А. П. Торохтий, О конструктивном приближении нелинейных операторов,
Изв. вузов. Матем., 1991, номер 7, 81–84

А. П. Торохтий УДК 517.5 [1]

О КОНСТРУКТИВНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

1. Исследуются обобщения и усиления метода [1].

2. Определение 1. Пусть X и Y — вещественные (впредь это оговариваться не будет) хаусдорфовы топологические векторные пространства (ТВП), K — компактное подмножество в X, $\delta \subset K - K$ — открытая окрестность нуля (о. н.) и $F: K \to Y$ — непрерывное отображение. Окрестность нуля $w(F;\ \delta) = \{F(x') - F(x'') \mid x' - x'' \in \delta\}$ назовем топологическим модулем непрерывности (отображения F).

Пусть, далее, $\mathbf{a}_X$ — множество всех открытых о. н. $\delta \subset K - K$ и $\mathbf{B}_Y$ — множество всех о. н. $w(F;\ \delta)$. Возьмем в $\mathbf{a}_X$ максимальную цепь $\mathfrak{S}_X$, устанавливая сравнение любых двух элементов из $\mathfrak{S}_X$ отношением включения, и введем направленность $\{w(F;\ \delta) \mid \delta \in \mathfrak{S}_X\}$ отображением $\mathfrak{S}_X \to \mathbf{B}_Y$. Ниже $\mathfrak{S}_X$ и $w(F;\ \delta)$ понимаются именно в этом смысле.

Лемма 1. *Пусть $\mathfrak{S}_X$ — данная максимальная цепь в $\mathbf{a}_X$. Тогда в условиях определения* 1:

1) *для $\delta', \delta'' \in \mathfrak{S}_X$ из $\delta' \subset \delta''$ следует $w(F;\ \delta') \subseteq w(F;\ \delta'')$;*

2) *если $\delta_0 \in \mathfrak{S}_X$ — некоторая о. н., δ — окрестность нуля из $\mathfrak{S}_X$ такие, что $\delta_0 \subseteq \delta$, то $\lim\limits_{\delta} w(F;\ \delta) = w(F;\ \delta_0)$.*

Положим

$$\underbrace{\delta + \ldots + \delta}_{N} =: \delta_N,\quad \underbrace{w(F;\ \delta) + \ldots + w(F;\ \delta)}_{N} =: w_N(F;\ \delta),\quad K_\delta := K + \delta.$$

Лемма 2. *Если X — нормальное ТВП, $K \subset X$ — компактное подмножество, Y — произвольное ТВП, $F: K \to Y$ — непрерывное отображение, то для данной максимальной цепи $\mathfrak{S}_X$ по любой о. н. $\delta \in \mathfrak{S}_X$ найдутся непрерывное отображение $\mathrm{F}_\delta : K_\delta \to Y$ и $N = 1, 2, \ldots$ такие, что $F(x) - \mathrm{F}_\delta(v) \in w_N(F;\ \delta_3)$.*

Доказательство. Отображение F_δ задается равенством

$$\mathrm{F}_\delta(v) = \sum_{j=1}^{N} \varkappa_j(v)\, F(u_j),$$

где $\varkappa_j : K_\delta \to \boldsymbol{R}$, $j = \overline{1, N}$, — функционалы, осуществляющие разбиение единицы, подчиненное семейству специальных окрестностей Ω_j точек $u_j \in K$, $j = \overline{1, N}$.

3. Пусть теперь X и Y — ТВП, обладающие свойством аппроксимации (ТВПА) Гротендика [2], т. е. пусть X и Y снабжены последовательностями соответственно $\{G_{Xn}\}$ и $\{G_{Yn}\}$ операторов $G_{Xn} \in \mathrm{L}(X, X_n)$ и $G_{Yn} \in \mathrm{L}(Y, Y_n)$ (здесь $\mathrm{L}(X, Y)$ — пространство линейных непрерывных операторов, действующих из X в Y; $X_n = \{x_n \in X \mid x_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \alpha_k\}$, $Y_n = \{Y_n \in Y \mid y_n = \sum_{j=1}^{n} b_j \beta_j\}$, $(a_1, \ldots, a_n) \in \boldsymbol{R}^n$, $(b_1, \ldots, b_n) \in \boldsymbol{R}^n$, $\boldsymbol{R}^n$ есть n-мерное арифметическое евклидово пространство, $\boldsymbol{R}^1 =: \boldsymbol{R}$, $\{\alpha_k\}_1^n$ и $\{\beta_j\}_1^n$ — соответствующие базисы) такими, что $\{G_{Xn}\}$ и $\{G_{Yn}\}$ равностепенно непрерывны и каждая из них сходится равномерно в компактном подмножестве к единичному оператору. Определим операторы G_{Xn}, $Q_X \in \mathrm{L}(X_n, \boldsymbol{R}^n)$, $Z: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^n$ и $W: \boldsymbol{R}^n \to Y_n$ равенствами $G_{Xn}(x) = x_n$, $Q_X(x_n) = (a_1, \ldots, a_n)$, $Z(a_1, \ldots, a_n) = (z_1, \ldots, z_n)$ и $W(z_1, \ldots, z_n) = \sum_{j=1}^{n} z_j \beta_j$, где $z_j = g_j(a_j)$, $g_j : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ — непрерывные функции. В отличие от [1] z_j определяются с помощью функций одной переменной.

Теорема 1. *Пусть X и Y — введенные выше ТВПА и пусть X, кроме этого, нормально. Пусть, далее, $K \subset X$ — компактное множество и $F: K \to Y$ — непрерывное отображение. Тогда для любой о. н. $\varepsilon \subset Y$ существует оператор $S = WZQ_XG_{Xn} : X \to Y$ и о. н. $\delta \subset X$ такие, что $F(x) - S(x + \Delta x) \in \varepsilon$ для всех $x \in K$ и $\Delta_x \in \delta$.*

При доказательстве используется отображение $G_{Y_n}F_\sigma : G_{X_n}(K) \to Y$ (где F_σ определяется согласно лемме 2), представляемое в виде $G_{Y_n}F_\sigma = Wf_F Q_X$, где

$$f_F : \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^n,\ f_F(a_1, \ldots, a_n) = (f_{F1}(a_1), \ldots, f_{Fn}(a_n)),\ f_{Fi} : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R},\ f_{Fi}(a_i) = \widetilde{b}_i,$$

$$a_i \in [d_i', d_i''],\ \widetilde{b}_i = \psi_i(G_{Y_n}F_\sigma(x_n)),\ \psi_i \in L(Y_n, \boldsymbol{R}),\ i = \overline{1, n}.$$

При выборе g_i будем понимать в качестве X и Y банаховы пространства (B-пространства), обладающие свойством аппроксимации (B_a-пространства). Зафиксируем методы построения приближений x_n и y_n и положим $g_i(a_i) = : g_i(c_i; a_i) = \sum_{j=0}^{n_i} c_{ij} a_i^j$, где $c_i = \{c_{ij}\}_0^{n_i}$, $n_i = 0, 1, \ldots$, $c_{ij} \in \boldsymbol{R}$, $i = \overline{1, n}$. Соответствующий оператор $S = WZQ_XG_{X_n}$ обозначим через $S(c; \cdot)$, где $c = \{c_i\}_1^n$, а множество таких операторов — через $\mathbf{S}$.

Теорема 2. *Пусть X и Y суть B_a-пространства, $K \subset X$ — компакт и $F: K \to Y$ — непрерывное отображение. Пусть $g_i(c_i^*; a_i)$, где $c_i^* = \{c_{ij}^*\}_0^{n_i}$, — многочлен наилучшего приближения (c_{ij}^* — его коэффициенты) функции $f_{Fi}(a_i)$, $a_i \in [d_i', d_i'']$, $i = \overline{1, n}$, и пусть $Z = Z^*$, где оператор Z^* таков, что $Z^*Q_XG_{X_n}(x) = (g_1(c_1^*; a_1), \ldots, g_n(c_n^*; a_n))$. Тогда для фиксированного $\delta > 0$ и всех $\Delta x \in \Delta X_{(\delta)} = \{\Delta x \in X \mid \|\Delta x\| \leqslant \delta\}$*

$$\sup_{x \in K} \| F(x) - S(c^*; x + \Delta x) \| = \inf_{\mathbf{S}} \sup_{x \in K} \| F(x) - S(c; x + \Delta x) \|.$$

В сравнении с [1] уменьшается размерность аппроксимационных задач при вычислении c_{ij} и упрощается конструкция оператора Z.

4. Пусть теперь $K \subset X$ и $\{F(x)\} \subset Y$ (X и Y — ТВП) состоят из элементов $x \in K$ и $y = F(x)$, непрерывно зависящих от конечной совокупности $\nu = (\nu_1, \ldots, \nu_n) \in E^n \subset \boldsymbol{R}^n$ параметров $\nu_i \in [l_i', l_i'']$, так что $E^n = [l_1', l_1''] \times \ldots \times [l_n', l_n'']$, $x = x(\nu_1, \ldots, \nu_n) = : x_{(\nu)}$, $y = F(x_{(\nu)}) = y(\eta_1, \ldots, \eta_m) = : y_{(\eta)}$, где $\eta = (\eta_1, \ldots, \eta_m)$, $m = 1, 2, \ldots$, $\eta_j = h_{Fj}(\nu_{j_1}, \ldots, \nu_{j_k})$, $h_{Fj} = : h_j$, $h_j : E_j^k \to \boldsymbol{R}$ ($E_j^k = [l_{j_1}', l_{j_1}''] \times \ldots \times [l_{j_k}', l_{j_k}'']$) — непрерывные функции, индуцируемые отображением F, $j = \overline{1, m}$, $(\nu_{j_1}, \ldots, \nu_{j_k}) \in E_j^k$ — сочетание из n элементов по k, $k \leqslant n$. В связи с этим некоторое множество $M \subset X$, состоящее из элементов $x_{(\nu)}$, обозначим через $M_{(\nu)}$.

Пусть, далее, $\widetilde{V}_X : X_{(\nu)} \to \boldsymbol{R}^n$, $X_{(\nu)} \subset X$, $Z_{nm} : \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^m$ и $\widetilde{W} : \boldsymbol{R}^m \to Y$ — непрерывные операторы такие, что $\widetilde{V}_X x_{(\nu)} = (\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$, $\lambda_i \in [\widetilde{l}_i', \widetilde{l}_i'']$, $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) \in \widetilde{E}^n = [\widetilde{l}_1', \widetilde{l}_1''] \times \ldots \times [\widetilde{l}_n', \widetilde{l}_n'']$, $Z_{nm}(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) = (\tau_1, \ldots, \tau_m) = : \tau$, $\tau_j = p_j(\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k})$, $k \leqslant n$, $p_j : \widetilde{E}_j^k \to \boldsymbol{R}$, $\widetilde{E}_j^k = [\widetilde{l}_{j_1}', \widetilde{l}_{j_1}''] \times \ldots \times [\widetilde{l}_{j_k}', \widetilde{l}_{j_k}'']$, p_j — непрерывные функции, $\widetilde{W}(\tau_1, \ldots, \tau_m) = y_{(\tau)}$.

Оператор $\widetilde{V}_X$ соответствует методу приближенного определения параметров $\nu_i : \lambda_i \approx \nu_i$, $i = \overline{1, n}$. Будем предполагать, что для любого $\xi_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, существует $\widetilde{V}_X$ такой, что $|\nu_i - \lambda_i| \leqslant \xi_i$, $i = \overline{1, n}$.

Практически параметры ν_i задаются, как правило, с ошибками $\Delta\nu_i$, $|\Delta\nu_i| \leqslant \Delta_i$, $\Delta_i > 0$, $i = \overline{1, n}$. Обозначим $\Delta\nu = (\Delta\nu_1, \ldots, \Delta\nu_n)$.

Теорема 3. *Пусть X и Y — ТВП, $K_{(\nu)} \subset X$, $F : K_{(\nu)} \to Y$ — непрерывное отображение, $F(K_{(\nu)}) = \{y_{(\eta)}\}$. Тогда по любой о. н. $\varepsilon \subset Y$ найдутся $\Delta_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, и оператор $\widetilde{S} = \widetilde{W}Z_{nm}\widetilde{V}_X : X_{(\nu+\Delta\nu)} \to Y$, где $X_{(\nu+\Delta\nu)} = \{x_{(\nu+\Delta\nu)} \in X \mid |\Delta\nu_i| \leqslant \Delta_i, i = \overline{1, n}\}$, такие, что $F(x_{(\nu)}) - \widetilde{S}(x_{(\nu+\Delta\nu)}) \in \varepsilon$ для всех $x_{(\nu)} \in K_{(\nu)}$ и $x_{(\nu+\Delta\nu)} \in X_{(\nu+\Delta\nu)}$.*

В качестве p_j можно выбирать, напр., многочлены вида $p_j(\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k}) = : \widetilde{p}_j(c_j; \lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k}) = \sum_{0 \leqslant |i| \leqslant r_j} c_{ji_1\ldots i_k} \lambda_{j_1}^{i_1} \ldots \lambda_{j_k}^{i_k}$, где $c_j = \{c_{ji_1\ldots i_k}\}$, $c_{ji_1\ldots i_k} \in \boldsymbol{R}$, $|i| = i_1 + \ldots + i_k$, $r_j = 0, 1, \ldots$

Зафиксируем метод вычисления параметров $\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k}$ и отображение $\widetilde{W}$ и положим $p_j =$ $= \widetilde{p}_j(c_j; \cdot)$, $j = \overline{1, m}$. Соответствующий оператор $\widetilde{S}$ обозначим через $\widetilde{S}(c; \cdot)$, где $c = \{c_j\}$ $j = \overline{1, m}$, а совокупность таких операторов — через $\mathbf{S}^0$. В соответствии с леммой 2 введем функции $\widetilde{h}_j : \widetilde{E}_j^k \to \boldsymbol{R}$, $j = \overline{1, m}$, такие, что для любых $\Theta_j > 0$

$$|h_j(\nu_{j_1}, \ldots, \nu_{j_k}) - \widetilde{h}_j(\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k})| \leqslant \Theta_j, \ j = \overline{1, m}.$$

Теорема 4. *Пусть X и Y суть B-пространства, $K_{(\nu)}$ — компакт в X, $F: K_{(\nu)} \to Y$ — непрерывное отображение, $F(K_{(\nu)}) = \{y_{(\eta)}\}$. Пусть $\widetilde{p}_j(c_j^*; \lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k})$ (где $c_j^* = \{c_{ji_1 \ldots i_k}^*\}$, $j = \overline{1, m}$) — многочлен наилучшего приближения функции $\widetilde{h}_j(\lambda_{j_1}, \ldots, \lambda_{j_k})$, $j = \overline{1, m}$, $k \leqslant n$, и пусть $Z_{nm} = Z_{nm}^*$, где $Z_{nm}^*(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) = (\widetilde{p}_1(c_1^*; \lambda_{1_1}, \ldots, \lambda_{1_k}), \ldots, \widetilde{p}_m(c_m^*; \lambda_{m_1}, \ldots, \lambda_{m_k}))$. Тогда для оператора $\widetilde{S}(c^*; \cdot) = \widetilde{W}Z_{nm}^* \widetilde{V}_X$, где $c^* = \{c_j^*\}_1^m$, справедливо равенство*

$$\sup_{x_{(\nu)} \in K_{(\nu)}} \| F(x_{(\nu)}) - \widetilde{S}(c^*; x_{(\nu + \Delta\nu)}) \| = \inf_{\mathbf{S}^0} \sup_{x_{(\nu)} \in K_{(\nu)}} \| F(x_{(\nu)}) - \widetilde{S}(c; x_{(\nu + \Delta\nu)}) \|.$$

Вычислительная схема построения оператора $\widetilde{S} = \widetilde{W}Z_{nm}\widetilde{V}_X$ состоит в следующем: 1) выирается метод вычисления значений λ_i, $i = \overline{1, n}$; 2) определяются функции p_j, $j = \overline{1, m}$; 3) строится собственно оператор $\widetilde{S}$. При этом в отличие от [1] не требуется применения приближений x_n и y_n.

5. Положим теперь $X = H$, где H — сепарабельное гильбертово пространство, и введем класс $\mathbf{A}$ линейных самосопряженных неотрицательно определенных операторов с конечным следом, действующих в H. Обозначим $\langle Ax, x\rangle^{1/2} =: \rho_A(x)$, где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярное произведение в H, $A \in \mathbf{A}$; M — ограниченное множество в H.

Определение 2 (см. [3]). Отображение $F: M \to Y$, где Y — произвольное ТВП, называется A-равномерно непрерывным, если по любой о. н. $\varepsilon \subset Y$ найдутся оператор $A \in \mathbf{A}$ и $\delta > 0$ такие, что из $\rho_A(x' - x'') < \delta$ следует $F(x') - F(x'') \in \varepsilon$.

Множество A-равномерно непрерывных отображений, действующих из M в Y, обозначим через $\boldsymbol{A}(M, Y)$.

Определение 3. Пусть $F \in \boldsymbol{A}(M, Y)$, где Y — ТВП. Для произвольного $\sigma > 0$ топологическим A-модулем непрерывности отображения F назовем о. н. $w_A(F; \sigma) = \{F(x') -$ $- F(x'') \mid \rho_A(x' - x'') < \sigma\}$.

Как и ранее, положим $\underbrace{w_A(F; \sigma) + \ldots + w_A(F; \sigma)}_{N} =: w_{AN}(F; \sigma)$.

Лемма 3. *Пусть Y — произвольное ТВП и $F \in \boldsymbol{A}(M, Y)$. Тогда при любом $\sigma > 0$ существует непрерывное отображение $\mathrm{F}_\sigma : H \to Y$ такое, что для всех $x \in M$ и $\Delta x \in H$ $F(x) -$ $- \mathrm{F}_\sigma(x + \Delta x) \in w_{AN}(F; \sigma + 2\rho_A(\Delta x))$.*

Доказательство проводится по схеме доказательства леммы 2 при $A = \Lambda\Lambda^*$, где $\Lambda: H \to$ $\to H$ — оператор Гильберта — Шмидта, Λ^* — ему сопряженный.

Следствие 1. Если Y — локально выпуклое ТВП, $F \in \boldsymbol{A}(M, Y)$ и о. н. $w_A(F; \delta)$ выпукла (для данного $\delta > 0$), то по произвольному $\sigma > 0$ найдется непрерывное отображение $\mathrm{F}_\sigma : H \to Y$, для которого $F(x) - \mathrm{F}_\sigma(x + \Delta x) \in w_A(F; \sigma + 2\rho_A(\Delta x))$ $\forall$ $x \in M$, $\Delta x \in H$.

Теорема 5. *Пусть Y — ТВПА и $F \in \boldsymbol{A}(M, Y)$. Тогда по любой о. н. $\varepsilon \subset Y$ найдется оператор $S = WZQ_H G_{Hn}$ и $\delta > 0$ такие, что для всех $x \in M$ и $\Delta x \in \Delta H_{(\delta)} = \{\Delta x \in H \mid \|\Delta x\| \leqslant \delta\}$ $F(x) - S(x + \Delta x) \in \varepsilon$.*

Доказательство следует из соотношения

$$F(M) - S(M) \subset (F(M) - \mathrm{F}_\sigma G_{Hn}(M)) + (\mathrm{F}_\sigma G_{Hn}(M) - WQ_Y G_{Yn} \mathrm{F}_\sigma G_{Hn}(\overline{M})) +$$
$$+ W(Q_Y G_{Yn} \mathrm{F}_\sigma G_{Hn}(\overline{M}) - ZQ_H G_{Hn}(\overline{M}))$$

(где F_σ вводится согласно лемме 3, $\overline{M}$ — замыкание множества M), леммы 3 и теоремы 1.

Определение 4. Пусть Y есть B-пространство и $F\in A(M, Y)$. Функцию $\omega_A(F;\ \sigma)=$ $=\sup_{\rho A(x'-x'')\leqslant\sigma}\|F(x')-F(x'')\|$ назовем A-модулем непрерывности.

Теорема 6. *Пусть Y есть B_a-пространство и $F\in A(M, Y)$. Тогда для любых $\varepsilon>0$ и $\delta>0$ существует оператор $S=WZQ_H G_{Hn}$ такой, что*

$$\sup_{x\in M}\|F(x)-S(x+\Delta x)\|\leqslant\omega_A(F;\ \varepsilon+2\rho_A(G_{Hn}(\Delta x)))+\varepsilon$$

для всех $\Delta x\in\Delta H_{(\delta)}$.

Доказательство с учетом леммы 3 и теоремы 5 следует из неравенства $\|F(x)-S(x+\Delta x)\|\leqslant\|F(x)-\mathrm{F}_\xi(G_{Hn}(x+\Delta x))\|+\|\mathrm{F}_\xi(G_{Hn}(x+\Delta x))-S(x+\Delta x)\|$ при $A=\Lambda\Lambda^*$ и $\xi=\varepsilon/2$.

6. Рассмотрим специальные оценки погрешности приближения отображения F оператором $S=WZQ_XG_{Xn}$ в случае B_a-пространства X и $Y=L[0, 1]$, где $L[0, 1]$ — пространство интегрируемых на $[0, 1]$ функций. Обозначим через

$$\Delta_l^r f(a)=\sum_{j=0}^{r}(-1)^{r-j}\binom{r}{j}f(a+jl)$$

разность r-го порядка ($r=1, 2, \ldots$) функции $f\in L[d', d'']$ с шагом l,

$$\omega_{(r)}(f;\ \theta)=\sup_{\substack{a,\ a+rl\in[d_i', d_i'']\\ |l|\leqslant\theta}}|\Delta_l^r f(a)|,\quad \omega(F;\ \sigma)=\sup_{\|x'-x''\|\leqslant\sigma}\|F(x')-F(x'')\|.$$

Теорема 7. *Пусть K — компактное подмножество в B_a-пространстве X и $F: K\to L[0, 1]$ непрерывное отображение. Тогда по любому $\varepsilon>0$ найдется оператор $S=WZQ_XG_{Xn}: K\to L[0, 1]$ такой, что $\|F(x)-S(x)\|\leqslant C_1+C_2+C_3$, где $C_1=c\omega_{(n)}(F(x);$ $1/(n+1))$, $C_2=c\|W\|\left(\sum_{i=1}^{n}\left[\omega_{(r)}\left(f_{\mathrm{F}i};\ \frac{d_i'-d_i''}{r+1}\right)\right]^2\right)^{1/2}$, $C_3=\|WV_Y\|\omega(F;\ \ \varepsilon+2\|G_{Xn}(x)-x\|)$, $V_Y=Q_Y G_{Yn}$, $n,\ r=1, 2, \ldots, c=c_1=6$ или $c=c_2=3$.*

Доказательство для $c=6$ следует из неравенства $\|F(x)-S(x)\|\leqslant\|F(x)-WV_YF(x)\|+$ $+\|WV_Y\|\|F(x)-\mathrm{F}_\xi G_{Xn}(x)\|+\|W\|(\sum_{i=1}^{n}(f_{\mathrm{F}i}(a_i)-g_i(a_i))^2)^{1/2}$ (здесь F_ξ и $f_{\mathrm{F}i}$ определяются согласно лемме 2 и теореме 1) и результатов [4] при выборе в качестве $Y_n\subset L[0, 1]$ подпространства $P_n=P_n^{(1)}$ алгебраических многочленов степени не выше $n-1$ и при $g_i\in P_r=$ $=P_r^{(1)}$, $i=\overline{1, n}$, $r=1, 2, \ldots$; для $c=3$ аналогично, но с применением [5]; при этом $P_n=P_n^{(2)}$, $P_r=P_r^{(2)}$, где $P_n^{(2)}$, $P_r^{(2)}$ — множества многочленов, введенных в [5].

Следствие 2. В условиях теоремы 7: 1) $\|F(x)-S(x)\|\leqslant C_1+C_2+\|WV\ \ \|\omega(F;\ C_4)$, $C_4=3c_i\omega_{(n)}(x;\ 1/(n+1))$, $i=1, 2$, если $X=L[0, 1)$, $X_n=P_n^{(i)}$, $i=1, 2$; 2) $\|F(x)-S(x)\|\leqslant$ $\leqslant C_1+C_2$, если $X=X_n$; 3) $\|F(x)-S(x)\|\leqslant C_2+C_3$, если $Y=Y_n=P_n^{(i)}$, $i=1, 2$; 4) $\|F(x)-$ $-S(x)\|\leqslant C_2$, если $X=X_n$, $Y=Y_n=P_n^{(i)}$, $i=1, 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торохтий А. П. О конструктивном восстановлении непрерывных отображений банаховых пространств // Изв. вузов. Математика.— 1990.— № 1.— С. 86—89.
2. Шефер Х. Топологические векторные пространства.— М.: Мир, 1971.— 359 с.
3. Вахания Н. Н., Тариеладзе В. И., Чобанян С. А. Вероятностные распределения в банаховых пространствах.— М.: Наука, 1985.— 368 с.
4. Сендов Бл. Об одной теореме Х. Уитни // ДАН СССР.— 1986.— Т. 291.— № 6.— С. 1296—1300.
5. Крякин Ю. В. О константах Уитни // Матем. заметки.— 1989.— Т. 46.— № 2.— С. 155—157.

г. Ленинград

Поступила
03.07.1990