M. R. Korotkina, Construction of thermodynamic functionals, *Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh.*, 1993, Number 2, 59–65

МЕХАНИКА

УДК 593

М. Р. Короткина

ПОСТРОЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ

А. А. Ильюшиным [1] впервые была предложена функциональная связь между напряжениями и деформациями вместо обычных локальных физических законов. Общие функциональные связи между напряжениями и деформациями с учетом температуры даны в монографии А. А. Ильюшина [2] и статьях А. А. Ильюшина и Г. А. Ильюшиной [3, 4].

Построение термодинамических функционалов можно проводить различными методами: 1) находить экспериментально; 2) строить с помощью принципов неравновесной термодинамики; 3) использовать методы статистической физики. Все эти методы дополняют друг друга.

В настоящей работе на примере слоистых периодических структур получены аналитические выражения функциональных связей между напряжениями и деформациями при изотермических процессах $T=\mathrm{Const}$ с учетом изменения температуры. Этот метод для периодических структур предложен Е. А. Ильюшиной и рассмотрен в акустическом диапазоне частот в работах [5, 6] для случая изотермических процессов. Он позволяет находить линейные функциональные связи между напряжениями и деформациями следующего вида:

$$\sigma_{ij}(t,\ x)=\iint\limits_V E_{ijkl}(t,\ t',\ x,\ x')\,\varepsilon_{kl}(t',\ x')\,dt'dx' \quad (i,\ j,\ k,\ l=1,\ 2,\ 3). \tag{1}$$

Ядра упругости E_{ijkl} в случае однородных сред зависят от $(x-x')$ и согласно принципу причинности — через временную переменную $(t-t')$.

На высоких частотах проявляют себя моментные напряжения и моментные деформации, которые связаны между собой линейными функционалами типа (1).

Рассмотрим слоистую среду, состоящую из двух упругих чередующихся слоев. Построим линейные функциональные связи между напряжениями и деформациями, которые имеют место в композите такой геометрической структуры.

Изометрическое состояние (T=Const)

Для слоистой среды, состоящей из двух повторяющихся упругих слоев, при нормальном падении волн Е. А. Ильюшина [5, 6] получила нелокальные по времени и координатам уравнения движения следующего вида:

$$\begin{gathered}
\left(\frac{1+\gamma}{2}\Delta_\tau+\frac{1-\gamma}{2}\Delta_\eta\right)u_2(t,\ x)=\\
=\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}u_1(t,\ x+h_1)+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}u_1(t,\ x-h_2),\\
\left(\frac{1+\gamma}{2}\Delta_\tau+\frac{1-\gamma}{2}\Delta_\eta\right)u_1(t,\ x)=\\
=\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}u_2(t,\ x-h_2)+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}u_2(t,\ x+h_2),
\end{gathered} \tag{2}$$

где u_1 и u_2 — смещения слоев; h_1, h_2 — толщины слоев; $\gamma=\gamma_1/\gamma_2$, $\gamma_i=(\lambda_i+2\mu_i)/c_i$; λ_i, μ_i — постоянные Ламэ; c_i — скорость продольных волн; $\tau=\varkappa_1+\varkappa_2$, $\eta=\varkappa_1-\varkappa_2$, $\varkappa_i=h_i/c_i$; x — направление распространения возмущения.

Решения системы (2) ищем в виде бегущих волн

$$u_i(t,\ x)=\widehat{u}_i e^{i(kx-\omega t)} \quad (i=1,\ 2), \tag{3}$$

где k — волновое число, связанное с длиной волны возмущения λ соотношением $k=2\pi/\lambda$; ω — собственные частоты колебаний. Подставив решения (3) в уравнения (2), получим однородную систему двух алгебраических уравнений относительно амплитуд $\hat{u}_1$ и $\hat{u}_2$. Приравнивая к нулю определитель этой системы уравнений, получаем уравнения $\omega=\omega(k)$ (дисперсионные кривые) вида

$$\cos kh=\operatorname{ch}\omega_1(\gamma_1+\gamma_2)+\frac{(1-\gamma)^2}{2\gamma}\operatorname{sh}\omega_1\gamma_1\operatorname{sh}\omega_1\gamma_2, \tag{4}$$

где $h=h_1+h_2$ — толщина пакета слоев; $\omega_1=i\omega$. Дисперсионное уравнение (4) найдено другим путем в работах [7, 8].

Дисперсионные кривые (4) описывают фильтровые свойства слоистой среды. Существуют области частот — зоны непропускания, которые гасятся в слоистой среде. Частоты зон непропускания определяются условием

$$\left|\operatorname{ch}\omega_1(\gamma_1+\gamma_2)+\frac{(1-\gamma)^2}{2\gamma}\operatorname{sh}\omega_1\gamma_1\operatorname{sh}\omega_1\gamma_2\right|\geqslant 1.$$

Для получения функциональных уравнений состояния необходимо систему уравнений (2) записать в переменных движения центра масс пакета слоев $u(t,x)$ и относительных движений внутри пакета $v_i(t,x)$ $(i=1,2)$, которые определим следующим образом:

$$\rho u(t,\ x)=\rho_1 u_1(t,\ x)+\rho_2 u_2(t,\ x),$$

$$v_i(t,\ x)=u_i(t,\ x)-u(t,\ x),\ v_2=-\frac{\rho_1}{\rho_2}v_1 \quad (i=1,\ 2).$$

В этих переменных система (2) примет вид

$$\begin{aligned} &L_{11}u+L_{12}v=0,\\ &L_{21}u+L_{22}v=0, \end{aligned} \tag{5}$$

где введены разностные по времени и координатам операторы

$$\begin{aligned}
&L_{11}=\rho\left(\frac{1+\gamma}{2}\Delta_\tau+\frac{1-\gamma}{2}\Delta_\eta\right)-\rho_2(\gamma_{\widehat{\lambda}_2}^{h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{-h_2})-\rho_1(\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}^{-h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{h_2}),\\
&L_{12}=\frac{\rho_1^2}{\rho_2}(\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}^{-h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{h_2})-\rho_2(\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}^{h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{-h_2}),\\
&L_{21}=\rho_1\left(\frac{1+\gamma}{2}\Delta_\tau+\frac{1-\gamma}{2}\Delta_\eta\right)-\rho_1(\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}^{-h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{h_2}),\\
&L_{22}=\rho_1\left(\frac{1+\gamma}{2}\Delta_\tau+\frac{1-\gamma}{2}\Delta_\eta\right)+\frac{\rho_1^2}{\rho_2}(\gamma\Delta_{\widehat{\lambda}_2}^{-h_1}+\Delta_{\widehat{\lambda}_1}^{h_2})
\end{aligned} \tag{6}$$

и использованы обозначения

$$\Delta_\alpha \varphi(t, x) = \varphi(t+\alpha, x) - \varphi(t+\alpha, x),$$

$$\Delta_\alpha^\beta \varphi(t, x) = \varphi(t+\alpha, x+\beta) - \varphi(t-\alpha, x+\beta).$$

Систему уравнений (5) запишем в дифференциальном виде

$$\begin{gathered} A_{(\alpha)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} u + B_{(\alpha)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} v_1 = 0, \\ C_{(\alpha)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} u + D_{(\alpha)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} v_1 = 0, \\ L^{(\alpha\beta)} = \frac{\partial^\alpha}{\partial x^\alpha} \frac{\partial^\beta}{\partial t^\beta}. \end{gathered} \tag{7}$$

Для этой цели $\Delta_\alpha \varphi$, $\Delta_\alpha^\beta \varphi$ разложим в ряд Тейлора:

$$\Delta_\alpha \varphi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{(2k+1)!} \alpha^{2k+1} \frac{\partial^{2k+1}}{\partial t^{2k+1}} \varphi,$$

$$\Delta_\alpha^\beta \varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2\alpha^{2k+1}}{(2k+1)!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \frac{\partial^{2k+1}}{\partial t^{2k+1}} \varphi.$$

Систему уравнений (7) приведем к виду, который используется в механике сплошной среды:

$$\begin{gathered} \rho \ddot{u} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma + \rho F, \\ I_1 \ddot{v}_1 = \frac{\partial}{\partial x} \mu + \rho_1 \Phi_1, \end{gathered} \tag{8}$$

где

$$\sigma = - \sum_{\beta \neq 2,\, \alpha \geqslant 1} A_{(\alpha+1)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} u - \sum_{\beta, \alpha \geqslant 1} B_{(\alpha+1)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} v_1,$$

$$\mu = - \sum_{\beta \neq 2,\, \alpha \geqslant 1} D_{(\alpha+1)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} v_1 - \sum_{\beta, \alpha \geqslant 1} C_{(\alpha+1)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)} u,$$

$$\rho F = -A_{(1)}^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} u - B_{(1)}^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} v_1 - B_{(0)}^{(0)} v_1,$$

$$\rho_1 \Phi_1 = -D_{(1)}^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} v_1 - C_{(1)}^{(0)} \frac{\partial}{\partial x} u - D_{(0)}^{(0)} v_1.$$

Низкие частоты. Основной переменной является $u(t, x)$. Из второго уравнения системы (7) находим

$$v_1 = R_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} L^{(\alpha_1 \beta_1)} u. \tag{9}$$

Подставим (9) в первое уравнение (6), тогда для движения центра масс пакета получим

$$\left(D_{(\alpha)}^{(\beta)} R_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} L^{(\alpha+\alpha_1 \beta+\beta_1)} + C_{(\alpha)}^{(\beta)} L^{(\alpha\beta)}\right) u = 0 \tag{10}$$

и связь между коэффициентами имеет вид

$$C_{(\alpha)}^{(\beta)} + \sum_{\alpha=\alpha_1+\alpha_2} \sum_{\beta=\beta_1+\beta_2} C_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} R_{(\alpha_2)}^{(\beta_2)} = 0.$$

Уравнения (10) запишем следующим образом:

$$\rho \ddot{u} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma + \rho F,$$

где напряжения σ и массовые силы ρF определяются формулами

$$\sigma = -\sum_{\beta \neq 2,\ \alpha \geqslant 1} B_\alpha^\beta L^{(\alpha\beta)} u, \quad \rho F = -B \frac{\partial}{\partial x} u,$$

$$B_\alpha^\beta = A_{(\alpha+1)}^{(\beta)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} B_{(\alpha_1+1)}^{(\beta_1)} R_{(\alpha_2)}^{(\beta_2)}, \tag{11}$$

$$B = A_{(1)}^{(0)} + B_{(1)}^{(0)} R_{(0)}^{(0)} + B_{(0)}^{(0)} R_{(1)}^{(0)}.$$

Уравнение состояния (11) представим в интегральной форме

$$\sigma = \iint E(t-t',\ x-x')\, \varepsilon(t',\ x')\, dt' dx',$$

где ядра упругости определяются выражениями

$$E_{(\alpha)}^{(\beta)} = \frac{1}{\alpha!} \frac{1}{\beta!} \iint E(\tau,\ y)\, \tau^\beta y^\alpha d\tau dy,$$

$$E_{(\alpha)}^{(\beta)} = -\Big(A_{(\alpha)}^{(\beta)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha-1} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} B_{(\alpha_1+1)}^{(\beta_1)} R_{(\alpha_2)}^{(\beta_2)}\Big).$$

Высокие частоты. Основной переменной является v_1. Из первого уравнения системы (7) находим перемещение

$$u = E_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} L^{(\alpha_1\beta_1)} v_1 \tag{12}$$

и связи для коэффициентов

$$B_{(\alpha)}^{(\beta)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} E_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} A_{(\alpha_2)}^{(\beta_2)} = 0.$$

Подставим (12) во второе уравнение (7), тогда получим второе уравнение (8), где

$$\mu = -\sum_{\beta \neq 2,\ \alpha \geqslant 1} C_\alpha^\beta L^{(\alpha\beta)} v_1, \quad \rho_1 \Phi_1 = -C \frac{\partial}{\partial x} v_1,$$

$$C_\alpha^\beta = D_{(\alpha+1)}^{(\beta)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} C_{(\alpha_1)}^{(\beta_1)} E_{(\alpha_2)}^{(\beta_2)},$$

$$C = D_{(1)}^{(0)} + C_{(1)}^{(0)} E_{(0)}^{(0)} + D_{(0)}^{(0)} E_{(1)}^{(0)}.$$

Неизотермическое состояние ($T \neq \mathrm{Const}$) [9]

Рассмотрим задачу в слоистой среде, состоящей из двух периодически повторяющихся слоев, имеющих различные тепловые характеристики, в несвязанной постановке: сначала найдем поле температур, а затем поле перемещений.

Тепловую задачу исследуем в двух постановках:

а) используем обычное уравнение теплопроводности

$$c_v \frac{\partial}{\partial t} T = \beta \frac{\partial^2}{\partial x^2} T;$$

б) используем уравнение теплопроводности с учетом конечной скорости распространения тепла:

$$\left(c_v+\tau c_{v'}\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial t}T=\beta\frac{\partial^2}{\partial x^2}T.$$

Введем два поля температур, для которых получим систему уравнений

$$\left(\frac{1+\alpha'}{2}\Delta'_{\tau'}+\frac{1-\alpha'}{2}\Delta'_{\eta'}\right)T_2(t,\ x)=$$

$$=\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}T_1(x+h_1,\ t)+\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}T_1(t,\ x-h_2),\tag{13}$$

$$\left(\frac{1+\alpha'}{2}\Delta'_{\tau'}+\frac{1-\alpha'}{2}\Delta'_{\eta'}\right)T_1(t,\ x)=$$

$$=\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}T_2(t,\ x-h_1)+\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}T_2(t,\ x+h_2),$$

где $\alpha'=\alpha'_1/\alpha'_2$, $\alpha'_i=\beta_i h_i$, $\tau'=\varkappa'_1+\varkappa'_2$, $\eta'=\varkappa'_1-\varkappa'_2$, $\varkappa'_i=h_i/c_i$, $\widehat{\lambda}_i=h_i/c'_i$; в случае а) возьмем $c'_i=\sqrt{\beta_i/c_{v_i}}$ и в случае б) $c'_i=\sqrt{\beta_i/(c_{v_i}+\tau c'_{v_i})}$.

Система уравнений (13) имеет дисперсионное уравнение (4), где $\omega_1=\sqrt{i\omega}$ в случае а) и в случае б) $\omega_1=i\omega+(i\omega)^2\tau$.
Систему уравнений (13) приведем к виду

$$\text{а)}\ c_v\frac{\partial}{\partial t}T=-\frac{\partial}{\partial x}q+Q,$$

$$\text{б)}\ \left(c_v+\tau c_{v'}\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial}{\partial t}T=-\frac{\partial}{\partial x}q+Q,\tag{14}$$

где поток тепла q связан с температурой T функциональным законом теплопроводности Фурье

$$q=\iint C(t-t',\ x-x')\,T(t',\ x')\,dt'dx'.$$

Установим, что уравнение (14) выполняется на низких частотах, при которых происходит выравнивание температуры внутри слоя $h=h_1+h_2$. На высоких частотах эти уравнения не выполняются и основную роль начинают играть флуктуации температуры внутри слоя h.

Для этой цели выделим среднюю температуру T и флуктуации температур θ_i в виде соотношений

$$c_vT=c_{v_1}T_1+c_{v_2}T_2,\ \ \theta_i=T_i-T,$$

$$\theta_2=-(c_{v_1}/c_{v_2})\,\theta_1\ \ (i=1,\ 2).\tag{15}$$

Подставив (15) в (13), получим систему уравнений разностного типа по координатам и времени

$$\left(\frac{1+\alpha'}{2}\Delta'_{\tau'}+\frac{1-\alpha'}{2}\Delta'_{\eta'}\right)T(t,\ x)=c_{v_2}\,[\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}T(t,\ x+h_1)+$$

$$+\Delta'_{\widehat{\lambda}_1}T(t,\ x-h_2)+\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}\theta_1(t,\ x+h_1)+\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}\theta_1(t,\ x-h_2)]+$$

$$+c_{v_1}[\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}T(t,\ x-h_1)+\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}T(t,\ x+h_2)],$$

$$\left(\frac{1+\alpha'}{2}\Delta'_{\tau'}+\frac{1-\alpha'}{2}\Delta'_{\eta'}\right)\theta_1(t,\ x)=-\gamma'\frac{c_{v_2}}{c_{v_1}}\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}\ \theta_1(t,\ x-h_1)-$$

$$-\frac{c_{v_2}}{c_{v_1}}\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}\theta_1(t,\ x+h_2)-\left(\frac{1+\alpha'}{2}\Delta'_{\tau'}+\frac{1-\alpha'}{2}\Delta'_{\eta'}\right)T(t,\ x)+$$

$$+\gamma'\Delta'_{\widehat{\lambda}'_2}T(t,\ x-h_1)+\Delta'_{\widehat{\lambda}'_1}T(t,\ x+h_2).$$

Разложим в ряды Тейлора по t и x все операторы. Имеем

$$\begin{aligned}&\widehat{A}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}T+\widehat{B}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}\theta_1=0,\\&\widehat{C}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}T+\widehat{D}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}\theta_1=0.\end{aligned}\tag{16}$$

Систему дифференциальных уравнений (16) представим в виде

$$\begin{aligned}&c_v\ \frac{\partial}{\partial t}T=-\frac{\partial}{\partial x}q+Q,\\&c_{v'}\frac{\partial}{\partial t}\theta_1=-\frac{\partial}{\partial x}q_1+Q_1,\end{aligned}\tag{17}$$

где используем следующие выражения для тепловых потоков q, q_1 и внутренних источников тепла Q, Q_1:

$$\begin{aligned}&q=\sum_{\beta\neq1,\ \alpha\geqslant1}\widehat{A}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}T+\sum_{\beta,\ \alpha\geqslant1}\widehat{B}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}\theta_1,\\&q_1=\sum_{\alpha,\ \beta\geqslant1}\widehat{C}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}T+\sum_{\beta,\ \alpha\geqslant1}\widehat{D}^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}\theta_1,\\&Q=-\widehat{A}^{(1)}_{(0)}\frac{\partial}{\partial x}T-\widehat{B}^{(1)}_{(0)}\frac{\partial}{\partial x}\theta_1,\\&Q_1=-\widehat{C}^{(1)}_{(0)}\frac{\partial}{\partial x}T-\widehat{D}^{(1)}_{(0)}\frac{\partial}{\partial x}\theta_1.\end{aligned}\tag{18}$$

Выражения для потоков (18) представим в интегральной форме (обобщенный закон теплопроводности Фурье):

$$q=\iint A(t-t',\ x-x')\,T(t',\ x')\,dt'dx'+$$

$$+\iint B(t-t',\ x-x')\,\theta_1(t',\ x')\,dt'dx',$$

$$q_1=\iint C(t-t',\ x-x')\,T(t',\ x')\,dt'dx'+$$

$$+\iint D(t-t',\ x-x')\,\theta_1(t',\ x')\,dt'dx'.$$

Низкие частоты. Основной переменной является средняя температура T. В этом случае из второго уравнения (16) находим

$$\theta_1=N^{(\beta)}_{(\alpha)}L^{(\alpha\beta)}T.\tag{19}$$

Подставив (19) в первое уравнение (16), получим первое уравнение (17) с учетом выражений

$$q=\sum_{\beta\neq1,\ \alpha\geqslant1}A^{\beta}_{\alpha}L^{(\alpha\beta)}T,\ Q=-A\frac{\partial}{\partial x}T,$$

$$A_\alpha^\beta = \widehat{A}^{(\beta)}_{(\alpha+1)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha+1} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} \widehat{B}^{(\beta_1)}_{(\alpha_1)} N^{(\beta_2)}_{(\alpha_2)},$$

$$A = \widehat{A}^{(0)}_{(1)} + \widehat{B}^{(0)}_{(0)} N^{(0)}_{(1)} + \widehat{B}^{(0)}_{(1)} N^{(0)}_{(0)}.$$

Для теплового потока можно использовать интегральную форму

$$q = \iint C(t-t', x-x') T(t', x') dt'dx',$$

где ядра определяются выражениями

$$C^{(\beta)}_{(\alpha)} = \frac{1}{\alpha!} \frac{1}{\beta!} \iint C(\tau, y) \tau^\beta y^\alpha d\tau dy,$$

$$C^{(\beta)}_{(\alpha)} = A^{(\beta)}_{(\alpha+1)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} B^{(\beta_1)}_{(\alpha_1+1)} R^{(\beta_2)}_{(\alpha_2)}.$$

Высокие частоты. Основной переменной является флуктуация температуры θ_1. В этом случае из первого уравнения (16) находим

$$T = \widehat{N}^{(\beta)}_{(\alpha)} L^{(\alpha\beta)} \theta_1. \qquad (20)$$

Подставив (20) во второе уравнение (16), получим второе уравнение (17) с учетом выражений

$$q_1 = \sum_{\beta\neq 1,\ \alpha\geqslant 1} D_\alpha^\beta L^{(\alpha\beta)} \theta_1, \quad Q_1 = -D \frac{\partial}{\partial x} \theta_1,$$

$$D_\alpha^\beta = \widehat{D}^{(\beta)}_{(\alpha)} + \sum_{\alpha_1+\alpha_2=\alpha} \sum_{\beta_1+\beta_2=\beta} \widehat{C}^{(\beta_1)}_{(\alpha_1)} \widehat{N}^{(\beta_2)}_{(\alpha_2)},$$

$$D = \widehat{D}^{(1)}_{(0)} + \widehat{C}^{(0)}_{(1)} \widehat{N}^{(0)}_{(0)} + \widehat{C}^{(0)}_{(0)} \widehat{N}^{(0)}_{(1)}.$$

Итак, на примере среды слоистой периодической структуры построены функциональные соотношения между напряжениями и деформациями (изотермическое состояние) и между потоками тепла и температурой (неизотермическое состояние). Доказано, что при низких частотах эти функционалы устанавливают связь между средними величинами. При высоких частотах реализуются функциональные связи между флуктуациями этих величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильюшин А. А. О связи между напряжениями и деформациями в механике сплошных сред//Прикл. матем. и механ. 1954. **13**, № 18. 23—47.
2. Ильюшин А. А. Механика сплошных сред. М., 1991.
3. Ильюшин А. А., Ильюшина Г. А. Вопросы термодинамики необратимых процессов//Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1983. № 3. 73—80.
4. Ильюшина Г. А. О свойствах термодинамических функций в термомеханических процессах//Изв. АН СССР. Механ. тверд. тела. 1982. № 5. 68—71.
5. Ильюшина Е. А. Вариант моментной теории упругости для одномерной сплошной среды неоднородной периодической структуры//Прикл. матем. и механ. 1972. **36**. 1086—1093.
6. Ильюшина Е. А. К построению теории упругости неоднородных твердых тел с микроструктурой: Канд. дис. М., 1976.
7. Бреховских Б. Л. Динамика слоистых сред. М., 1956.
8. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М., 1987.
9. Ильюшина Е. А., Короткина М. Р. О механическом и тепловом фильтрах// //Упругость и неупругость. М., 1987. 185—196.

Поступила в редакцию
11.06.90