



Общероссийский математический портал

С. Ю. Маламанов, Численное моделирование задач о силовом взаимодействии гидродинамического и электромагнитного полей, *Матем. моделирование*, 2015, том 27, номер 11, 56–62

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.89

19 февраля 2025 г., 15:55:40



УДК 537.84

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ
О СИЛОВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО
И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЕЙ**

© 2015 г. *С.Ю. Маламанов*

Санкт-Петербургский государственный университет

stevmal@mail.ru

Приведено исследование стационарного течения проводящей жидкости в зазоре между двумя соосными цилиндрами. Численное моделирование осуществлялось на основе уравнений магнитной гидродинамики, реализованных в программном комплексе ANSYS.

Ключевые слова: численное моделирование, проводящая жидкость, индукция магнитного поля, скорость, электромагнитная сила.

**NUMERICAL MODELING OF SOME ASPECTS OF THE POWER IMPACT
OF ELECTROMAGNETIC FIELDS IN A CONDUCTING MEDIUM**

S. Yu. Malamanov

St. Petersburg State University

stevmal@mail.ru

This paper gives a survey of the stationary flow of a conducting fluid in the gap between two coaxial cylinders. Numerical simulation was carried out on the basis of the equations of magneto-hydrodynamics, implemented in the software package ANSYS.

Key words: numerical modeling, conductive liquid, magnetic field, speed, electromagnetic force.

При течении проводящей жидкости наблюдается сложная картина взаимодействия различного рода физических полей, характеризующих это течение – полей скоростей, напряжений, плотностей, тепловых, электромагнитных, гравитационных и других. Поведение такой жидкости описывается уравнениями, выражающими законы сохранения (массы, импульса, энергии). Оно является предметом изучения в магнитной гидродинамике (МГД) – науке, лежащей на границе механики сплошных сред и классической электродинамики. Связь этих двух разделов физики проявляется, с одной стороны, в возникновении в движущейся проводящей среде, находящейся в магнитном поле, индукционного тока, который необходимо учитывать в уравнениях Максвелла. С другой стороны, действие магнитного поля на ток приводит к электромагнитной (часто называемой пондеромоторной) силе. Эту силу следует учитывать в уравнениях движения среды.

Для изотермического течения вязкой, несжимаемой, проводящей жидкости закон сохранения импульса (в виде уравнения Навье–Стокса) имеет вид [1]

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho(\mathbf{U} \times \nabla)\mathbf{U} = -\nabla P + \mu \Delta \mathbf{U} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (1)$$

В этом уравнении ρ – массовая плотность жидкости, \mathbf{U} – скорость движения, ∇ – оператор Гамильтона, P – давление, μ – коэффициент вязкости, \mathbf{J} – плотность тока, \mathbf{B} – напряженность магнитного поля.

Плотность тока \mathbf{J} находится из обобщенного закона Ома:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

где σ – коэффициент электропроводности, \mathbf{E} – напряженность электрического поля, а фигурирующий здесь вектор магнитной индукции \mathbf{B} находится из системы уравнений Максвелла. Однако при изучении взаимодействия движущейся жидкости с магнитным полем удобно использовать [2, 3] уравнение переноса для вектора \mathbf{B} в форме, аналогичной уравнению (1):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu\sigma} \Delta \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}). \quad (3)$$

Последние слагаемые в уравнениях (1) и (3), определяющие пондеромоторную силу и «кинематическое» усиление магнитного поля, соответственно, отвечают за взаимодействие между электромагнитным полем и движущейся жидкостью. Они выражены через векторное произведение, наибольшее значение которого, при прочих равных условиях, достигается, когда определяющие его векторы взаимно перпендикулярны. Именно этот факт и послужил основой для последующего анализа некоторых аспектов силового взаимодействия в системе «магнитное поле – жидкость». Кроме того, сложный характер взаимодействия гидродинамического и электромагнитных полей обуславливает необходимость рассмотрения достаточно упрощенных моделей. Модельная постановка задачи позволяет разумно варьировать значениями определяющих параметров. Численное моделирование в данной работе осуществлялось на базе уравнений МГД, реализованных в гидродинамическом модуле комплекса ANSYS.

В общем виде рассматриваемая нами задача в стационарной постановке ставится следующим образом: выяснить основные черты и рассчитать параметры течения, первоначально покоящейся конечной массы проводящей жидкости, к которой прикладываются постоянные электрическое и магнитное поля.

Наиболее простой моделью, в которой можно обеспечить взаимную перпендикулярность векторов \mathbf{J} и \mathbf{B} , по-видимому, является течение в кольцевом зазоре двух соосных цилиндров (рис.1).

Проводящей жидкостью, находящейся в зазоре, является морская вода (удельная проводимость $\sigma = 0.05$ См/м). Между поверхностями цилиндров действует электрическое поле (потенциал внутреннего цилиндра равен 200В, внешнего – 0 В), а индукция магнитного поля принимается равной $|B_0| = 5 \cdot 10^{-4} T$ (она в десять раз больше, чем магнитное поле Земли). Значения параметров выбраны так, чтобы возникающее движение жидкости было ламинарным. Первоначально магнитное поле прикладывалось вертикально (рис.2а).

В этих условиях появляется электромагнитная сила, которая и приводит жидкость в движение. При выбранных направлениях векторов \mathbf{J} и \mathbf{B}_0 эта сила горизонтальна, следовательно, жидкость будет вращаться вокруг оси Z. Также существенно влияют на про-

исходящие процессы магнитные свойства материала стенок цилиндров. В данной работе рассматривались два полярных случая: внутренняя стенка является намагниченной и не намагниченной (внешняя стенка всегда бралась ненамагниченной). Индукция магнитного поля стенки – \mathbf{V}_w – задавалась как параметр, либо равный индукции внешнего магнитного поля \mathbf{V}_0 , либо равный нулю.

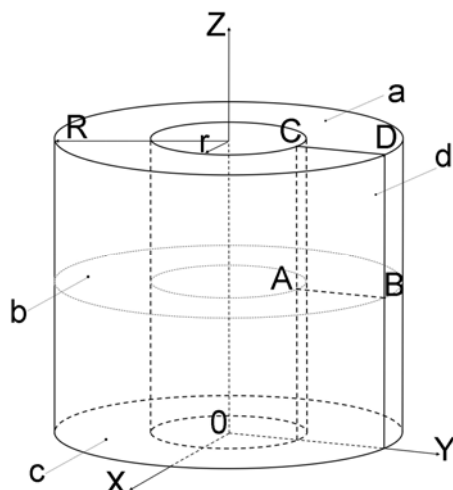


Рис.1. Геометрия кольцевого зазора.

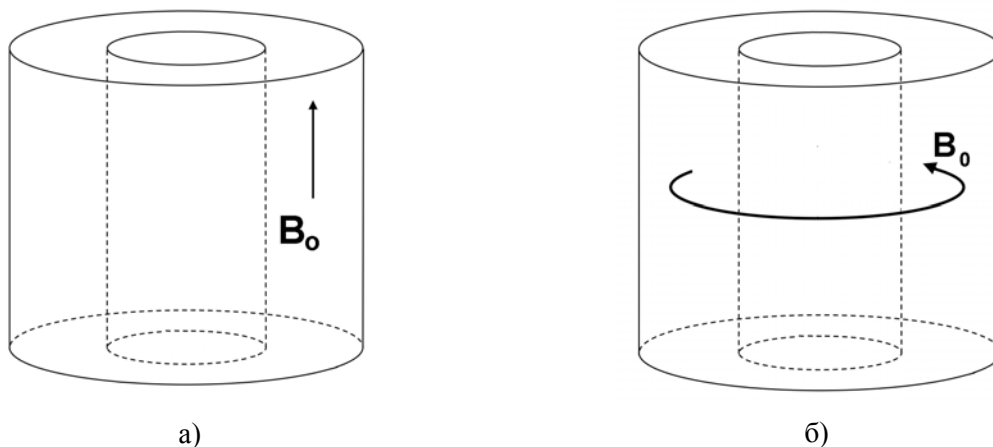


Рис.2. Различные способы расположения внешнего магнитного поля \mathbf{V}_0 :
а) – вертикальное; б) – горизонтальное.

Проанализируем некоторые результаты расчетов. На рис.3а представлено распределение относительной скорости U / U_{\max} (где U_{\max} – максимальная скорость жидкости в рассматриваемом объеме) в зависимости от относительного расстояния, отсчитываемого вдоль прямой АВ, являющейся пересечением горизонтальной плоскости симметрии b с плоскостью ZOX (см. рис.1). Видно, что при нулевой намагниченности внутренней стенки (электрода) профиль скорости более наполнен, т.е. скорость жидкости вблизи этой поверхности больше.

Для того чтобы объяснить различие в поведении профилей скорости, обратимся к рис.3б, на котором изображено распределение удельной электромагнитной силы, отнесенной к величине F_{\max} – ее максимальному значению. Из графика видно, что при нуле-

вой намагниченности внутренней стенки (сплошная линия) ускоряющая сила становится больше, что и приводит к возникновению большей скорости жидкости. Различие же в поведении электромагнитной силы обусловлено тем, что при ненулевой намагниченности большая часть энергии затрачивается на «трансформацию» электромагнитного поля, а не гидродинамического. Это наглядно иллюстрирует рис.4, на котором представлено распределение вдоль прямой АВ плоскости симметрии b (рис.1) индукции магнитного поля при различной намагниченности внутренней стенки. Видно кратное увеличение магнитного поля (штриховая линия) в случае не нулевой намагниченности внутреннего цилиндра. Объяснение этому, по-видимому, состоит в том, что при наличии намагниченности стенки возрастает общая энергия магнитного поля в рассматриваемом объеме жидкости и, как следствие, это приводит к большему увеличению индуцированного поля, вызванного движением проводящей среды.

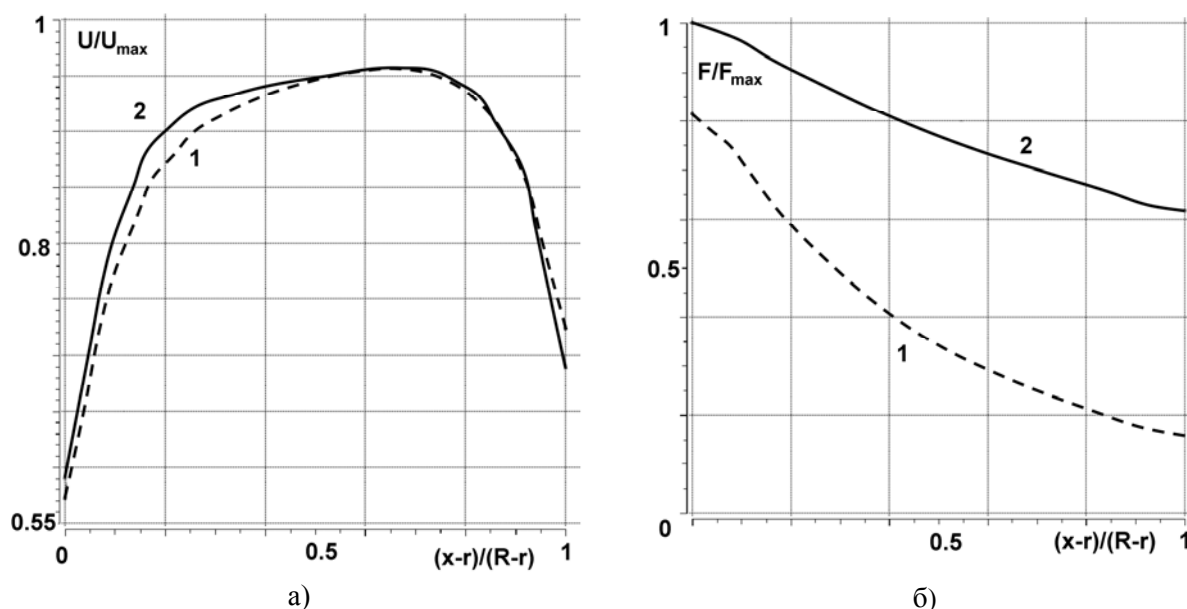


Рис.3. Распределение скорости (а) и удельной электромагнитной силы (б) при различной намагниченности внутренней стенки 1 – $\mathbf{B}_w = \mathbf{B}_0$, 2 – $\mathbf{B}_w = 0$ (то же для рис.4).

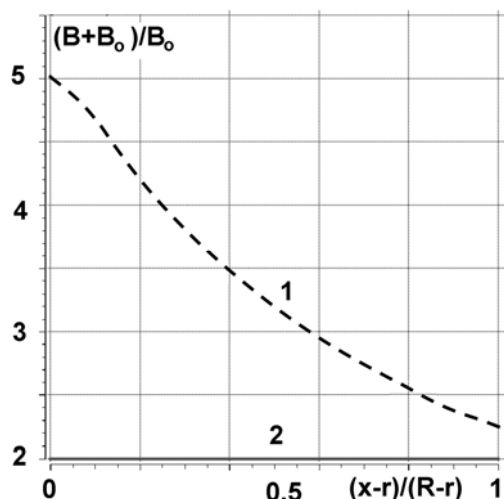


Рис.4. Распределение индукции магнитного поля при различной намагниченности внутренней стенки.

Далее рассмотрим случай, когда магнитное поле горизонтально (рис.2б).

Возникающая электромагнитная сила теперь направлена вверх и характер движения жидкости зависит от того, чем являются плоскости (а) и (с) (рис.1) – стенками или свободными поверхностями (силу тяжести для упрощения анализа не учитываем). Если обе поверхности – твердые стенки, получается замкнутый объем, в котором жидкость вращается в вертикальных плоскостях, образуя торообразную фигуру. Она поднимается вдоль внутренней стенки и опускается вдоль внешней. Это хорошо видно на графике на рис.5а, на котором показаны профили скоростей в этих плоскостях.

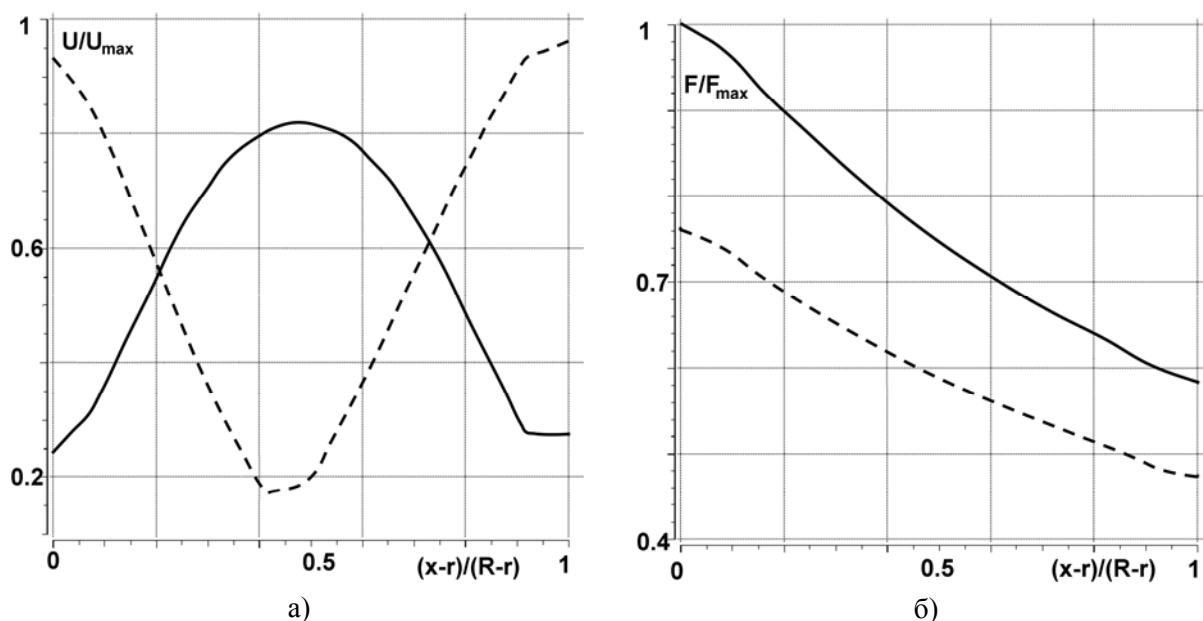


Рис.5. Распределения профилей скорости (а) и удельной электромагнитной силы (б) в верхней и средней части объема. Сплошная кривая соответствует профилю в верхней части канала, а штриховая – в средней (то же для рис.6,7).

Именно такое направление вращения следует из рассмотрения распределений электромагнитной силы – рис.5б. Около внутренней поверхности эта сила оказывается большей, чем около внешней. Это верно для обеих рассматриваемых областей – и в верхней части канала, и в средней. Кроме того, движение жидкости вдоль верхней части создает более благоприятные условия для усиления магнитного поля, что и иллюстрирует рис.6. Видно, что рассмотренный случай может служить примером гидродинамического «динамо» [3,4] (см. также рис.4).

Таким образом, переход энергии осуществляется не только в направлении «поле – среда», но и «среда – поле».

Теперь рассмотрим случай, когда плоскости (а) и (с), показанные на рис.1 – свободные поверхности. Теперь нашу систему из двух коаксиальных цилиндров, зазор между которыми заполнен проводящей жидкостью, можно рассматривать как ускоритель. При выбранных направлениях электрического и магнитного полей электромагнитная сила будет направлена вверх, куда и начнет двигаться жидкость. Распределения скорости в средней и верхней части объема (вниз по потоку) приведены на графике – рис.7. Отметим, что вблизи внутренней стенки, где наиболее велико электрическое поле (и, как следствие, электромагнитная сила), скорость жидкости больше. Это ведет к уменьше-

нию ее около внешней стенки канала, что согласуется с уравнением неразрывности.

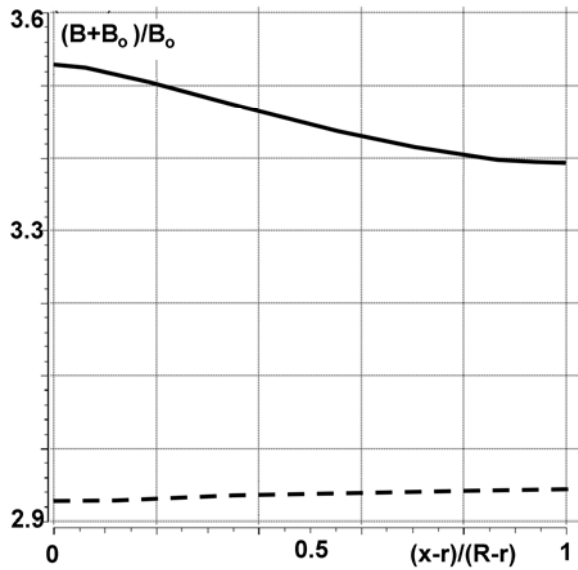


Рис.6. Распределение индукции магнитного поля в верхней и средней части объема.

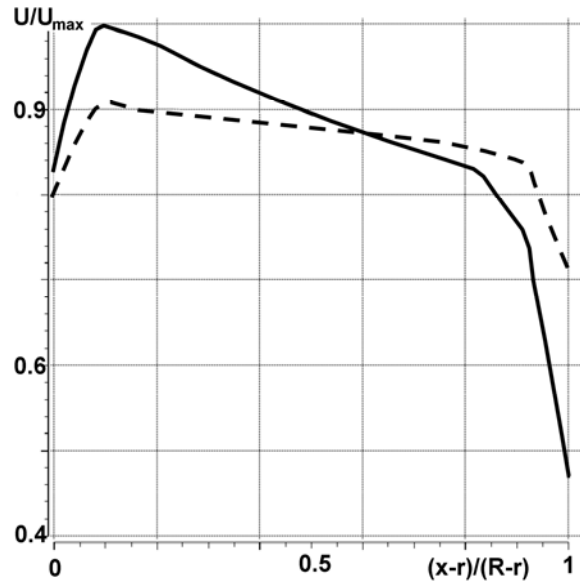


Рис.7. Распределение скорости в верхней и средней части объема.

Обратим внимание еще на один фактор, заслуживающий внимания – масштабный. Уменьшим все геометрические размеры, например, в 2 раза. Скорость в выходном сечении при этом практически не изменяется (рис.8), хотя сам профиль небольшое изменение и претерпевает.

Наиболее рационально здесь предположить, что масштабные преобразования затронули только вторую часть нашей системы – электромагнитное поле. В этой связи рассмотрим, как меняется энергия электрического поля при уменьшении линейных размеров в n раз.

Пусть ω – плотность энергии электрического поля, а L – характерный линейный размер систем, Тогда для первой и второй системы выражение для плотности электрической энергии можно представить в виде [5]

$$W_1 = \omega_1 V_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_1^2}{2} L_1^3, \quad W_2 = \omega_2 V_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_2^2}{2} L_2^3 \quad \text{– электрическая энергия.}$$

Если заряд (потенциал) останется постоянным, то $E_1 L_1^2 = E_2 L_2^2$, и тогда

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{E_2^2 L_2^3}{E_1^2 L_1^3} = \frac{L_1^4 L_2^3}{L_2^4 L_1^3} = \frac{L_1}{L_2}.$$

Поскольку $L_1 / L_2 = n$, то $W_2 = nW$ – энергия электрического поля увеличилась в n раз. В случае когда $n=2$, энергия электрического поля возрастает в 2 раза, что хорошо видно на рис.9.

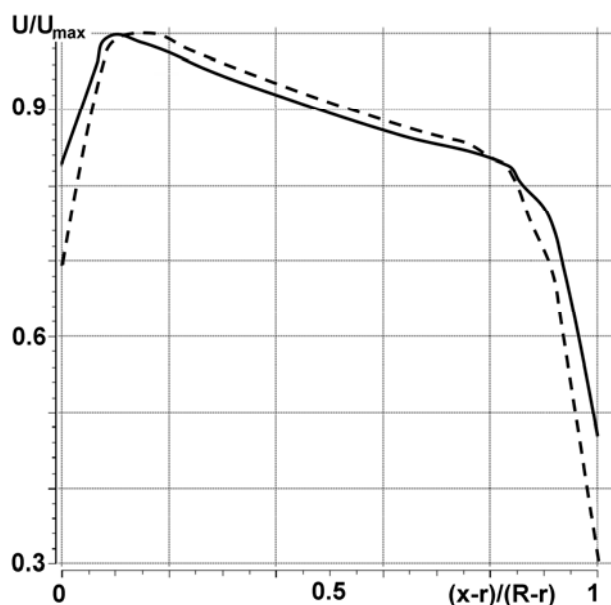


Рис.8. Распределение скорости в выходном сечении канала при изменении линейных размеров системы. Сплошная кривая – исходная геометрия, штриховая – при уменьшении размеров в 2 раза (то же для рис.9).

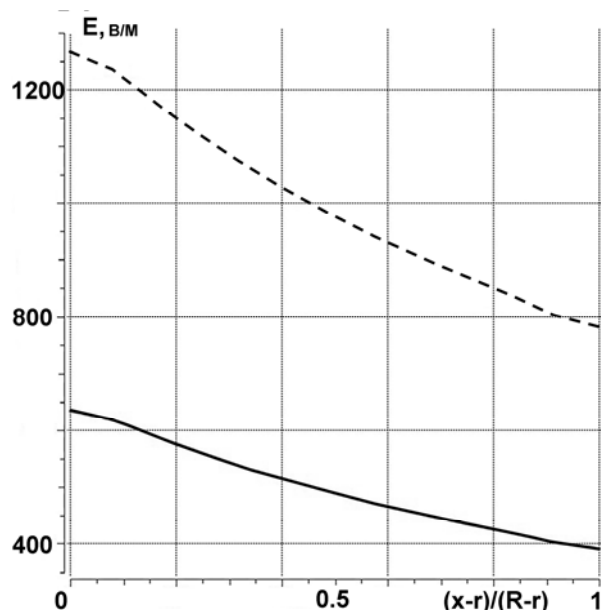


Рис.9. Распределение энергии электрического поля в выходном сечении канала при изменении линейных размеров системы.

Все изложенное выше позволяет трактовать рассмотренную систему «магнитное поле – среда», состоящую из двух коаксиальных цилиндров, зазор между которыми заполнен проводящей жидкостью, как своеобразный трансформатор с жидким «сердечником».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.В. Новожилов, В.А. Павловский. Установившиеся турбулентные течения несжимаемой жидкости. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2013, 483 с.;
V.V. Novozhilov, V.A. Pavlovskii. Ustanovivshiesia turbulentnye techeniia neshzhimaemoi zhidkosti. – SPb.: Izd-vo S.-Peterb. un-ta, 2013, 483 s.
2. Ю.Ф. Гунько, А.В. Норин, Б.В. Филиппов. Электромагнитная газодинамика плазмы: Учебное пособие / Под ред. Б.В. Филиппова. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2003, 176 с.;
Iu.F. Gunko, A.V. Norin, B.V. Filippov. Elektromagnitnaia gazodinamika plazmy: Uchebnoe posobie / Pod red. B.V. Filippova. – SPb.: Izd-vo S.-Peterb. un-ta, 2003, 176 s.
3. Ю.Н. Паркер. Беседы об электрических и магнитных полях в космосе / пер. с англ. Н. Зубченко, ред. Дм. Соколов. – М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. 208 с.;
U. Parker. Conversations on Electric and Magnetic Fields in the Cosmos. Princeton University Press, 2007.
4. Я.Б. Зельдович, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов. Магнитные поля в астрофизике. – М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006, 384с.;
Ia.B. Zeldovich, A.A. Ruzmaikin, D.D. Sokolov. Magnitnye polia v astrofizike. – M., Izhevsk: NITs «Reguliarnaia i khaoticheskaia dinamika», Institut kompiuternykh issledovani, 2006, 384 s
5. Д.В. Сивухин. Общий курс физики в 5 т. Т.3 Электричество: Учебное пособие. – М.: Наука. Физматлит, 2009, 656 с.
D.V. Sivukhin. Obshchii kurs fiziki v 5t. T.3 Elektrichestvo: Uchebnoe posobie. – M.: Nauka. Fizmatlit, 2009, 656 s.