



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Трущенко, Применение метода Боголюбова–Тябликова к исследованию обменного спин-электронного взаимодействия при произвольных температурах. Изменение характеристик магнитной подсистемы, *ТМФ*, 1989, том 81, номер 2, 230–238

<https://www.mathnet.ru/tmf5367>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.173

28 апреля 2025 г., 11:38:22



©

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БОГОЛЮБОВА — ТЯБЛИКОВА К ИССЛЕДОВАНИЮ ОБМЕННОГО СПИН-ЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ. ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНИТНОЙ ПОДСИСТЕМЫ

Трущенко А. А.

Показано, что улучшенный метод приближенного вторичного квантования Боголюбова — Тябликова можно использовать в задаче о магнитной системе, слабо взаимодействующей с электронной подсистемой электронов проводимости или электронов примесных центров в ферро- и парамагнитных полупроводниках. Метод позволяет определить изменение энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме при произвольных температурах.

Боголюбов и Тябликов развили улучшенный метод приближенного вторичного квантования [1, 2], позволивший рассчитать энергии элементарных возбуждений и намагниченность изотропного кристаллического ферромагнитного диэлектрика при произвольных температурах. В [3] показано, что интерполяция Боголюбова — Тябликова также применима и к аморфным магнетикам при произвольных температурах. В реальных магнитоупорядоченных кристаллах следует учитывать наличие взаимодействия магнитной подсистемы с электронной, в основном это обменное спин-электронное  $s-d$  или  $s-f$ -взаимодействие носителей тока или электронов примесных центров (в последнем случае нужно учитывать также и спин-орбитальное взаимодействие) со спинами магнитных атомов. Цель этой статьи — показать, что при произвольных температурах в случае достаточно слабого взаимодействия энергии элементарных возбуждений можно также получить, используя интерполяцию Боголюбова — Тябликова.

Впервые исследование влияния спин-электронного взаимодействия на магнитную подсистему в ферромагнитных металлах проводилось в пионерских работах [4, 5]. Попытка несколько уточнить результаты Боголюбова — Тябликова без учета электронной подсистемы изложена в [6]. Спектр спиновых волн при низких температурах при учете  $s-d$ - или  $s-f$ -взаимодействия исследован в [7–10]. В них получен точный при  $T=0$  результат для спиновых функций Грина, не использующий малости энергии взаимодействия между электронами и спиновыми волнами. При произвольных температурах приближение спиновых волн использовать нельзя. В предыдущей работе автора [11] были рассчитаны изменения энергии электрона проводимости, обусловленные обменным спин-электронным взаимодействием, и электрона примесного центра, обусловленные

*s-d*- или *s-f*-взаимодействием и спин-орбитальным взаимодействием. Здесь будут рассчитаны изменения энергии элементарных возбуждений в магнетиках. Следует отметить, что наибольший интерес представляет область температур вблизи температуры Кюри и выше ее, когда результаты нельзя получить, используя приближение спиновых волн. При низких температурах, наоборот, использование интерполяции Боголюбова — Тябликова для исследования спектра возбуждений в магнитной подсистеме дает менее точные результаты, чем спин-волновое приближение. При низких температурах исследование магнитных частот в различных предельных случаях выполнено в [12–17]. Таким образом, в отличие от предыдущей статьи [14], в которой для сдвига энергии, перенормированной эффективной массы и магнитного момента электрона проводимости исследовались три предельных случая  $T=0$ ,  $T \leq T_c$  и  $T > T_c$ , здесь будем рассматривать случай не слишком низких температур. Определим изменения энергий элементарных возбуждений по сравнению с найденными Боголюбовым — Тябликовым [1, 2], рассматривая такой гамильтониан взаимодействия ферромагнитного полупроводника со спином  $s=1/2$  с небольшим количеством свободных электронов:

$$(1) \quad H_{\text{int}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \kappa} (A_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \kappa} a_{\mathbf{k}_1+}^+ a_{\mathbf{k}_2-} b_{\kappa}^+ + \text{э. с.}) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \sigma} \sigma A_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \sigma} a_{\mathbf{k}_1, \sigma}^+ a_{\mathbf{k}_2, \sigma} \left( \frac{1}{2} - n_{\kappa} \right), \\ n_{\kappa} = b_{\kappa}^+ b_{\kappa}, \quad E_{\mathbf{k}\sigma} = E_{\mathbf{k}} - \mu_0 \hbar \sigma, \quad E_{\mathbf{k}} \approx \hbar^2 k^2 / 2m.$$

Гамильтониан электронной подсистемы  $H_e = \sum_{\mathbf{k}\sigma} E_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma}^+ a_{\mathbf{k}\sigma}$ . Гамильто-

ниан магнитной подсистемы совпадает с введенным Боголюбовым — Тябликовым (см. [2]). Константа  $A_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \kappa}$  характеризует обменное *s-d*- или *s-f*-взаимодействие. В работе [18] предложена аппроксимация ее зависимости от волновых векторов  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  в виде некоторой квадратичной функции  $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2$ . В общем случае достаточно просто ограничиться заменой

$$(2) \quad A_{\mathbf{k}\mathbf{k}\kappa} \approx A_{\kappa}, \quad A = \sum_{\kappa} A_{\kappa}.$$

Операторы  $b_{\kappa}$  и  $b_{\kappa}^+$  подчиняются бозевским и фермиевским перестановочным соотношениям соответственно для разных и одного узлов решетки, которые нумеруются индексом  $\kappa$ ;  $a_{\mathbf{k}\sigma}^+$ ,  $a_{\mathbf{k}\sigma}$  — операторы рождения и уничтожения электронов проводимости с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и спиновым квантовым числом  $\sigma$  ( $\sigma = +1, -1$ ).

Вводя, как и в [2], одночастичную запаздывающую температурную функцию Грина  $g_{f_1, f_2} = \langle\langle b_{f_1}, b_{f_2}^+ \rangle\rangle$ , после обычных расщеплений для  $g_{\mathbf{q}}(E)$  получаем соотношение

$$(3) \quad g_{\mathbf{q}}(E) = i\sigma_{1/2} [2\pi(E - E_{\mathbf{q}})]^{-1}.$$

Здесь энергия элементарных возбуждений в магнитной подсистеме

$$(4) \quad E_{\mathbf{q}} = E_{\mathbf{q}}^{(0)} + A(n_- - n_+), \quad n_{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}\sigma},$$

и при учете спин-электронного взаимодействия относительная намагниченность  $\sigma_{1/2}$  определится соотношением

$$(5) \quad \frac{1}{\sigma_{1/2}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \operatorname{cth} \frac{E_{\mathbf{q}}}{2k_{\text{B}}T}.$$

Оно отличается от полученного в [2] заменой  $E_{\mathbf{q}}^{(0)}$  на  $E_{\mathbf{q}}$ . Как следует из (4), изменение спектра спиновых волн в ферромагнетике при учете обменного спин-электронного взаимодействия сводится к появлению члена, пропорционального относительной намагниченности  $n_- - n_+$ , который в отсутствие внешнего поля  $h$  не равен нулю из-за того, что при решении самосогласованным образом задачи о взаимодействии электронной и магнитной подсистем в случае слабой связи получается не только изменение энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме (имея в виду под этим, что энергия элементарных возбуждений по терминологии Боголюбова и Тябликова определяется для чисто магнитной подсистемы в [2]), но и изменение энергии электронов проводимости. При учете перенормировки его эффективной массы  $m_{\sigma}^*$ , магнитного момента  $\mu_0$  на величину  $\delta M_{\sigma}$  и сдвига энергии, соответствующего  $\mathbf{k}=0$ , на величину  $P_{0\sigma}$  в результате обменного спин-электронного  $s$ - $d$ - или  $s$ - $f$ -взаимодействия получим

$$(6) \quad E_{\mathbf{k}\sigma} = P_{0\sigma} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\sigma}^*} - (\mu_0 + \delta M_{\sigma}) h \sigma.$$

В [4, 5] показано, что при наличии внешнего магнитного поля в спектре магнитных возбуждений появляются в общем случае две ветви, причем одна из них не отделена щелью от основного состояния системы. Там же было найдено затухание спиновых волн при низких температурах. Как отмечено в [2], в приближении Боголюбова — Тябликова затухание элементарных возбуждений с энергией  $E_{\mathbf{q}}^{(0)}$  отсутствует, поэтому получается только одна ветвь элементарных возбуждений, если их волновой вектор равен нулю. Для нахождения второй ветви требуется более точное расщепление в улучшенном методе приближенного вторичного квантования Боголюбова — Тябликова в [2]. Полное определение всех величин, входящих в формулу (6), дано в работе автора [11]. Здесь ограничимся только случаем высоких температур, и в парамагнитной области энергия электрона проводимости при учете спин-электронного взаимодействия до второго порядка теории возмущений включительно получится равной

$$(7) \quad \begin{aligned} E_{\mathbf{q}\sigma} = & -\frac{3}{4} \frac{v m A^2 q_m}{\pi^2 \hbar^2} \left( 1 + \frac{\mu h \sigma}{3k_{\text{B}}T} \right) + \\ & + \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{v A^2 m^2}{\pi^2 \hbar^4 q_m} \left( 1 - \frac{\mu h \sigma}{3k_{\text{B}}T} \right) \right] - \\ & - \left[ \mu_0 - \frac{\mu A}{4k_{\text{B}}T} - \mu_1 \Theta(-\sigma A) \right] h \sigma + \\ & + \frac{v m A^2}{2\pi \hbar^3} \left[ \sqrt{m h \left( \mu_0 - \frac{\mu}{2} \right)} \delta_{\sigma+} + \frac{4}{\pi} \frac{m h \left( \mu_0 - \frac{\mu}{2} \right)}{\hbar q_m} \delta_{\sigma-} \right] \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:  $\delta_{\sigma\pm}$  — символ Кронекера,  $\theta(-\sigma A)$  — ступенчатая функция,  $q_m$  — максимальное значение волнового вектора электрона проводимости,  $v$  и  $m$  — объем элементарной ячейки и масса электрона проводимости без учета спин-электронного взаимодействия,  $k_B$  — постоянная Больцмана, поправка  $\mu_1$ , которую следует учитывать при  $\sigma A < 0$ , определяется выражением

$$\mu_1 = \frac{vm^2A^2}{2\pi\hbar^4} \left( \mu_0 - \frac{\mu}{2} \right) \sqrt{\frac{\hbar^2 k_B T}{m\mu\hbar|A|}}.$$

Подставляя (7) в (4), получим, что энергия элементарных возбуждений в магнитной подсистеме определяется при учете спин-электронного взаимодействия уже не выражением  $E_q^{(0)}$ , а более сложным:

$$(8) \quad E_q = \frac{1}{2} \sigma_{1/2} (U_0 - J(\mathbf{q})) - 2\mu_0 \hbar A / k_B T + \mu \hbar (1 + \delta_1 + \delta_2).$$

Поправка, пропорциональная магнитному полю  $\hbar$ , представлена в виде двух членов, первый из которых пропорционален энергии обменного взаимодействия в первой степени, второй содержит более высокие степени  $A$ . Приведем для краткости только порядковые оценки для выражений  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , используя обозначение  $\Delta E \sim 5\hbar^2 / mv^{3s}$  для ширины зоны проводимости

$$\delta_1 \sim \left( \frac{A}{k_B T} \right)^2 - \frac{A^3}{\Delta E (k_B T)^2}, \quad \delta_2 \sim \frac{A^3}{k_B T (\Delta E)^2}.$$

Поправки  $\delta_1$  и  $\delta_2$  соответственно обусловлены зависимостью энергии электрона проводимости от внешнего магнитного поля и различиями перенормированных эффективных масс электронов проводимости с разными спиновыми квантовыми числами. Поскольку рассматривается случай достаточно широких зон, когда  $\Delta E \gg |A|$ , то второй член в  $\delta_1$  будет значительно меньше первого. Поскольку выражения для изменения энергии электронов проводимости, обусловленные обменным спин-электронным взаимодействием, рассчитанные в [11], определены с точностью до второго приближения теории возмущений по константам обменного взаимодействия включительно, то и соответствующие расщепления при вычислениях поляризационного оператора для магнитной подсистемы тоже проводим с точностью до второго приближения по энергии обменного взаимодействия включительно. Энергию спин-электронного взаимодействия в выражениях для  $E_{q\sigma}$  и  $E_q$  положили равной постоянной величине, что эквивалентно предположению о локальном характере обменного  $s$ - $d$ - или  $s$ - $f$ -взаимодействия носителя тока со спинами магнитных атомов ферромагнетика. При выводе выражений (6), (8) учтено, что справедливы неравенства

$$(9) \quad \Delta E \gg k_B T_c \gg |A|, \quad \hbar \omega_{\max} \sim k_B T_c,$$

т. е. что эффективная масса электрона значительно меньше эффективной массы магнона (если используется спин-волновое приближение),  $\hbar \omega_{\max}$  — максимальная энергия спиновых волн,  $T_c$  — температура Кюри. Пользуясь соответствующими результатами [2], можно найти относительную намагниченность ферромагнетика в парамагнитной области температур после замены в формулах в [2] величины  $\mu\hbar$  на величину

$\mu h(1+\delta_1+\delta_2) - 2 \frac{A}{k_B T} \mu_0 h$ . Следует отметить, что для носителей тока учет требований закона сохранения момента количества движения при взаимодействии электронов со спиновыми волнами приводит к значительно меньшим эффектам влияния спин-электронного взаимодействия на магнитную подсистему, чем для задачи взаимодействия примесных электронов со спинами магнитных атомов, где соответствующие поправки, как будет показано ниже, имеют значительно больший порядок величины именно из-за отсутствия такого закона сохранения.

В области вблизи температуры Кюри, но несколько ниже ее, можно найти выражение для энергии электрона, измененной вследствие спин-электронного взаимодействия,

$$(10) \quad E_{q\sigma} = \frac{\sigma A}{2} \gamma \sqrt{1 - \frac{T}{T_c} - \frac{3}{4} \frac{v m A^2 q_m}{\pi^2 \hbar^2}} + \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{v m^2 A^2}{\pi^2 \hbar^4 q_m} \left( 1 - \frac{2}{3} \sigma \gamma \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}} \right) \right].$$

Здесь введено обозначение  $\gamma = \sqrt{12 k_B T_c} U_0$ ,  $U_0$  имеет смысл максимальной энергии спиновых волн. В отличие от парамагнитной области температур, когда энергия элементарных возбуждений в магнитной подсистеме изменялась только при наличии внешнего магнитного поля, ниже точки Кюри даже при отсутствии внешнего поля будет возникать такое изменение вследствие подмагничивающего эффекта, обусловленного электронами проводимости:

$$(11) \quad E_q = E_q^{(0)} - 2 \mu_0 h \frac{A}{k_B T} + \gamma \sqrt{1 - \frac{T}{T_c} - \frac{A^2}{k_B T} \left( 1 + 4 \frac{(\mu_0 - \mu/2) \hbar v A m^2}{\pi^2 \hbar^4} \right)}.$$

Сравнивая выражения (11) и (8) и соответствующие энергии (10) и (7), получаем, что по порядку величины отношения энергии  $s$ - $d$ -обмена к тепловой энергии соответствующие изменения энергий элементарных возбуждений в электронной и в магнитной подсистемах будут большими в критической области, чем в парамагнитной, но в критической области они будут входить с малым множителем, пропорциональным характерному отношению  $\sqrt{1 - T/T_c}$ .

Выводя аналогично тому, как это проделано в [2] для парамагнитной области, относительную намагниченность ферромагнетика в критической области из решения уравнения (5) с учетом (11), найдем при отсутствии внешнего поля

$$\sigma_h = \gamma \sqrt{1 - \frac{T}{T_c} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{A}{k_B T} \right)^2 \right)}.$$

В области достаточно низких температур отношение  $A/k_B T$  уже нельзя считать малым (как это можно было делать в парамагнитной и критиче-

ской областях, это соответствовало тем критериям, с помощью которых и были получены формулы (7) и (10)), и в спин-волновой области температур использование интерполяции Боголюбова — Тябликова не позволяет получать достаточно точного описания соответствующих зависимостей энергий элементарных возбуждений в магнитной подсистеме точно так же, как и в электронной подсистеме (см. подробнее [11]), и нужно переходить к более точному в этом интервале температур спин-волновому приближению. В [11] показано, что при  $T=0$  интерполяция Боголюбова — Тябликова позволяет получать правильные выражения для сдвига энергии, перенормировки эффективной массы и магнитного момента носителя тока, а также электрона примесного центра, но при  $T>0$  в спин-волновой области температур соответствующие температурные зависимости этих величин оказываются неверными.

Применительно к нахождению энергий элементарных возбуждений в магнитной подсистеме следует ограничиваться областью температур вблизи точки Кюри как выше, так и ниже ее.

Сравнивая результаты (11), и (8), получаем, что в критической области влияние обменного  $s$ - $d$ - или  $s$ - $f$ -взаимодействия на энергию элементарных возбуждений в спиновой подсистеме имеет существенно иной характер, чем в парамагнитной области, а именно  $E_q^{(0)}$  при отсутствии  $\hbar$  имеет чисто акустический характер, т. е.  $E^{(0)}=0$  при  $q=0$ . Учет спин-электронного взаимодействия приводит к возникновению «щели» в спектре элементарных возбуждений, но не имеющей постоянной величины (как если бы она была обусловлена полем анизотропии, т. е. релятивистскими взаимодействиями), а зависящей от температуры и исчезающей в точке Кюри.

В рамках приближения Боголюбова — Тябликова не удастся получить достаточно интересный результат, дополняющий (4) при низких температурах. А именно в случае достаточно слабой связи [19] (см. также [20]) в спин-волновом приближении (но при не слишком низких температурах) удастся найти изменение закона дисперсии магнонов от волнового вектора, определяемое членами, обратно пропорциональными целым степеням волнового вектора (при его конечном значении). В спин-волновом приближении соответствующие результаты получены в [21–23] для магнетиков с разными магнитными структурами, и эти дополнительные члены в законе дисперсии магнонов обуславливают появление добавочных вкладов в магнонную теплоемкость системы с необычными температурными зависимостями. В рассмотренном здесь приближении получить такие изменения в законе дисперсии не удастся при низких температурах. Это связано с тем, что зависимость энергии элементарных возбуждений от  $q$  определяется только прямым взаимодействием между спинами магнитных атомов.

Значительно большие по величине эффекты изменения энергии элементарных возбуждений оказываются возможными при учете взаимодействия примесных электронов в магнетиках со спинами магнитных атомов. Эта большая величина эффекта связана с тем, что закон сохранения квазиимпульса должен выполняться для элементарных процессов взаимодействия носителей с магнонами, но не для центров. Гамильтониан взаимо-

действия вместо (1) будет описываться формулой

$$(12) \quad H_{\text{int}} = \sum_{p_1 p_2 \kappa} (A_{p_1 p_2 \kappa} a_{p_1}^+ a_{p_2} b_{\kappa}^+ + \text{э. с.}) + \\ + \sum_{p_1 p_2 \kappa \sigma} (A'_{p_1 p_2 \kappa \sigma} a_{p_1 \sigma}^+ a_{p_2 \sigma} b_{\kappa}^+ + \text{э. с.}) + \sum_{p_1 p_2 \kappa \sigma} \sigma B_{p_1 p_2 \kappa \sigma} a_{p_1 \sigma}^+ a_{p_2 \sigma} (\frac{1}{2} - n_{\kappa}), \\ B_{p_1 p_2 \kappa \sigma} = A_{p_1 p_2 \kappa \sigma} + \sigma A''_{p_1 p_2 \kappa \sigma}, \\ A'_{p_1 p_2 \kappa \sigma} = \begin{cases} A_{p_1 p_2 \kappa \sigma}, & T < T_c, \\ A_{p_1 p_2 \kappa}, & T \geq T_c. \end{cases}$$

Константы  $A_{p_1 p_2 \kappa \sigma}$ ,  $A_{p_1 p_2 \kappa}$  и  $A'_{p_1 p_2 \kappa \sigma}$ ,  $A''_{p_1 p_2 \kappa \sigma}$  характеризуют соответственно спин-электронное и спин-орбитальное взаимодействия. Для краткости не будем описывать все введенные здесь обозначения, они совпадают с [11]. Энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме будут равны

$$E_q = E_q^{(0)} - \sum_{p\sigma} \sigma B_{p\sigma} n_{p\sigma}, \quad B_{p\sigma} = \sum_{\kappa} B_{p\kappa\sigma} \equiv B_{pp\kappa\sigma},$$

здесь  $n_{p\sigma}$  — числа заполнения электронами примесных центров  $p\sigma$ . При конкретных расчетах нужно учесть, что существенно различные результаты получаются для случаев неблизких и близких электронных уровней. Общим во всех случаях будет намного большая величина добавки к энергетическому спектру в магнитной подсистеме за счет больших величин сдвигов для центров, чем для носителей. В парамагнитной области температур получим

$$(13) \quad E_q = E_q^{(0)} + \sum_p [A_p (n_{p-} - n_{p+}) - A_p'' (n_{p+} + n_{p-})], \\ E_q = \frac{1}{2} \sigma_{1/2} (U_0 - J(\mathbf{q})) + \Delta + \mu h (1 + \beta_1 + \beta_2) - 2\mu_0 h \sum_p n_p^{(0)} \frac{A_p}{k_B T}, \\ \beta_1 \sim \frac{1}{2} \sum_p n_p^{(0)} \left( \frac{A_p}{k_B T} \right)^2, \\ \Delta = \frac{1}{k_B T} \sum_p n_p^{(0)} A_p'' \sum_{\kappa} \left[ \frac{|A_{pp\kappa}|^2}{A_{pp\kappa}} + \sum_{p_2 \neq p} \frac{|A'_{pp_2\kappa}|^2}{E_p - E_{p_2}} \right], \\ \beta_2 \sim \frac{\mu_0 - 1/2\mu}{\mu} \sum_{p\kappa\sigma} n_p^{(0)} \frac{A_p}{k_B T} \frac{|A_{pp\kappa}|^2}{(A_{pp\kappa} - \sigma A''_{pp\kappa})^2}.$$

Сравним полученные выражения для  $\beta_1$  и  $\beta_2$  с соответствующими поправками в формуле (8) для носителей тока. Отметим характерный дополнительный член  $\Delta$ , появившийся в выражении  $E_q$  и обусловленный спин-орбитальным взаимодействием, прежде всего взаимодействием орбитального момента примесного электрона со спинами магнитных атомов. Как отмечено в [17] (см. ссылки в [17] на более ранние работы Кривоглаза и автора, также посвященные исследованию влияния спин-орбитального взаимодействия на характеристики электронов примесных центров), эф-



эффективное поле, связанное со спин-орбитальным взаимодействием, приводит к своеобразному эффекту Зеемана для электронов примесных центров, их энергия будет описываться формулой  $E_{p\sigma} = E_p + mB_{p\sigma} + \sigma A_{p\sigma} - \mu_0 h \sigma$ , здесь  $m$  — магнитное квантовое число,  $\mu_0$  — магнитный момент (неперенормированный) примесного электрона,  $E_p$  — энергия примесного электрона без учета спин-электронного и спин-орбитального взаимодействий. В квадратной скобке выражения для  $\Delta$  в (13) главным будет первый член, если рассматривается случай неблизких электронных уровней, когда  $|E_p - E_{p_2}| \gg |A_{ppk}|$  при  $p_2 \neq p$ . Сравнивая  $\beta_1$  и  $\beta_2$  в (13), можно легко получить, что  $\beta_2 \gg \beta_1$  вследствие того, что отношение  $(A_{ppk})^2 / (A_{ppk} - \sigma A_{ppk}')^2$  будет порядка единицы, и малый множитель  $A_p / k_B T$  входит в  $\beta_2$  в более низкой (первой) степени, чем в  $\beta_1$ . Следовательно, по порядку величины добавочное слагаемое в члене с  $\mu h (1 + \beta_2)$  для задачи взаимодействующих примесных электронов и спинов магнитных атомов будет намного больше, чем для носителей, ибо там члены с  $\delta_1$  и  $\delta_2$  будут содержать отношения  $A / k_B T$  в более высоких степенях. В (13)  $n_p^0$  — числа заполнения электронами примесных центров  $E_p$ . Докажем теперь, что не только в парамагнитной, но и в критической области температур, ниже точки Кюри соответствующие изменения в энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме, обусловленные спин-электронным и спин-орбитальным взаимодействиями, будут большими по порядку величины, чем обусловленные взаимодействием спинами магнитных атомов с электронами проводимости.

В критической области получим с точностью до второго порядка теории возмущений включительно

$$E_q = E_q^{(0)} + \Delta_1 + \Delta_2 - \mu_0 h \sum_p n_p^{(0)} (B_{p+} + B_{p-}) \frac{1}{k_B T},$$

$$\Delta_1 = \frac{\gamma}{k_B T} \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}} \sum_p n_p^{(0)} \sum_x \left( B_{p-} \frac{|A'_{px-}|^2}{B_{px-}} + B_{p+} \frac{|A'_{px+}|^2}{B_{px+}} \right),$$

$$\Delta_2 = \frac{\gamma}{2k_B T} \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}} \sum_{p\sigma} n_p^{(0)} B_{p\sigma} \left( B_{p\sigma} - \sum_x \frac{|A_{p\sigma x}|^2}{A_{p\sigma x} - \sigma} \right).$$

Поправки  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  зависят соответственно от энергий обменного спин-электронного и спин-орбитального взаимодействий, причем, поскольку последнее обычно намного меньше, чем  $s-d$ -взаимодействие, то и выражение  $\Delta_2$  оказывается намного больше, чем  $\Delta_1$ . Если спин-орбитальным взаимодействием для простоты вообще пренебречь, то член  $A'_{px\sigma}$  попросту обратится в нуль, а константа  $B_{p\sigma}$ , как видно из формулы (12), просто совпадет с соответствующей энергией обменного спин-электронного взаимодействия. Совершенно аналогично рассмотренному выше для парамагнитной области можно доказать, что поправки к энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме за счет взаимодействия электронов примесных центров со спинами магнитных атомов будут значительно большими, чем обусловленные взаимодействием с носителями и в критической области температур.

Приведенные формулы для центров записаны для случая неблизких энергетических уровней, когда справедливы неравенства  $|E_p - E_{p_2}| \gg$

$\gg |A_{p_2 p_1}|, |B_{p_2 p_1}|$  ( $p_2 \neq p_1$ ). В общем случае, когда разность энергий энергетических уровней для примесного электрона будет сравнимой с энергиями обменного спин-электронного и спин-орбитального взаимодействий, формулы, описывающие поправки к энергии элементарных возбуждений в магнитной подсистеме за счет примесных электронов, можно получить, пользуясь более общими результатами работы [11].

Общим допущением, справедливым для использованных в [11] и в этой работе расщеплений, является применимость теории возмущений к описанию эффектов взаимодействия между электронной и магнитной подсистемами, ограничение вторым приближением по константам взаимодействия включительно и предположение, что величина  $\langle n_k \rangle$  не зависит от номера узла  $k$ . Ясно, что если упомянутое взаимодействие велико, эти допущения перестают выполняться.

### Литература

- [1] Боголюбов Н. Н., Тябликов С. В. // ДАН СССР. 1959. Т. 126. № 1. С. 53–55.
- [2] Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1975.
- [3] Хендрик К., Кобе С. Аморфные ферро- и ферримангнетики. М.: Мир, 1982.
- [4] Вонсовский С. В., Изюмов Ю. А. // ФММ. 1960. Т. 10. № 3. С. 321–328.
- [5] Вонсовский С. В., Изюмов Ю. А. // УФН. 1962. Т. 78. № 1. С. 3–53.
- [6] Fraitova D., Pust L. // Acta phys. slov. 1985. V. 35. № 4. P. 303–305.
- [7] Mauger A., Mills D. L. // J. Appl. Phys. 1984. V. 55. № 6. P. 2315–2316.
- [8] Auslender M. I., Katsnelson M. I., Irkhin V. Yu. // Physica. 1983. V. 119B. № 2. P. 309–320.
- [9] Auslender M. I., Irkhin V. Yu. // Z. Phys. B. 1984. V. 56. № 4. P. 301–306.
- [10] Ирхин В. Ю., Кацнельсон М. И. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 2. С. 522–531.
- [11] Трущенко А. А. // ТМФ. 1989. Т. 81. № 1. С. 107–119.
- [12] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. А. 1987. № 12. С. 61–64.
- [13] Трущенко А. А. // УФЖ. 1983. Т. 28. № 9. С. 1388–1393.
- [14] Трущенко А. А. // УФЖ. 1984. Т. 29. № 9. С. 1354–1362.
- [15] Korenblit I. Ja., Lazarenko Ju. P. // Phys. Stat. Sol. 1975. V. 71B. № 1. P. K107–K110.
- [16] Трущенко А. А. // УФЖ. 1985. Т. 30. № 5. С. 764–768; № 11. С. 1689–1698.
- [17] Трущенко А. А. // УФЖ. 1986. Т. 31. № 5. С. 730–735.
- [18] Eranen S., Sinkkonen J. // Phys. Stat. Sol. 1983. V. 115B. № 2. P. 519–527.
- [19] Беллева А. И., Еременко В. В. // УФН. 1969. Т. 98. № 1. С. 27–80.
- [20] Cracknell A. P., Tooke A. O. // Contemp. Phys. 1979. V. 20. № 1. P. 55–82.
- [21] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. А. 1988. № 6. С. 57–60.
- [22] Трущенко А. А. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 4. С. 558–564; № 5. С. 780–788.
- [23] Трущенко А. А. К теории автолокализованных состояний электронов в неполностью упорядоченных кристаллах: Препринт № 14.88. Киев: ИМФ, 1988.

Киевский политехнический институт

Поступила в редакцию  
4.II.1988 г.

### APPLICATION OF THE BOGOLIUBOV—TYABLIKOV METHOD TO THE INVESTIGATION OF THE EXCHANGE SPIN-ELECTRON INTERACTION AT ARBITRARY TEMPERATURES

#### CHANGE OF CHARACTERISTICS OF THE MAGNETIC SUBSYSTEM

Trushchenko A. A.

It is demonstrated that the improved Bogoliubov – Tyablikov method of approximate second quantization can be applied to the problem of a magnetic system interacting weakly with the electron subsystem of conductivity electrons or electrons of admixture centres in ferro- and paramagnetic semiconductors. The method makes it possible to find the changes of energy of elementary excitations in the magnetic subsystem at arbitrary temperatures.