценки скорости сходимости совпадают с точностью до логарифмического множителя. Во-вторых, в последние годы возникла серия моделей времени жизни биологических объектов, основанных на методах стохастической энтропии [2], и приводящих к распределениям, похожим на предельные распределения в схеме минимума н.о.р.с.величин. [3]. Речь идет о распределениях Вейбулла и Гомпертца, выведенных из физических соображений методами стохастической энтропии, независимо от предельных теорем теории вероятностей. Поэтому естественной является попытка уточнения известных результатов по предельным теоремам для минимума н.о.р.с. векторов. А поскольку в выводах, основанных на методах стохастической энтропии, широко используются различные предельные соотношения, то закономерным становится вопрос о получении правильных (совпадающих с точностью до логарифмического множителя) двусторонних оценок скорости сходимости в схеме минимума. В третьих, существует определенный задел по предельным теоремам для минимума н.о.р.с. векторов. В частности, в схеме минимума н.о.р.с. векторов получены предельные распределения Маршалла-Олкина [4]-[6]. В настоящей работе эти вопросы решаются путем выбора специальных классов ф.р. для участвующих в схеме минимума случайных векторов.

* Институт прикладной математики Дальневосточного Отделения Российской Академии наук, 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7. Электронная почта: guram@iam.dvo.ru

2. Вспомогательные утверждения

Пусть $\mathcal{V}$ — множество векторов $v = (v_k,\ k \in K)$ с вещественными компонентами $v_k,\ k \in K$ проиндексированными элементами некоторого конечного множества K. Для функций $f(t)$, $g(t)$, $t \in \mathcal{V}$, определим

$$\rho(f,g) = \sup_{t\in\mathcal{V}} |f(t) - g(t)|.$$

Обозначим

$$e_j = (e_{j,k} = \delta_{j,k},\ k \in K),\ j \in K,\ \ \mathbf{0} = (\mathbf{0}_k = 0,\ k \in K),$$

полагая $\delta_{j,k}$, $j \in K$, $k \in K$, — индекс Кронекера, зафиксируем положительное число d и определим

$$||v|| = \sup(|v_k|,\ k \in K),\ \ v \in \mathcal{V},\ \ \mathcal{V}^+ = \{v:\ \ v_k \geq 0,\ k \in K\},$$
$$\mathcal{V}_d^+ = \{v \in \mathcal{V}^+ :\ \ v_k \leq d < \infty,\ k \in K\},\ \ \mathcal{V}_d^- = \mathcal{V}^+ \setminus \mathcal{V}_d^+.$$

Пусть $\mathcal{L}_K^+$ — множество всех неотрицательных функций $A(v)$, заданных на $\mathcal{V}^+$ и удовлетворяющих следующим условиям. Функция $A(v)$ является монотонно неубывающей по каждой компоненте v_k, $k \in K$, своего аргумента $v \in \mathcal{V}^+$; выполняется условие однородности, — для любого $c \geq 0$

$$A(cv) = cA(v),\ \ v \in \mathcal{V}^+; \tag{1}$$

а также справедливы неравенства:

$$0 < \inf_{k\in K} A(e_k) = C \leq D = \sup_{k\in K} A(e_k) < \infty. \tag{2}$$

Обозначим $\mathcal{S}_K$ множество всевозможных линейных функций вида

$$a(v) = \sum_{k\in K} a_k v_k;\ \ a_k \geq 0,\ k \in K.$$

Пусть $(L_j,\ j \in J)$ — некоторый набор подмножеств множества $\mathcal{S}_K$, проиндексированных $j \in J$. Здесь J содержится во множестве всех подмножеств из $\mathcal{L}_K$. Сопоставим набору $(L_j,\ j \in J)$ функцию

$$A(v) = \inf_{j\in J} \sup_{a\in L_j} a(v), \tag{3}$$

удовлетворяющую неравенствам

$$0 < \inf_{k\in K} \inf_{j\in J} \sup_{a\in L_j} a(e_k) \leq \sup_{k\in K} \inf_{j\in J} \sup_{a\in L_j} a(e_k) < \infty. \tag{4}$$

Обозначим $\mathcal{S}_K^+$ множество функций, определяемых равенством (3) и удовлетворяющих условию (4). Очевидно, что множество $\mathcal{S}_K^+$ непусто и справедливо включение

$$\mathcal{S}_K^+ \subset \mathcal{L}_K^+. \tag{5}$$

Включение (5) позволяет строить функции из класса $\mathcal{L}_K^+$ с помощью формулы (3).

Пусть $\overline{Q}(v)$, $v \in \mathcal{V}$ — вероятность того, что некоторый случайный вектор покомпонентно больше либо равен вектору v, $v \in \mathcal{V}$, причем $\overline{Q}(\mathbf{0}) = 1$. По заданному $A(v) \in \mathcal{L}_K^+$ определим функции $\overline{E}(v) = \exp(-A(v))$, $q(v) = \overline{Q}(v) - \overline{E}(v)$. Очевидно, что функция $\overline{E}(v)$ также может рассматриваться как вероятность того, что некоторый другой случайный вектор покомпонентно больше либо равен вектору v, $v \in \mathcal{V}$, причем $\overline{E}(\mathbf{0}) = 1$.

Замечание 1. Заметим, что если при определении функции $A(v)$ полагать множество $J = \{1\}$, а множества K, L_1 состоящими из конечного числа элементов, то тогда функция $\overline{E}(v)$ становится хвостом многомерного экспоненциального распределения (распределения Маршалла-Олкина) [4–6].

По заданным положительным числам α, d, L, l, которые удовлетворяют условиям

$$d < 1 < \alpha,\ \ ld^\alpha e^d < 1, \tag{6}$$

определим классы функций

$$\mathcal{B}(\alpha, L, d) = \{\beta(v): \ |\beta(v)| \le L||v||^{\alpha}, \ v \in \mathcal{V}_d^+\},$$
$$\Gamma^+(\alpha, L, l, d) = \{\beta(v): \ l||v||^{\alpha} \le \beta(v) \le L||v||^{\alpha}, \ v \in \mathcal{V}_d^+\},$$
$$\Gamma^-(\alpha, L, l, d) = \{\beta(v): \ -L||v||^{\alpha} \le \beta(v) \le -l||v||^{\alpha}, \ v \in \mathcal{V}_d^+\},$$

удовлетворяющие очевидным включениям:

$$\Gamma^+(\alpha, L, l, d) \subset \mathcal{B}(\alpha, L, d), \ \ \Gamma^-(\alpha, L, l, d) \subset \mathcal{B}(\alpha, L, d). \tag{7}$$

Нетрудно доказать утверждение, позволяющее эффективно проверять принадлежность функции q к одному из классов $\Gamma^+(\alpha, L, l, d)$, $\Gamma^-(\alpha, L, l, d)$.

Лемма 1. *Предположим, что при фиксированных l, L, α, $\alpha > 1$, $l < L$, существует l_*, $l < l_* < L$ $(-L < l_* < -l)$ такое, что функция $\beta(v)$ удовлетворяет соотношению*

$$\beta(v) \sim l_*||v||^{\alpha}, \ \ v \to \mathbf{0}, \ \ v \in \mathcal{V}^+. \tag{8}$$

Тогда существует d, удовлетворяющее условию (6) и такое, что функция $\beta(v) \in \Gamma^+(\alpha, L, l, d)$ $(\beta(v) \in \Gamma^-(\alpha, L, l, d))$.

Лемма 2. *Предположим, что $\Delta_n = \rho(\overline{Q}^{\,n}(v), \overline{E}^n(v))$ и функция $q \in \mathcal{B}(\alpha, L, d)$, тогда при $n \ge (Le^C)^{1/(\alpha-1)}$ справедлива оценка*

$$\Delta_n \le 2Ln^{1-\alpha}\left(\frac{(\alpha-1)\ln n - \ln L}{C}\right)^{\alpha}. \tag{9}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $a = 1 - \varepsilon$, $0 < \varepsilon < 1$, $n^{-a} < d$. Очевидно, что

$$\Delta_n = \sup_{v \in \mathcal{V}^+}\left|\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right| = \max\left(\sup_{v \in \mathcal{V}^+_{n^{-a}}}\left|\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right|, \ \sup_{v \in \mathcal{V}^-_{n^{-a}}}\left|\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right|\right),$$

$$\sup_{v \in \mathcal{V}^+_{n^{-a}}}\left|\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right| \le nD_n, \ \ D_n = \sup\left(|q(v)|: \ \ v \in \mathcal{V}^+_{n^{-a}}\right),$$

$$\sup_{v \in \mathcal{V}^-_{n^{-a}}}\left|\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right| \le \max(\overline{E}^n(n^{-a}e_k), \ \overline{Q}^{\,n}(n^{-a}e_k), \ k \in K) \le$$
$$\le \max(\overline{E}^n(n^{-a}e_k), \ k \in K) + nD_n,$$

следовательно, в силу (2) имеем:

$$\Delta_n \le \max\left(nD_n, \ \exp(-Cn^{\varepsilon}), \ \exp(-Cn^{\varepsilon}) + nD_n\right) \le 2\max\left(\exp(-Cn^{\varepsilon}), \ nD_n\right). \tag{10}$$

Вследствие условия $q \in \mathcal{B}(\alpha, L, d)$ получаем, что $D_n \le Ln^{-\alpha(1-\varepsilon)} = Ln^{-\alpha}n^{\alpha\varepsilon}$ и значит в силу (10)

$$\Delta_n \le 2\max\left(Ln^{1-\alpha}n^{\alpha\varepsilon}, \ \exp(-Cn^{\varepsilon})\right). \tag{11}$$

Зафиксируем $n \ge (Le^C)^{1/(\alpha-1)}$ и обозначим w_1, w_2 решения уравнений

$$Ln^{1-\alpha}w^{\alpha} = exp(-Cw), \tag{12}$$
$$Ln^{1-\alpha} = exp(-Cw) \tag{13}$$

по $w \ge 1$. Очевидно, что уравнения (12), (13) имеют единственные решения, причем $w_1 \le w_2$. А это значит, что и уравнения

$$Ln^{1-\alpha}n^{\alpha\varepsilon} = exp(-Cn^{\varepsilon}),$$
$$Ln^{1-\alpha} = exp(-Cn^{\varepsilon})$$

при фиксированном $n \ge (Le^C)^{1/(\alpha-1)}$ имеют единственные по $\varepsilon \ge 0$ решения ε_1, ε_2,

$$\varepsilon_1 \le \varepsilon_2. \tag{14}$$

Из формул (11), (14) следует неравенство (9).

Замечание 2. Оценки, полученные в лемме 2, ранее были установлены в одномерном случае в работе [1]. Однако получение этих оценок для введенных в настоящей работе классов функций необходимо для дальнейшего исследования.

Лемма 3. *Предположим, что* $\Delta_n = \rho(\overline{Q}^{\,n}(v), e^n(v))$.

1. *Если функция* $q \in \Gamma^+(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $n > \max(1/d,\ (Le^C)^{1/(\alpha-1)})$ *справедливы неравенство* (9) *и оценка*

$$\Delta_n \geq ln^{1-\alpha}\exp(Cn^{-1} - D). \tag{15}$$

2. *Если функция* $q \in \Gamma^-(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $n > \max(1/d,\ (Le^C)^{1/(\alpha-1)})$ *справедливы неравенство* (9) *и оценка*

$$\Delta_n \geq ln^{1-\alpha}\exp(Cn^{-1})\left(1 - ln^{1-\alpha}\exp(Dn^{-1})\right). \tag{16}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Справедливость неравенства (9) следует из включений (7) и леммы 2.

1. Пусть $n^{-1} < d$, тогда по определению

$$\Delta_n \geq \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\left(\overline{Q}^{\,n}(v) - \overline{E}^n(v)\right) = \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\overline{E}^n(v)\left(\left(1 + q(v)\overline{E}^{\,-1}(v)\right)^n - 1\right) \geq$$

$$\geq \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\overline{E}^n(v)\left(\left(1 + l\overline{E}^{\,-1}(v)||v||^{\alpha}\right)^n - 1\right) \geq l\sup_{k\in K}\overline{E}^n(n^{-1}e_k)n||n^{-1}e_k||^{\alpha}\overline{E}^{\,-1}(n^{-1}e_k),$$

в силу (2) получаем неравенство (15).

2. Аналогично пункту 1, полагая $n^{-1} < d$, получаем:

$$\Delta_n \geq \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\left(\overline{E}^n(v) - \overline{Q}^{\,n}(v)\right) = \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\overline{E}^n(v)\left(1 - \left(1 + q(v)\overline{E}^{\,-1}(v)\right)^n\right) \geq$$

$$\geq \sup_{v\in\mathcal{V}_d^+}\overline{E}^n(v)\left(1 - \left(1 - l||v||^{\alpha}\overline{E}^{\,-1}(v)\right)^n\right) \geq$$

$$\geq \sup_{k\in K}\overline{E}^n(n^{-1}e_k)\left(ln||n^{-1}e_k||^{\alpha}\right)\overline{E}^{\,-1}(n^{-1}e_k)\left(1 - ln||n^{-1}e_k||^{\alpha}\right)\overline{E}^{\,-1}(n^{-1}e_k))),$$

тогда в силу (2) получаем неравенство (16).

Замечание 3. Результаты леммы 3 можно представить в следующем виде. Если при некоторых $l_* \neq 0$, $\alpha > 1$ функция q удовлетворяет условию (8), то существуют положительные числа a_1, b_1, N такие, что при $n > N$ выполняются неравенства

$$a_1 n^{1-\alpha} \leq \Delta_n \leq b_1 n^{1-\alpha}(\ln n)^{\alpha},$$

т. е. величина Δ_n с точностью до логарифмического множителя совпадает со степенью $n^{1-\alpha}$.

3. Предельные теоремы для минимума случайных векторов

Для векторов $v = (v_k,\ k \in K) \in \mathcal{V}^+$, $w = (w_k,\ k \in K) \in \mathcal{V}^+$ определим

$$v \leq w \iff v_k \leq w_k,\ k \in K;\ \ \min(v, w) = (\min(v_k, w_k),\ k \in K).$$

1. Предположим теперь, что $U_1, \ldots, U_n$ — набор н.о.р.с. векторов со значениями из $\mathcal{V}^+$ с общей функцией $\overline{F}(t) = P(U_i \geq t)$, $i \geq 1$, $\overline{F}(\mathbf{0}) = 1$. Пусть при некотором положительном b и при некотором $A(v) \in \mathcal{L}_K^+$

$$\overline{F}(t) = \exp(-A(t_k^b,\ k \in K)). \tag{17}$$

Прямыми вычислениями легко проверить, что в силу (1) приведенные ниже случайные вектора совпадают по распределению:

$$n^{1/b}\min(U_1, \ldots, U_n) \stackrel{d}{=} U_1. \tag{18}$$

Пусть $V_1, \ldots, V_n$ — набор н.о.р.с. векторов с общей функцией $\overline{G}(t) = P(V_i \geq t)$, $i \geq 1$, $\overline{G}(\mathbf{0}) = 1$. Обозначим

$$v = (t_k^b,\ k \in K) \tag{19}$$

и положим

$$\overline{G}_n(t) = P\left(n^{1/b}\min(V_1, \ldots, V_n) > t\right).$$

Теорема 1. *Предположим, что выполняются равенства:*

$$\Delta_n = \rho(\overline{F}(t), \overline{G}_n(t)),$$
$$\overline{Q}(v) = \overline{G}\left(\left(v_k^{1/b},\ k \in K\right)\right),\ \ \overline{Q}(\mathbf{0}) = 1. \tag{20}$$

и значит $\overline{Q}(\mathbf{0}) = 1$.

1. *Если функция* $q \in \mathcal{B}(\alpha, L, d)$, *тогда при* $n \geq (Le^C)^{1/(\alpha-1)}$ *справедлива оценка* (9).
2. *Если функция* $q \in \Gamma^+(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $k > 2$, $n > e_k$ *справедлива оценка* (15).
3. *Если функция* $q \in \Gamma^-(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $k > 2$, $n > e_{k-1}$ *справедлива оценка* (16).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Вычислим величину

$$\Delta_n = \sup_{t\in\mathcal{V}^+}\left|P\left(n^{1/b}\min(X_1,\ldots,X_n) > t\right) - P\left(n^{1/b}\min(Y_1,\ldots,Y_n) > t\right)\right| =$$
$$= \sup_{t\in\mathcal{V}^+}\left|P\left(\min(X_1,\ldots,X_n) > tn^{-1/b}\right) - P\left(\min(Y_1,\ldots,Y_n) > tn^{-1/b}\right)\right| =$$
$$= \sup_{t\in\mathcal{V}^+}\left|P\left(\min(X_1,\ldots,X_n) > t\right) - P\left(\min(Y_1,\ldots,Y_n) > t\right)\right| = \sup_{t\in\mathcal{V}^+}\left|\overline{F}^{\,n}(t) - \overline{G}^{\,n}(t)\right| =$$
$$= \sup_{t\in\mathcal{V}^+}\left|\exp(-nA(t_k^b,\ k\in K)) - \overline{G}^{\,n}(t)\right| = \sup_{v\in\mathcal{V}^+}\left|\exp(-nA(v)) - \overline{Q}^{\,n}(v)\right|.$$

Далее доказательство теоремы 1 дословно повторяет доказательство лемм 2, 3.

2. Пусть $X_1,\ldots,X_n$ — набор н.о.р.с. векторов с функцией $\overline{F}(t) = P(X_i \geq t)$, $i \geq 1$, причем при некоторых положительных $b_k, c_k,\ k \in K$

$$\overline{F}(t) = \exp(-A(\exp(b_k(t_k - c_k)),\ k \in K)). \tag{21}$$

Прямыми вычислениями легко проверить, что в силу (1) приведенные ниже случайные вектора совпадают по распределению:

$$\min(X_1,\ldots,X_n) + \left(\frac{\ln n}{b_k},\ k \in K\right) \stackrel{d}{=} X_1. \tag{22}$$

Пусть $Y_1,\ldots,Y_n$ — набор н.о.р.с. векторов с общей функцией $\overline{G}(t) = P(Y_i \geq t)$, $i \geq 1$. Обозначим $v_k = \exp(b_k t_k)$, $k \in K$ и положим

$$\overline{G}_n(t) = P\left(\min(Y_1,\ldots,Y_n) + \left(\frac{\ln n}{b_k},\ k \in K\right) > t\right). \tag{23}$$

Теорема 2. *Предположим, что выполняются равенства:*

$$\Delta_n = \rho(\overline{F}(t), \overline{G}_n(t)),$$
$$\overline{Q}(v) = \overline{G}\left(\frac{\ln v_k}{b_k} + c_k,\ k \in K\right) \tag{24}$$

и значит $\overline{Q}(\mathbf{0}) = 1$.

1. *Если функция* $q \in \mathcal{B}(\alpha, L, d)$, *тогда при* $n \geq (Le^C)^{1/(\alpha-1)}$ *справедлива оценка* (9).
2. *Если функция* $q \in \Gamma^+(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $k > 2$, $n > e_k$ *справедлива оценка* (15).
3. *Если функция* $q \in \Gamma^-(\alpha, L, l, d)$, *тогда при* $k > 2$, $n > e_{k-1}$ *справедлива оценка* (16).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Полагая

$$B = \left(\frac{1}{b_k},\ k \in K\right), \tag{25}$$

вычислим величину

$$\Delta_n = \sup_t |P(\min(X_1,\ldots,X_n) + B\ln n) > t) - P(\min(Y_1,\ldots,Y_n) + B\ln n > t)| =$$
$$= \sup_t |P(\min(X_1,\ldots,X_n) > t - B\ln n)) - P(\min(Y_1,\ldots,Y_n) > t - B\ln n))| =$$
$$= \sup_t \left|P\left(\min(X_1,\ldots,X_n) > t\right) - P\left(\min(Y_1,\ldots,Y_n) > t\right)\right| = \sup_t\left|\overline{F}^{\,n}(t) - \overline{G}^{\,n}(t)\right| =$$
$$= \sup_t\left|\exp(-nA(\exp(b_k(t_k - c_k)),\ k \in K) - \overline{G}^{\,n}(t)\right| = \sup_{v\in\mathcal{V}^+}\left|\exp(-nA(v)) - \overline{Q}^{\,n}(v)\right|.$$

Далее доказательство теоремы 2 дословно повторяет доказательства лемм 2, 3.

Замечание 4. Основным результатом теорем 1, 2 является тот факт, что для выбранных классов распределений справедливы нижние оценки, которые с точностью до логарифмического множителя совпадают с верхними оценками. Причем выбор этих классов определяется поведением в окрестности нуля функции q в соответствие с условием (8).

Список литературы

1. *Siganov I.S.* Several remarks on applications of one approach to studies of characterization problems of Polya theorem type. Proceedings of the 6-th International Seminar. Lecture Notes in Mathematics, 1983, P. 227–237.

2. *Rocchi P.* Boltzman-like Entropy in Reliability Theory. Entropy, 2002. V. 4. P. 142–150.

3. *Rocchi P., Tsitsiashvili G. Sh.* About the Reversibility and Irreversibility of Stochastic Systems. Proceedings of International Conference on Foundations of Probability and Physics-3. Vaxjo University, Sweden. 2004, to appear.

4. *Gumbel E.J.* Bivariate exponential distributions. J. Amer. Statist. Assoc., 1960. V. 55. №. 292, P. 698–707.

5. *Marshall A.W., Olkin I.* A multivariate exponential distribution. J. Amer. Statist. Assoc. 1967. V. 62, № 317. P. 30–44.

6. *Freund J.E.* A bivariate extension of the exponential distribution. J. Amer. Statist. Assoc. 1961. V. 56, №. 296. P. 971–977.

Представлено в Дальневосточный математический журнал 27 ноября 2004 г.

ДВО РАН, проект 05-III-А-01-135

Tsitsiashvili G.Sh. Two sided bounds of rate convergence in limit theorem for minimum of random vectors. Far Eastern Mathematical Journal. 2005. V. 6. № 1–2. P. 82–87.

ABSTRACT

In this article upper and low bounds of a rate convergence for minimums of independent and identically distributed random (i.i.d.r.) vectors are constructed. These bounds have common power and different logarithmical multiplyers. An interest to this problem is called by following causes. At first I. Siganov obtained upper bounds for minimums of i.i.d.r. variables, which may be considered as a foundation for two sided bounds. At second last years P. Rocchi constructed new models of a life-time for biological objects, which are based on stochastic entropy methods and give distributions analogous to considered ones. At third in mathematical statistics and reliability theory there are so called Marshall-Olkin distributions, which may be interpreted as limit distributions for minimums of i.i.d.r. vectors. This interpretation widens a class of Marshall-Olkin distributions.

Key words: *limit distributions for minimums of random vectors, upper and low bounds of rate convergence.*