

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. Я. Марголин, Н. Е. Андреев, Л. Н. Пятницкий,
Г. В. Шпатаковская, О формировании продольной
структуры плазменных каналов при пробое газов
в бесселевом лазерном пучке, *Матем. моделирова-
ние*, 2003, том 15, номер 12, 81–88

Использование Общероссийского математического портала Math-
Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользователь-
ским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.81

23 января 2025 г., 17:08:36



О ФОРМИРОВАНИИ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПЛАЗМЕННЫХ КАНАЛОВ ПРИ ПРОБОЕ ГАЗОВ В БЕССЕЛЕВОМ ЛАЗЕРНОМ ПУЧКЕ

© Л.Я. Марголин, Н.Е. Андреев, Л.Н. Пятницкий, Г.В. Шпатаковская*

Объединенный Институт высоких температур РАН

*Институт математического моделирования РАН

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты 99-02-16007, 01-02-16723, 02-01-00185)

Обсуждается возможность генерации структуры плазменных каналов при пробое газов в каустике аксикона, основанная на наличии в исходном бесселевом пучке продольной модуляции малой амплитуды и усилении этой модуляции в результате отражения греющего излучения от границы плазмы с относительно большой концентрацией электронов. В развитой двумерной модели проведены численные расчеты пробоя гелия атмосферного давления.

ON GENERATION OF LONGITUDINAL STRUCTURE OF PLASMA CANALS AT GAS BREAKDOWN IN BESSEL LASER BEAM

L.Ya.Margolin, N.E.Andreev, L.N.Pyatnitskiy, G.V.Shpatakovskaya*

Joint Institute for High Temperatures of Russian Academy of Sciences

*Institute for Mathematical Modeling of Russian Academy of Sciences

A possibility for generation of the plasma canal structure at gas breakdown in the axicon caustic is discussed. It bases on increase of the initial modulation with small amplitude, which is present in starting Bessel laser beam. The increase is supposed to be a result of the heating radiation reflection at the plasma boundary with a rather great electron concentration. Computer simulation by the two-dimensional code was carried out for helium breakdown under atmosphere pressure.

1. Введение

Плазменные каналы, возникающие при оптическом пробое газов в бесселевых пучках (пучках, формирующихся, например, при фокусировке лазерного излучения конической линзой – аксиконом) [1, 2], представляют интерес как образования с уникально большим (до 10^4) отношением длины к диаметру и высокой проводимостью (канал в воздухе, например, обеспечивает коммутацию электродов под напряжением 10 В на расстоянии 1 м [3]). Такие каналы были использованы для быстродействующей коммутации [4, 5] и каналирования мощного (до 10^{17} Вт/см²) лазерного излучения [6], а также перспективны для создания лазеров в области вакуумного ультрафиолета и мягкого рентгена [7, 8].

Важнейшей характеристикой каналов, существенно влияющей на возможности приложений, является степень их продольной однородности. Последняя, как представлялось, должна быть достаточно хорошей, поскольку подвод энергии к каждой точке канала осуществляется независимо. Однако первые же эксперименты по изучению продольной структуры [9] показали возникновение в начальной стадии пробоя заметных неоднородностей периодического характера. Похожие результаты были получены и в других экспериментах [1, 5, 10-12], выполненных в широких диапазонах условий (длительность греющего импульса 3÷50 нс; длина волны λ излучения – 0.53, 0.69, 1.06, 10,6 мкм; значение угла наклона γ излучения к оси – $1\div 20^\circ$; среда – благородные газы, воздух, азот, двуокись углерода; начальное давление – $0.1\div 100$ атм), где наблюдалась периодическая продольная модуляция коэффициента отражения и

собственного излучения плазменных каналов. Модуляция возникла во время действия греющего импульса, ее основной период соответствовал масштабу [13] $L = 2\lambda/\gamma^2$. В качестве возможной причины эффекта были предложены воздействие мощного бесселева пучка на диэлектрическую проницаемость среды [13] и рост амплитуды малых шероховатостей поверхности канала при отражении греющего излучения [14]. Оба механизма обеспечивали наблюдающийся масштаб неоднородности, но реализуемость обоих оставалась под вопросом. В подходе, использующем отражение от границы плазмы, оставалась неопределенность в происхождении начальных шероховатостей, кроме того, качественное рассмотрение не было проверено численным расчетом. В настоящей работе обсуждается возможность генерации продольной структуры, основанная на наличии в исходном бесселевом пучке продольной модуляции малой амплитуды с характерным масштабом L и усилении этой модуляции в результате отражения греющего излучения от границы плазмы с относительно большой концентрацией электронов ($n_e > n_{cr} \sin^2 \gamma$, n_{cr} – критическое значение n_e для случая нормального падения греющего излучения). В развитой двумерной модели проведены численные расчеты пробоя гелия атмосферного давления в бесселевом пучке для значения угла $\gamma = 8^\circ$, при котором достигается условие $n_e > n_{cr} \sin^2 \gamma$, и значения $\gamma = 19^\circ$, когда это условие не достигается даже при полной ионизации газа ($n_{\max} = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3} < n_{cr} \sin^2 19^\circ$).

2. Анализ причин возникновения неоднородностей канала

Продольное распределение интенсивности в бесселевом пучке. Распределение интенсивности поля в фокальной области аксикона, полученное впервые, по-видимому, в [15], неоднократно рассматривалось в ряде работ разных авторов (см., например, [13, 16, 17, 19]). В соответствии с результатами этих работ радиальный профиль интенсивности практически на всем протяжении фокальной области описывается квадратом функции Бесселя нулевого порядка (это обстоятельство и послужило основанием для возникновения термина «бесселевы пучки»), а продольный профиль – медленно меняющаяся, например, линейная (при П-образном радиальном профиле пучка перед аксиконом) функция. Исключения составляют относительно небольшие по длине начальный участок, где интерференционная картина еще не сформирована, и участок на конце фокальной области, где может оказывать влияние дифракция на границе апертуры исходного пучка.

Проанализируем продольное распределение еще раз. Будем интересоваться полем на оси вдали от краев фокальной области. Комплексную амплитуду поля в фокальной области аксикона, освещаемого лазерным излучением с частотой ω и плоским волновым фронтом $E_{in}(r) \cdot \exp(ikz - \omega t)$ запишем с помощью интеграла Кирхгофа (см., например, [18]):

$$E(z) = -\frac{ik}{z} \cdot \int_0^R E_{in}(r) \cdot \exp(ik(\sqrt{r^2 + z^2} - r \sin \gamma)) \cdot r dr, \quad (1)$$

где r и z – цилиндрические координаты (ось OZ совпадает с осью аксикона, который будем считать тонким, начало координат находится в его вершине и $r \ll z$), $k = 2\pi/\lambda$ и $E_{in}(r)$ – соответственно модуль волнового вектора и радиальный профиль лазерного излучения, нормально падающего на аксикон. В показателе экспоненты в (1) учитывается изменение фазы излучения в аксиконе и на пути до точки наблюдения, а интегрирование проводится по всей апертуре R лазерного пучка (считаем, что апертура аксикона больше R). Проводя преобразования, находим

$$|E(z)|^2 = 4 \left| \int_{-w_1}^{w_2} E_{in} \left[\sqrt{\frac{2z}{k}} \left(t + \sqrt{2\pi \frac{z}{L}} \right) \right] \cdot \exp(it^2) \cdot \left(t + \sqrt{2\pi \frac{z}{L}} \right) dt \right|^2, \quad (2)$$

где введены обозначения $w_1 = \sqrt{2\pi \frac{z}{L}}$, $w_2 = w_1 \eta$, $\eta = \left(\frac{R}{r_s} - 1 \right)$ и $r_s = z \sin \gamma$.

Найдем продольную зависимость интенсивности $I(z)$ для П-образного радиального профиля исходного пучка $I_{in}(r) = I_0$ ($r < R$). Для расчета интеграла в (2) используем разложение инте-

грала Френеля в ряд по отрицательным степеням аргумента (см., например, [18]). Сохраняя два первых члена разложения, находим:

$$I(z) = I_0 \cdot 8\pi \frac{z}{L} \cdot \left[\pi - \sqrt{\frac{L}{2z}} (\eta^{-1} + 1) \cdot \cos \left(2\pi \frac{z}{L} \eta^2 + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{L}{8\pi z} (\eta^{-1} + 1)^2 \right]. \quad (3)$$

Таким образом, интенсивность определяется суммой трех слагаемых. Первое, основное по величине, совпадает с известным выражением для интенсивности на оси бесселевого пучка $I(z) = I_0 \cdot 2\pi k z \sin^2 \gamma$. Два других – малые ($L/z \ll 1$) добавки. Продольные колебания интенсивности определяет второе слагаемое (см. также выражение (4) работы [13], полученное при более общих предположениях). Вдали от краев фокального отрезка, где величина η мало отличается от единицы, период и относительная амплитуда этих колебаний составляют соответственно $\sim L$ и $\sim (L/2z)^{1/2}$.

Усиление неоднородности при скользящем падении излучения на границу плазмы. Возникновение продольной структуры канала при наличии слабой модуляции $I(z)$ в случае резкой границы плазмы проанализировано в [14]. При повышении в процессе пробоя величины концентрации электронов n_e до значения $n_{cr,\gamma} = \sin^2 \gamma n_{cr}$ на участках канала с ровной границей, соответствующих постоянному уровню интенсивности, греющее излучение отражается от границы плазмы. В областях с небольшими локальными максимумами $I(z)$, где значение концентрации электронов выше и, следовательно, имеется локальный выступ на границе, подвод энергии продолжается и после достижения $n_e = n_{cr,\gamma}$. Этот процесс приводит к возникновению заметных неоднородностей $n_e(z)$, характер расположения которых повторяет малые неоднородности $I(z)$.

В указанном процессе неоднородности с масштабом периода $\sim L$ могут иметь наибольший коэффициент усиления, поскольку угловой максимум дифракции греющего излучения на структуре с таким периодом направлен вдоль оси канала и, следовательно, излучение, дифрагированное (отраженное) на одном участке, остается вблизи границы и увеличивает интенсивность греющего излучения на другом участке.

Для проверки реализуемости рассматриваемого механизма в более реальной модели с нерезкой границей плазмы было выполнено численное моделирование пробоя гелия в бесселевом пучке.

3. Моделирование генерации продольной структуры при пробое гелия

Описание численной модели. Для определения структуры поля пучка после фокусирующей системы (аксикон и фазовый винт) использовалось параболическое приближение при решении уравнения для медленно меняющейся (в масштабах $k_0^{-1} = \lambda_0/2\pi$ и ω_0^{-1} , где ω_0 – частота лазерного излучения, $k_0 = (\omega_0/c) \sqrt{\epsilon_0}$ – волновое число лазерного излучения, λ_0 – длина волны и ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость газа) амплитуды электрического поля. При этом быстро осциллирующее поле E представлялось в цилиндрических координатах в следующем виде:

$$E = e E_m(r, z) \exp(im\varphi + ik_0 z - i\omega_0 t), \quad (4)$$

где зависимость $\exp(im\varphi)$ от азимутального угла φ появляется в результате прохождения пучка через фазовый винт, e – вектор поляризации. Уравнение для медленно меняющейся амплитуды электрического поля $E_m(r, z)$ имеет вид

$$\Delta E_m + 2ik_0 \frac{\partial E_m}{\partial z} + \left[k^2(r, z) - k_0^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] E_m = 0, \quad (5)$$

где $k^2 = (\omega_0/c)^2 \epsilon(r, z)$, $\epsilon(r, z)$ – диэлектрическая проницаемость ионизованного газа. Уравнение (5) дополнено граничным условием

$$E_m(r, z=0) = E_{in}(r) \exp(-ik_0 r \sin \gamma). \quad (6)$$

Граничные условия по радиусу отвечают отсутствию поля на бесконечности и конечности поля на оси пучка. Выделяя явно вещественную и мнимую часть амплитуды $E_m(r, z) = E_1(r, z) + iE_2(r, z)$, получим из (2) уравнения для $E_1(r, z)$ и $E_2(r, z)$:

$$2k_0 \frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_2}{\partial r} \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} + A(r, z) \right) E_2 + B(r, z) E_1 = 0, \quad (7)$$

$$-2k_0 \frac{\partial E_2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_1}{\partial r} \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} + A(r, z) \right) E_1 - B(r, z) E_2 = 0, \quad (8)$$

где $A(r, z) = \omega_0^2 n_e(r, z) / (c^2 n_{cr})$, $B(r, z) = (\omega_0 / c)^2 \varepsilon''(r, z)$, $\varepsilon''(r, z) = \text{Im} \varepsilon(r, z)$, $n_e(r, z)$ – плотность электронов плазмы, $n_{cr} = m_e \omega_0^2 / (4\pi e^2)$ – критическая плотность. Граничные условия для $E_1(r, z)$ и $E_2(r, z)$ имеют вид

$$E_1(r, z=0) = E_{in}(r) \cos(k_0 r \sin \gamma), \quad E_2(r, z=0) = -E_{in}(r) \sin(k_0 r \sin \gamma), \quad (9)$$

$$E_1(R, z) = 0, \quad E_2(R, z) = 0, \quad (10)$$

R – максимальный радиус в численной реализации.

Величины $A(r, z)$ и $B(r, z)$ в уравнениях (7), (8) в общем случае определяются процессами ионизации (рекомбинации) и переноса энергии и вещества. В данных расчетах плотность электронов в выражениях $A(r, z)$ и $B(r, z)$ определялась с учетом лишь процессов ионизации и рекомбинации:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = (v_i - v_r) n_e, \quad (11)$$

где

$$v_i = \sigma_i \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_i \left(\frac{U_H}{U} \right)^2 \frac{\exp(-\tilde{U}/T_e)}{1 + T_e/U} \quad (12)$$

– частота ионизации,

$$v_r = \sigma_i \frac{4\pi \hbar^3}{m_e^2 T_e} n_e n_+ \left(\frac{U_H}{U} \right)^2 \frac{1}{1 + T_e/U} \quad (13)$$

– частота рекомбинации. В формулах (12), (13) σ_i – сечение ионизации, T_e – температура электронов, $n_i = n_+ + n_a = \text{const}$, n_+ – суммарная концентрация всех ионов, n_a – концентрация атомов, U_H – потенциал ионизации атома водорода с основного состояния, $\tilde{U} = \max \{U_1, U\}$, U_1 – потенциал ионизации атома газа, U – текущий эффективный потенциал ионизации иона, соответствующий данной степени ионизации $Z_{eff} = n_e / n_i$.

Величина $B(r, z)$ выражается через коэффициенты тормозного поглощения света в поле атомов и ионов:

$$B = k_0 (\kappa_a + \kappa_i), \quad \kappa_a = 0.8 \frac{e^2 \lambda_0^2}{\pi m_e c^3} n_e \frac{\varepsilon + U_1}{U_1} v_{ea}(\varepsilon), \quad \kappa_i = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{Z^2 e^6 \lambda_0^2 n_i n_e}{(m_e T_e)^{3/2} c^3} \Lambda_{ei}, \quad (14)$$

где $\Lambda_{ei} = \ln \left(\frac{\sqrt{T_e / 4\pi e^2 n_e}}{Z e^2 / 3 T_e} \right)$ – кулоновский логарифм, $Z = Z_{eff}$ – средний заряд иона, $v_{ea}(\varepsilon)$ – частота электрон-атомных соударений. Средняя энергия электрона $\varepsilon = 0.26 \cdot U_1$ введена здесь

для учета того, что в начальный период, когда электронов мало, их распределение по скоростям является не максвелловским (Райзеровским) [20, 21].

Для нулевых граничных условий интеграл $\int_0^R [E_1^2 + E_2^2] r dr$ не зависит от z , если нет

поглощения, то есть если $B=0$. Если есть поглощение, то

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^R [E_1^2 + E_2^2] r dr = - \int_0^R \frac{B(r, z)}{k_0} [E_1^2 + E_2^2] r dr.$$

Электронная температура T_e определяется из уравнения

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{3}{2} n_e T_e + Q_{eff} n_i \right] = (\kappa_a + \kappa_i) I, \quad (15)$$

где $I(r, z)$ – интенсивность лазерного излучения, Q_{eff} – полная энергия ионизации, соответствующая степени ионизации Z_{eff} :

$$Q_{eff} = \sum_{s \leq Z_{eff}} U_s.$$

Здесь непрерывная кусочно-линейная функция U_s от степени ионизации s строится на плоскости (U, s) путем соединения линейными отрезками потенциалов ионизации U_k данного элемента.

Выбор начальных условий соответствовал условиям экспериментов [10, 12]: греющее излучение с длиной волны ~ 1.06 мкм нормально падает на стеклянный аксикон с углом $\alpha = 2^\circ \div 30^\circ$ при основании. В отсутствие фазового винта $m=0$. В фокальной области аксикона формируется бесселев пучок со значениями угла наклона лучей к оси ($\gamma = \arcsin(n_a \sin \alpha) - \alpha \approx 0.5\alpha$, n_a – показатель преломления стекла) $\gamma = 1^\circ \div 19^\circ$. Использовался радиальный профиль лазерного пучка

$$I_{in}(r) = E_{in}^2(r) / 8\pi = I_0, \quad r \leq r_0 = \lambda / \sin \gamma,$$

$$I_{in}(r) = I_0 \cdot r_0 / r \cdot \exp[-0.5(r/0.8R)^{16}], \quad \lambda / \sin \gamma \leq r \leq R, \quad (16)$$

обеспечивающий вдали от краев фокальной области постоянный средний уровень интенсивности греющего излучения вдоль оси и относительно низкую амплитуду дифракционной модуляции интенсивности. Величина I_0 выбиралась таким образом, чтобы интенсивность бесселева пучка на оси составляла $\sim 10^{12}$ Вт/см². В качестве рабочей среды использовался гелий атмосферного давления. Ограничение при этих параметрах максимального значения концентрации электронов ($n_e \leq 5 \cdot 10^{19}$ см⁻³) обеспечивало возможность расчетов как при достижении в процессе пробоя условия $n_e > n_{cr, \gamma}$ ($\gamma \leq 13^\circ$), так и в случае, когда это условие не достигается.

Использованные в расчетах значения радиуса аксикона были ограничены сверху максимальными значениями шага координатной сетки, определяемыми необходимостью достаточно подробного представления пространственных зависимостей параметров задачи, и общим числом шагов (600÷800 точек по радиусу r и 1000÷1600 точек по продольной координате z), определяемым возможностями используемого компьютера: $R=100$ мкм и $R=200$ мкм для значений углов $\gamma=19^\circ$ и $\gamma=8^\circ$ соответственно. В качестве минимального радиуса использовалось значение, равное половине шага сетки по радиусу $r_{min} = 0.02 \lambda / \sin \gamma$. Падающее на аксикон излучение включалось в момент времени $t=0$ и дальше не менялось. Шаг расчетов по времени составлял 5 пс.

Генерация структуры основного масштаба. Характерные примеры результатов расчетов для значений $\gamma=19^\circ$ и 8° даны на рис.1 и 2 соответственно. На рисунках, помеченных буквами а), б) и в), представлены продольные распределения параметров на оси пучка ($r=r_{\min}$) для трех значений времени $t_1 < t_2 < t_3$, а на рисунках, помеченных буквой г) – радиальные профили для средней части фокального отрезка и значения времени t_3 . Сплошными линиями показаны изменения интенсивности I греющего излучения, температуры T электронов и эффективного заряда Z_{eff} ионов. Штриховыми линиями представлены распределения I для $t=0$. Центральная часть радиальных профилей излучения на аксиконе показана кривыми из точек.

Используем полученные данные для анализа динамики продольных распределений параметров.

Из рисунков видно, что во всех случаях имеет место модуляция $I(z, t=0)$ с периодом $\sim L$. Относительная амплитуда ее согласуется с выражением (4) работы [13].

Первая стадия пробоя (рис. 1а, 2а) характеризуется квазистационарным значением температуры [22] $T \sim 0.2U_1$ ($U_1 = 25$ эВ и $U_2 = 54$ эВ – первый и второй потенциалы ионизации гелия), при этом заряд Z_{eff} мал, $n_e \ll n_{cr, \gamma}$ для обоих значений угла фокусировки, и отражение греющего излучения незаметно. Продольная модуляция температуры на этой стадии отсутствует, амплитуда модуляции заряда составляет $\sim 5\%$ при $\gamma=19^\circ$ (рис. 1а) и 30-50% при $\gamma=8^\circ$ (рис. 2а).

На второй стадии в случае $\gamma=19^\circ$ (рис. 1б) уровень среднего значения заряда $Z_{\text{eff}} \sim 1.5$, вторая ионизация близка к завершению, и уровень температуры $T \sim 25$ эВ $> 0.2U_2$. При этом амплитуда продольной модуляции заряда и температуры невелика ($\sim 5\% \div 7\%$). В случае $\gamma=8^\circ$ (рис. 2б) средний уровень $Z_{\text{eff}} \sim 1$, $n_e \sim n_{cr, \gamma}$ и отражение греющего излучения заметно. Температура в этом случае меняется от уровня $0.2U_2$ (в области минимальных значений Z_{eff}) до $\sim 0.3U_2$ (в области максимальных значений Z_{eff}). Амплитуда продольной модуляции интенсивности излучения I , а также $Z_{\text{eff}}(z)$ существенно выше ($\sim 30\%$), чем в случае $\gamma=19^\circ$.

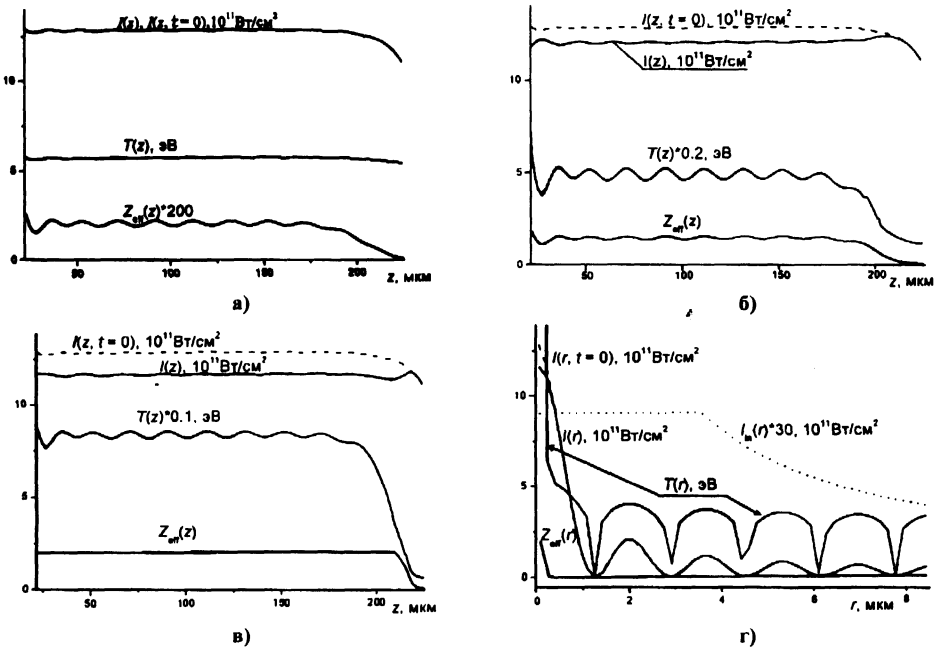


Рис.1. Продольные распределения параметров пробоя ($r = r_{\min} = 0.19$ мкм) для моментов времени $t_1 = 1.9$ нс (а), $t_2 = 2.1$ нс (б) и $t_3 = 2.2$ нс (в) и радиальные профили параметров ($z_r = 75$ мкм) для $t_3 = 2.2$ нс (г) при значении $\gamma = 19^\circ$: сплошные линии – распределения интенсивности I греющего излучения, температуры T электронов и эффективного заряда Z_{eff} ионов; штриховые линии – распределения интенсивности I для $t=0$; линия из точек – центральная часть профиля $I_{\text{in}}(r)$.

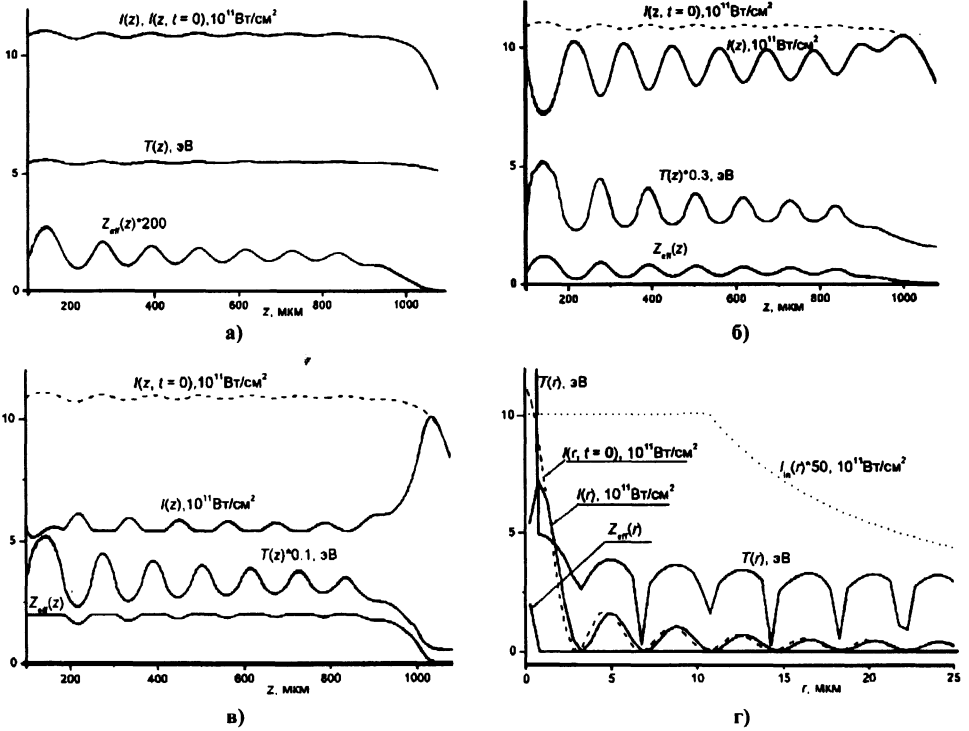


Рис.2. То же, что на рис.1 для $\gamma = 8^\circ$: $r=r_{min}=0.25$ мкм, $z_f=400$ мкм, $t_1=2.2$ нс, $t_2=2.4$ нс, $t_3 = 2.5$ нс.

Третья стадия развития пробоя (рис.1в, 2в) характеризуется практически отсутствием модуляции электронной плотности (пропорциональной в данных расчетах степени ионизации $Z_{eff}(z)$) на оси, что связано с достижением полной ионизации.

Процесс «вытеснения» излучения от оси для $\gamma = 8^\circ$ иллюстрирует рис.2г, на котором представлены радиальные распределения параметров (сравни рис.1г для $\gamma = 19^\circ$).

4. Заключение

Таким образом, результаты проведенного численного моделирования показывают, что на стадии образования плазменного канала при пробое газа в бесселевом пучке продольные неоднородности в начальном распределении интенсивности пучка могут существенно увеличиваться в условиях скинирования излучения образующейся плазмой. При этом возникает значительная модуляция продольных распределений концентрации и температуры плазмы, что может быть причиной наблюдаемой в экспериментах продольной структуры плазменного канала, создаваемого бесселевым лазерным пучком.

Эта статья – последняя работа трагически погибшего в расцвете сил талантливого физика и яркого экспериментатора Леонида Яковлевича Марголина.

Авторы признательны Данилову В.А. и Плешанову И.В. за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б.Я.Зельдович, Б.Ф.Мульченко, Н.Ф.Пилипецкий. // ЖЭТФ, 1970, т.58, с.793.
2. Ф.В. Бункин, В.В. Коробкин, Ю.А. Куриный и др. // Квантовая электроника, 1983, т.10, с.443.

3. М.Ю. Марин, В.И. Пильский, Л.Я. Полонский и др. // ЖТФ, 1987, т.57, с.1507.
4. L.Ya. Polonskiy, A.Yu. Goltsov, A.V.Morosov. // Phys. Plasmas, 1996, т.3, с.2781.
5. В.В.Антолонов, Л.М.Василяк, С.Ю.Казанцев и др. // Квантовая электроника, 2002, т.32, с.115.
6. S.P. Nikiitin, I. Alexeev, J. Fan, H.M. Milchberg. // Phys.Rev. E 59, R3839, 1999.
7. Milchberg H.M., Durfee C.G., and McIlrath T.J. // Phys. Rev. Lett., 1995, т.75, с.2494.
8. M.H. Muendel, M. Fluery, S.K. Chatterji, et al. // In: Proc. of 5-th Intern. Conference on X-Ray Lasers, Lund, Sweden, 1996, с.301.
9. Л.Я. Марголин, Л.Я. Полонский, Л.Н. Пятницкий. // Письма ЖТФ, 1987, т.13, с.218.
10. В.В. Коробкин, Л.Я. Марголин Л.Я., Полонский, Л.Н. Пятницкий. // Квантовая электроника, 1989, т.16, с.1885.
11. С.С. Бычков, С.В. Горлов, А.В. Макаров и др. // Квантовая электроника, 1999, т.26, с.243.
12. Y.Ping, I.Geltner, S.Suckewer. // Physics of Plasmas, 2001, т.8, с.4174.
13. Н.Е. Андреев, Ю.А. Аристов, Л.Я. Полонский, Л.Н. Пятницкий. // ЖЭТФ, 1991, т.100, с.1756.
14. Л.Я. Марголин. // Квантовая электроника, 1999, т.26, с.246.
15. Б.Я.Зельдович, Н.Ф.Пилипецкий. // Известия высш. уч. завед., Радиофизика, 1966, т.9, с.95.
16. В.В. Коробкин, Л.Я. Полонский, В.П. Попонин, Л.Н. Пятницкий. // Квантовая электроника, 1986, т.13, с.265.
17. J.Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberly. // Phys. Rev. Lett., 1987, т.58, с.1499.
18. М.Борн, Э. Вольф. Основы оптики. – М.: Наука, 1970
19. В.А.Данилов, Л.Я.Марголин, А.А.Никитков, В.М.Сидоров // Физика экстремальных состояний вещества – 2001 / Под ред. Фортова В.Е. и др. Черноголовка: ИПХФ РАН, 2001, с. 24.
20. В.Я.Карпов, Г.В.Шпатаковская. Математическое моделирование, 1997, т.9, №11, с.46.
21. Л.Я. Марголин, М.В. Чеготов, Г.В. Шпатаковская. // Физика экстремальных состояний вещества – 2001 / Под ред. Фортова В.Е. и др. Черноголовка: ИПХФ РАН, 2001, с.32.
22. Н.Е. Андреев, С.В. Кузнецов, Л.Н.Пятницкий. // Физика плазмы, 1991, т.17, с.1123.

Поступила в редакцию 03.02.2003.