

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. О. Эльстинг, Об аналогах классических алгебр Ли над полем характеристики 3,
Изв. вузов. Матем., 1991, номер 7, 61–65

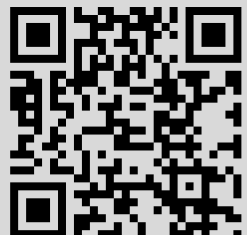
<https://www.mathnet.ru/ivm5118>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.174

28 апреля 2025 г., 05:51:44



Обратим внимание, что т. к. $g_i \notin pZG$, то

$$f_{1,a}(X) = a^{g_1} + \dots + \left(\sum_{\substack{\sigma \in M \\ p \nmid n_\sigma}} n_\sigma a^\sigma \right) X^{l-1} + X^l, \quad l = \sum_{\sigma \in M} n_\sigma.$$

Если $x \in K$, то по условию

$$(a+x)^f = \frac{(a+x)^{g_1}}{(a+x)^{g_2}} = \frac{f_{1,a}(x)}{f_{2,a}(x)} \in S.$$

В частности, для бесконечного числа элементов из $S \cap K$

$$x \in S \cap K, \quad (a+x)^f = f_{1,a}(x)/f_{2,a}(x) \in S.$$

Отсюда по лемме 3 $f_{1,a} \in S[X]$. Значит, если a — базисный элемент, то $\sum_{p \nmid n_\sigma} n_\sigma a^\sigma \in S$. А если x — произвольный элемент из K , то и ax — базисный элемент, и $\sum_{p \nmid n_\sigma} n_\sigma (ax)^\sigma = x \sum_{p \nmid n_\sigma} n_\sigma a^\sigma \in S$. Отсюда следует, что $x \in S$, поскольку из базисности a вытекает $\sum_{p \nmid n_\sigma} n_\sigma a^\sigma \neq 0$. Доказательство теоремы окончено.

Автор благодарен В. Е. Воскресенскому за полезные указания, а А. И. Валицкасу — за помощь в выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шевалле К. Теория групп Ли. Т. 2. Алгебраические группы: Пер. с франц. — М.: Ин. лит., 1958. — 375 с.
2. Ленг С. Алгебра: Пер. с англ. — М.: Мир, 1968. — 564 с.
3. Воскресенский В. Е. Алгебраические торы. — М.: Наука, 1977. — 224 с.
4. Kaplansky I. A theorem on division rings // Canad. J. Math., 1951. — V. 3. — № 3. — P. 290—292.

г. Новосибирск

Поступила
06.06.1990

Г. О. Эльстинг

УДК 512.554.31

ОБ АНАЛОГАХ КЛАССИЧЕСКИХ АЛГЕБР ЛИ НАД ПОЛЕМ ХАРАКТЕРИСТИКИ 3

Основное поле k предполагается алгебраически замкнутым полем характеристики p . Непосредственно проверяется, что при $p > 3$ простые классические k -алгебры Ли, отличные от A , обладают неприводимой транзитивной градуировкой вида

$$L = L_{-2} + L_{-1} + L_0 + L_1 + L_2, \quad (1)$$

в которой: а) $\dim L_{-2} = \dim L_2 = 1$; б) L_0 — прямая сумма одномерного центра $z(L_0)$ и подалгебры L'_0 ; в) $[L_{\pm 2}, L'_0] = \langle 0 \rangle$. Более того, исходя из результатов [1] и [2], нетрудно показать, что при $p > 3$ любая простая алгебра Ли с градуировкой вида (1) является классической. В противоположность этому для $p = 3$, $\dim L_{-1} = 2$ в работе [3] построено бесконечное семейство простых неклассических алгебр Ли $L(\varepsilon)$, обладающих градуировкой вида (1). Предположим, что $p = 3$ (как и всегда в дальнейшем) и введем следующие обозначения: $K_{2n+1}(E) = L_{-2} + L_{-1} + \dots$ — контактная алгебра Ли, наделенная стандартной градуировкой (см. [4]). V — подгруппа в $\text{Aut}_k(K_{2n+1}(E))$, индуцированная k -линейными преобразованиями подпространства $E' = kx_1 + \dots + kx_{2n}$ пространства E ; $(O_{2n}(E'))_i$ — пространство однородных многочленов степени i в алгебре разделенных степеней $O_{2n}(E')$; $\pi i = i \pm n$, $i = 1, \dots, 2n$; $\varepsilon_1 = \dots = \varepsilon_n = 1$, $\varepsilon_{n+1} = \dots = \varepsilon_{2n} = -1$; $\{u, w\} = \varepsilon_1(\partial_1 u)(\partial_{\pi_1} w) + \dots + \varepsilon_{2n}(\partial_{2n} u)(\partial_{\pi(2n)} w)$;

Π_{cl} — множество (классов изоморфизма) алгебр Ли над k , образованное четырьмя сериями простых матричных алгебр A_m, B_m, C_m, D_m (исключительные алгебры Ли при $p=3$ не простые). Основной результат работы —

Теорема 1. Простая алгебра Ли L , обладающая градуировкой вида (1) и не принадлежащая Π_{cl} , существует для данной величины $\dim L_{-1} = 2n$ тогда и только тогда, когда система¹⁾

$$\begin{cases} 2Fx_i + \{\varepsilon_i \partial_{\pi_i} F, F\} = 0, \quad i = 1, \dots, 2n; \\ x_i (\varepsilon_j \partial_{\pi_j} F) + x_j (\varepsilon_i \partial_{\pi_i} F) + \varepsilon_i \varepsilon_j \{\partial_{\pi_i} \partial_{\pi_j} F, F\} = 0, \quad i, j = 1, \dots, 2n, \end{cases} \quad (2)$$

обладает в $(O_{2n}(E'))_4$ ненулевым решением F , не содержащимся ни в $V(F_{B_m})$, ни в $V(F_{D_m})$, где $F_{B_m} = (-x_{2m-2} x_{4m-6} - \dots - x_{3m-5} x_{3m-3} + x_{3m-4}^{(2)})(x_1 x_{2m-3} + \dots + x_{m-2} x_m - x_{m-1}^{(2)}) - (x_1 x_{2m-2} + \dots + x_{2m-3} x_{4m-6})^{(2)}$, $n = 2m - 3$, $m \geq 3$; $F_{D_m} = (x_{2m-3} x_{4m-8} + \dots + x_{3m-6} x_{3m-5})(-x_{m-1} x_{m-2} - \dots - x_{2m-4} x_1) - (x_1 x_{2m-3} + \dots + x_{2m-4} x_{4m-8})^{(2)}$, $n = 2m - 4$, $m \geq 4$. (Под $V(F_{B_m})$, $V(F_{D_m})$ следует понимать совокупность образов F_{B_m}, F_{D_m} относительно элементов из V .)

Сходный подход к изучению градуированных алгебр Ли глубины 1 применяется в [5]. Отметим, что алгебре $L(\varepsilon)$ соответствует элемент $F_{L(\varepsilon)} = (1 + 1/\varepsilon) x_1^{(2)} x_2^{(2)}$. С иных позиций связь алгебр $L(\bullet)$ с классическими рассматривается в [6]. Отметим, далее, что простые алгебры Ли картановского типа обладают градуировкой вида (1) лишь в тех случаях, когда они попадают в Π_{cl} . Отметим, наконец, что при доказательстве теоремы 1 устанавливается (теорема 2) сопряженность подалгебр Картана в алгебрах $L \in \Pi_{cl}$ относительно $\text{Aut}_k L$ — факт, хорошо известный при $p=0$ или $p>3$, но не доказанный для случая $p=3$.

Доказательство теоремы 1 составляет теорема 2 и предложения 1—4. Случай $\dim L_{-1} = 2$ можно не рассматривать, поскольку тогда $\dim L \leq 10$, и строение L полностью описано в [3], [6], [7]. Далее, в случае $\dim L_{-1} = 4$ в силу неравенства $\text{grad}_L^2(L_0) \neq \{0\}$ и результатов [8] имеем включение $L \in \Pi_{cl}$, так что при необходимости можно считать, что $\dim L_{-1} > 4$. Теорема 1 данной работы (без указания явного вида элемента F_{D_m}) была анонсирована на семинаре по модулярным алгебрам Ли в г. Горьком в 1986 г.

В дальнейшем, если не оговорено противное, принимаются обозначения и соглашения работы [4]. Алгебра $K_{2n+1}(E)$ отождествляется с $O_{2n+1}(E)$, алгебра $H_{2n}(E')$ — с $\mathfrak{m}_{2n}(E')$, причем рассматриваются фиксированные базис x_1, x_2, \dots, x_{2n} в пространстве E' и дополнение z E' до E .

Предложение 1. Пусть L — простая алгебра Ли, наделенная градуировкой вида (1), φ — произвольное вложение L как градуированной алгебры Ли в алгебру $K_{2n+1}(E)$ ($2n = \dim L_{-1}$). Тогда $\varphi(L_2) = k(z^{(2)} + F(\varphi))$, где $F(\varphi)$ принадлежит $(O_{2n}(E'))_4$ и удовлетворяет системе (2), и если ψ — еще одно такое вложение, то $F(\psi) \in V(F(\varphi))$.

Доказательство. Отметим прежде всего, что вложение L как градуированной алгебры Ли в $K_{2n+1}(E)$ возможно согласно [9]. Далее, условие $[\varphi(L_{-2}), \varphi(L_0)] = \langle 0 \rangle$ влечет $\varphi(L_0) \subseteq L_0(H_{2n}(E'))$, а из неприводимости и транзитивности градуировки в L имеем также, что $\varphi(z(L_0)) = kz$, $z(L_0) = \langle 0 \rangle$. Тогда если $\varphi(L_2)$ содержит элемент вида $\alpha z^{(2)} + zG + F(\varphi)$, $\alpha \in k$, $G \in (O_{2n}(E'))_2$, $F(\varphi) \in (O_{2n}(E'))_4$, то, очевидно, $G \in \varphi(L_0)$, и для $l \in \varphi(L_0) \setminus \text{Zent}_{\varphi(L_0)}(G)$ имеем $[l, \alpha z^{(2)} + zG + F(\varphi)] = [l, G] + [l, F(\varphi)]$; отсюда $G = 0$ в силу (1в). Если, далее, $\alpha = 0$, то

¹⁾ Поскольку систему (2) для алгебр Ли с градуировкой вида (1) можно рассматривать и при $p>3$, то в первой группе ее уравнений целесообразно заменять 2 на (-1) .

$$kz \notin \sum_{i=0}^4 (\text{ad } \varphi(L_{-1}))^i (\varphi(L_2)),$$

что противоречит простоте $\varphi(L)$. Справедливость первой группы уравнений системы (2) для элемента $F(\varphi)$ следует теперь из равенства $[[\varphi(L_{-1}), \varphi(L_2)], \varphi(L_2)] = \langle 0 \rangle$, справедливость второй группы — из равенства $[\text{pr}_{L_0}(\text{ad } \varphi(L_{-1}))^2 (\varphi(L_2)), \varphi(L_2)] = \langle 0 \rangle$. Пусть теперь ψ — еще одно вложение L в $K_{2n+1}(E)$. Поскольку $\varphi(L_i) = \psi(L_i) = L_i(K_{2n+1}(E))$ при $i = -1, -2$, то существует $\rho \in \text{End}_k(E')$ с условием $\psi_{L_{-1}} = \rho \circ \varphi_{L_{-1}}$. Если $\bar{\rho}$ — автоморфизм градуированной алгебры Ли $K_{2n+1}(E)$, индуцированный ρ , то, используя транзитивность, выводим из последнего равенства соотношение $\psi_{L_i} = \bar{\rho} \circ \varphi_{L_i}$, $i = 0, 1, \dots$. Предложение 1 доказано.

Если \mathcal{L} — алгебра Ли, T — подмножество в \mathcal{L} , то через $\text{alg}(T)$ обозначаем подалгебру в \mathcal{L} , порожденную T .

Предложение 2. Пусть F — элемент $(O_{2n}(E'))_4$, удовлетворяющий системе (2), $L_i = (\text{ad } L_{-1}(K_{2n+1}(E)))^{2-i} (z^{(2)} + F)$, $i = -2, -1, 1, 2$; $L_0 = \text{alg}(\text{ad } L_{-1}(K_{2n+1}(E)))^2 (z^{(2)} + F)$. Тогда $L = L_{-2} + \dots + L_2$ является простой транзитивной градуированной алгеброй Ли, удовлетворяющей условиям (1).

Доказательство. Отметим прежде всего, что $L_g = L_g(K_{2n+1}(E))$ при $g = -2, -1$ (отсюда сразу вытекает транзитивность L) и что $kz \subseteq L_0$. Справедливость равенства

$$[L_1, L_2] = \langle 0 \rangle \quad (3)$$

следует из первой группы уравнений системы (2), справедливость равенства

$$[\text{pr}_{L_0(H_{2n}(E'))} L_0, L_2] = \langle 0 \rangle \quad (4)$$

— из второй группы уравнений данной системы. Применяя $\text{ad } L_{-1}$ к обеим частям (3) и используя (4) и включение $[z, L_2] \subseteq L_2$, получаем, что $[L_1, L_1] \subseteq L_2$; отсюда L — подалгебра в $K_{2n+1}(E)$. Простота L устанавливается стандартным способом.

Лемма. Пусть $L = L_{-2} + L_{-1} + \dots$ — градуированная подалгебра в $K_{2n+1}(E)$, причем $L_g = L_g(K_{2n+1}(E))$ при $g = -2, -1$. Пусть, далее, u_1, u_2, \dots, u_{2n} — произвольный базис E' , удовлетворяющий условию

$$\{u_i, u_j\} = \delta_{j, \pi_i}, \quad i \leq j. \quad (5)$$

Тогда если L_1 содержит элемент вида $zu_i + G_{u_i}$, $G_{u_i} \in L_1(H_{2n}(E'))$, то для любой пары $\{j, \pi_j\}$ с условием $i \neq j, i \neq \pi_j$ хотя бы один из двух мономов $u_i u_j, u_i u_{\pi_j}$ имеет ненулевой коэффициент в записи некоторого элемент $D \in L_0$.

Справедливость леммы следует из того, что в качестве элемента D может быть выбран либо $[u_j, zu_i + G_{u_i}]$, либо $[u_{\pi_j}, zu_i + G_{u_i}]$.

Предложение 3. Пусть $L = L_{-2} + \dots + L_2$ — градуированная подалгебра в $K_{2n+1}(E)$, удовлетворяющая условиям: 1) $L_g = L_g(K_{2n+1}(E))$ при $g = -2, -1$; 2) $L_2 = k(z^{(2)} + F)$, где $F \in (O_{2n}(E'))_4$; 3) $\dim L_{-1} > 4$. Тогда L_{-1} неприводимо над L_0 .

Доказательство. Отметим прежде всего, что для любого $u \in L_{-1}(K_{2n+1}(E))$ пространство L_1 содержит элемент $zu + G_u$, где $G_u \in L_1(H_{2n}(E'))$. Пусть N — некоторое ненулевое собственное неприводимое L_0 -подпространство в L_{-1} . Тогда либо сужение знакопеременной формы $(,)$ на L_{-1} , возникающей из лева умножения, является невырожденным на N , либо N — вполне изотропно относительно данной формы, причем в последнем случае предположим сначала, что N не является максимальным вполне изотропным подпространством в L_{-1} . В обоих случаях $\text{codim}_{L_{-1}} N \geq 2$, и существуют элементы $u_1, u_2 \in L_{-1}$, линейно независимые по модулю N

и удовлетворяющие условию $(y_1, y_2) = 1$. Тогда если $\dim N > 2$, то $(ky_1 + ky_2)^0 \cap N \neq \langle 0 \rangle$, и пусть $y' \in (ky_1 + ky_2)^0 \cap N$. Дополняя y_1, y_2, y' до базиса в L_{-1} с условием (5), причем так, чтобы часть его являлась бы базисом в N , и полагая в лемме $y' = u_{\pi i}, y_1 = u_j, y_2 = u_{\pi j}$, приходим к противоречию с L_0 -устойчивостью N . Если же $\dim N \leq 2$, то $\dim N^0 - \dim N \geq 2$ и $\dim N^0 > (1/2)\dim L_{-1}$ в силу условия 3), и следовательно, существуют линейно независимые по модулю $N \cap N^0$ элементы $y_1, y_2 \in N^0$ с условием $(y_1, y_2) = 1$. Пусть $y' \in N$. Тогда, снова дополняя y_1, y_2, y' до базиса в L_{-1} , удовлетворяющего (5) и такого, что часть его является базисом в N , и полагая в лемме $y' = u_{\pi i}, y_1 = u_j, y_2 = u_{\pi j}$, снова приходим к противоречию с L_0 -устойчивостью N . Рассмотрим, наконец, случай, когда N — максимальное вполне изотропное подпространство в L_{-1} . Пусть $u_1, \dots, u_n, u_{\pi 1}, \dots, u_{\pi n}$ — произвольный базис L_{-1} , удовлетворяющий (5) и равенству $ku_{\pi 1} + \dots + ku_{\pi n} = N$. Тогда если $\gamma_{i,j,\pi g,\pi h}(u)$ — коэффициент в F при $u_i u_j u_{\pi g} u_{\pi h}$, то рассуждениями, аналогичными проведенным при доказательстве леммы, показываем, что из L_0 -неприводимости N следуют равенства $\gamma_{i,j,\pi g,\pi h}(u) = 0$ при $\{i; j\} \neq \{g; h\}$, $\gamma_{i,j,\pi g,\pi h}(u) = -1$ при $\{i; j\} = \{g; h\}$. Поскольку базис $u'_1 = u_1 + u_2, u'_{\pi 2} = u_{\pi 2} - u_{\pi 1}, u'_i = u_i$ при $i \neq 1, u'_{\pi j} = u_{\pi j}$ при $j \neq 2$ также удовлетворяет (5) и равенству $ku'_{\pi 1} + \dots + ku'_{\pi n} = N$, и при этом $\gamma_{2,2,\pi 1,\pi 1}(u') \neq 0$, то снова получаем противоречие. Предложение 3 доказано.

Если $L \in \Pi_{cl}$, то обозначим через $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ стандартную систему простых корней L в случае $\text{char } k = 0$, и пусть $e_{s_1 \alpha_1 + \dots + s_m \alpha_m}$ — матричный элемент L , являющийся при $\text{char } k = 0$ образующим корневого пространства $L_{s_1 \alpha_1 + \dots + s_m \alpha_m}$.

Теорема 2. Если $L \in \Pi_{cl}$, то любые две подалгебры Картана в L сопряжены относительно $\text{Ant}_k L$.

Доказательство. Пусть M — пространство, на котором действует L , \mathfrak{h} — произвольная подалгебра Картана в L . Согласно [10] (гл. IV, лемма 2) и [11] (теорема 84) \mathfrak{h} действует диагонально на M . Поскольку для случая $L = A_m$ утверждение теоремы 2 уже доказано, то рассмотрим оставшиеся три случая, и пусть (x, y) — соответствующая невырожденная билинейная форма. Пусть, далее, $e_1, \dots, e_{m'}$ — некоторый базис M , в котором \mathfrak{h} диагональна, $s_{i\nu} = (e_i, e_\nu)$, и пусть для определенности $\mathfrak{h}(e_1) = \mathfrak{h}(e_2) = \dots = \mathfrak{h}(e_q) = \langle 0 \rangle, \mathfrak{h}(e_{q+1}) \neq \langle 0 \rangle, \dots, \mathfrak{h}(e_{m'}) \neq \langle 0 \rangle, M_q = ke_1 + \dots + ke_q, M_q = ke_{q+1} + \dots + ke_{m'}$. Поскольку диагональное в данном базисе преобразование $H = \text{diag}(h_{11}; \dots; h_{m'm'})$ принадлежит L тогда и только тогда, когда

$$s_{i\nu} \neq 0 \text{ влечет } h_{i1} + h_{\nu\nu} = 0, \quad (6)$$

то $(M_q, \overline{M}_q) = \langle 0 \rangle$; отсюда следует невырожденность формы на M_q . Если $q \geq 2$, то существует базис e'_1, e'_2, \dots, e'_q в M_q такой, что элемент $H \in \text{End}_k M$, задаваемый условиями $H(e'_1) = e'_1, H(e'_2) = -e'_2, H(e'_3) = \dots = H(e'_q) = 0, H(\overline{M}_q) = \langle 0 \rangle$, принадлежит $L \setminus \mathfrak{h}$ и нормализует \mathfrak{h} , что невозможно. Итак, $q \leq 1$, и если при этом $q = 1$, то $s_{11} \neq 0$. Полагая теперь в (6) $i = i',$ получаем, что $s_i = 0$ при $i > q$. Далее, если i, i', i'' — попарно различные натуральные числа, принадлежащие отрезку $q+1, m'$, и $s_{i\nu} \neq 0, s_{i'\nu} \neq 0$, то $H(e_\nu) = H(e_{i'})$ для любого $H \in \mathfrak{h}$, и замена в базисе \overline{M}_q

$$e_{i''} \text{ на } e_{i''} + \alpha e_{i'}, \alpha \in k, \quad (7)$$

(с сохранением остальных базисных элементов) не нарушает диагональности \mathfrak{h} . Аналогично, диагональность \mathfrak{h} сохраняется при замене вида (7) и в том случае, когда $s_{i\nu} \neq 0, s_{i'\nu} \neq 0$. Применяя многократно данные замены, доби-

ваемся того, чтобы при сохранении диагональности \mathfrak{h} каждая строка и каждый столбец матрицы сужения формы на \overline{M}_q содержали бы ровно один ненулевой элемент. Теперь из равенства $\text{Norg}_L \mathfrak{h} \setminus \mathfrak{h} = \emptyset$ следует, что $\dim \mathfrak{h} = (m' - q)/2$, так что \mathfrak{h} необходимо стандартна. Применяя, наконец, перестановку базисных элементов в \overline{M}_q , приводим матрицу формы также к стандартному виду. Теорема 2 доказана.

Следствие. а) Алгебра A_m не допускает градуировки вида (1), в алгебрах B_m, C_m, D_m существует единственная (с точностью до изоморфизма) градуировка вида (1); б) в алгебрах B_m и D_m данная градуировка задается условием $\deg e_{a_i} = -\delta_{i,2}$, в алгебре C_m — условием $\deg e_{a_i} = -\delta_{i,1}$.

Справедливость утверждения а) устанавливается рассуждениями, аналогичными проведенным в [12] (предложение 5.2); справедливость утверждения б) проверяется непосредственно.

Предложение 4. Пусть $m \geq 3$ (соответственно $m \geq 2, m \geq 4$), $n = 2m - 3$ (соответственно $n = 2m - 2, n = 2m - 4$), и предположим, что алгебра Ли L совпадает с B_m (соответственно с C_m, D_m) и наделена градуировкой $L = L_{-2} + \dots + L_2$ вида (1). Тогда для вложения градуированных алгебр $\varphi: L \rightarrow K_{2n+1}(E)$, определяемого условием $\varphi_{L_{-1}}(e_{s_2 a_2 + \dots + s_m a_m}) = x_{s_2 + \dots + s_m}$, $\varphi_{L_{-1}}(e_{a_1 + s_2 a_2 + \dots + s_m a_m}) = x_{4m-5-(s_2 + \dots + s_m)}$, элемент $F(\varphi)$ предложения 1 совпадает с элементом $F(B_m)$ (соответственно $F(\varphi) = 0$ для произвольного вложения φ ; для вложения φ , определяемого условием $\varphi_{L_{-1}}(e_{s_2 a_2 + \dots + s_m a_m}) = x_{s_2 + \dots + s_m - 1 + 2s_m}$, $\varphi_{L_{-1}}(e_{a_1 + s_2 a_2 + \dots + s_m a_m}) = x_{4m-7-s_2 - \dots - s_{m-1} - 2s_m}$, элемент $F(\varphi)$ совпадает с элементом F_{D_m}).

Справедливость предложения 4 следует из включения $(\text{ad } L_{-1}(K_{2n+1}(E)))^2 (s^{(2)} + F_L) \subseteq \varphi(L_0)$, которое во всех случаях проверяется непосредственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кострикин А. И. Квадраты присоединенных эндоморфизмов в простых p -алгебрах Ли // Изв. АН СССР. Сер. матем.—1967.—Т. 31.—№ 2.—С. 445—487.
2. Премет А. А. Внутренние идеалы в модулярных алгебрах Ли // Вестн. АН БССР. Сер. физ.-мат.—1986.—№ 5.—С. 11—15.
3. Кострикин А. И. Параметрическое семейство простых алгебр Ли // Изв. АН СССР. Сер. матем.—1970.—Т. 34.—№ 4.—С. 744—756.
4. Кострикин А. И., Шафаревич И. Р. Градуированные алгебры Ли конечной характеристики // Изв. АН СССР. Сер. матем.—1969.—Т. 33.—№ 2.—С. 251—322.
5. Ермолаев Ю. Б. О простых градуированных алгебрах Ли // Изв. вузов. Математика.—1980.—№ 5.—С. 78—82.
6. Джумадильдаев А. С. К деформациям классических простых алгебр Ли // УМН.—1976.—Т. 31, вып. 3.—С. 211—212.
7. Джумадильдаев А. С. К деформациям неклассических алгебр Ли // XV Всесоюзная алгебраическая конференция: Тез. докл.—Красноярск, 1979.—С. 51.
8. Brown G. Lie algebras of characteristic three with nondegenerate Killing form // Trans. Amer. Math. Soc.—1969.—V. 137.—P. 259—268.
9. Ермолаев Ю. Б. К вопросу о картановских продолжениях // Изв. вузов. Математика.—1982.—№ 11.—С. 30—40.
10. Джекобсон Н. Алгебры Ли.—М.: Мир, 1964.—355 с.
11. Капланский И. Алгебры Ли и локально компактные группы.—М.: Мир, 1974.—147 с.
12. Кац В. Г. О классификации простых алгебр Ли над полем с ненулевой характеристикой // Изв. АН СССР. Сер. матем.—1970.—Т. 34.—№ 2.—С. 385—408.

г. Казань

Поступила
30.11.1988