Р. Л. Добрушин, Письмо в редакцию, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1966, том 11, выпуск 3, 548–549

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
Том XI И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ Выпуск 3
1966

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

1. Профессора Гроссман (A. Grossmann), Жинибр (I. Ginibre) и Руэлл (D. Ruelle) любезно сообщили мне об ошибке, обнаруженной ими в доказательстве леммы 4 моей работы «Существование фазового перехода в двумерной и трехмерной моделях Изинга» (Теория вероят. и ее примен., X, 2 (1965), 209—230). А именно, неверно утверждение первого абзаца доказательства этой леммы. Они указали на то, что тривиальное видоизменение этого доказательства позволяет получить утверждение леммы 4 лишь с исключением в неравенстве (7.4) множителя $1+\exp\{-\nu/T\}$, что приводит к необходимости исключить тот же множитель в функции $Q(T)$, задающей оценку для плотности в области фазового перехода, т. е. результат оказывается несколько более слабым.

Укажу на те небольшие дополнения, которые надо внести в рассуждения моей статьи, чтобы доказать сформулированный в ней результат без изменения функции $Q(T)$. Назову два цикла смежными, если они содержат общую $(\nu-2)$-мерную грань. Все циклы распадаются на классы циклов такие, что циклы разных классов не смежны, а два цикла одного класса можно соединить цепочкой из смежных циклов. Такие классы циклов назовем обобщенными циклами (короче, о-циклами). Определения начала и площади $\widetilde{\Gamma}_i(b)$ о-цикла аналогичны соответствующим определениям для цикла. Многогранником, соответствующим о-циклу, назовем сумму многогранников, соответствующих циклам, суммой которых является этот о-цикл. Назовем многогранник, соответствующий о-циклу, многогранником нечетного (соответственно четного) ранга, если все кубики, прилегающие снаружи к его поверхности, не принадлежат (соответственно принадлежат) $G(b)$. Геометрически очевидно, что каждый такой многогранник имеет четный или нечетный ранг. Определение многогранника, непосредственно вложенного в другой многогранник, дается аналогично тому, как это было сделано для циклов.

Леммы 3, 4, 5, 6, 7 оказываются верными, если заменить в их формулировке циклы на о-циклы, причем в дополнительных комментариях нуждаются лишь доказательства лемм 3 и 4. К доказательству леммы 3 надо добавить замечание о том, что можно ввести понятие пар о-соседних $(\nu-1)$-мерных граней о-цикла так, чтобы любая $(\nu-1)$-мерная грань цикла имела $2(\nu-1)$ о-соседних с ней граней, прилегающих к ней по каждой из ее $(\nu-2)$-мерных подграней, и чтобы для любых двух $(\nu-1)$-мерных граней о-цикла была цепочка из попарно о-соседних граней, их связывающая. Это замечание легко доказывается индукцией по числу циклов, составляющих в сумме о-цикл. В доказательстве леммы 4 слова в первом его абзаце: «а также точки, не принадлежащие расположению b и лежащие внутри многогранника $H(b,\pi)$» надо заменить на следующее. Расположению $\hat{b}$ принадлежат также точки, входящие в многогранники $H(b,\pi)$, соответствующие о-циклам и непосредственно вложенные в $H(b,\widetilde{\pi}_1)$, в том и только том случае, если они принадлежат (соответственно не принадлежат) b и многогранник $H(b,\pi)$ имеет ту же (соответственно иную) четность, как и $H(b,\widetilde{\pi}_1)$. Точки, входящие в $H(b,\widetilde{\pi}_1)$ и не входящие в непосредственно вложенные в него многогранники $H(b,\pi)$, принадлежат (соответственно не принадлежат) $\hat{b}$, если многогранник $H(b,\widetilde{\pi}_1)$ имеет четный (соответственно нечетный) ранг.

Рассуждая так же, как и при выводе леммы 1, получим существование чисел $\widetilde{M}$, $\widetilde{D}$, $\widetilde{\delta}$ таких, что

$$\sum_{i=1}^{\widetilde{M}} \widetilde{\Gamma}_i(b) \leqslant D l^{\nu-1}, \quad \sum_{i=\widetilde{M}+1}^{V_l} (\widetilde{\Gamma}_i(b))^{\nu/(\nu-1)} \leqslant \frac{(1-\widetilde{\delta})}{S_\nu} \min(N, V_l - N) \tag{$*$}$$

с вероятностью, стремящейся к 1 при $l \to \infty$. Используя то, что $\widetilde{\Gamma}_i(b)$ являются суммами слагаемых $\Gamma_i(b)$ и что $(a+c)^{\nu/(\nu-1)} \geqslant a^{\nu/(\nu-1)} + c^{\nu/(\nu-1)}$ при $a \geqslant 0$, $c \geqslant 0$, получаем из $(*)$, что расположение b будет (M, D, δ)-особым при $\delta = \widetilde{\delta}/2$ и достаточно больших M и D.

2. Профессор Шерман (S. Sherman) сообщил мне о том, что неравенство (8.8) неверно. Очевидно, что оно становится верным, если множитель $^4/_3$ заменить на 2ν. В соответствии с этим в формулировках лемм 7 и 8 надо заменить $\exp\left\{\frac{l^{\nu-1}}{T}\right\}$ на $\exp\left\{\frac{2\nu l^{\nu-1}}{T}\right\}$.. Доказательство лемм претерпевает в связи с этим лишь тривиальные изменения.

Я очень благодарен профессорам Гроссману, Жинибру, Руэллу и Шерману за внимание к моей статье.

Р. Л. Добрушин

Исправление к работе И. Н. Санова «Способ получения асимптотики вероятности больших уклонений нелинейных статистик от мультиномиального распределения и его применения», том X, вып. 4, стр. 761—763.

На стр. 761 вместо слов «удовлетворяющая некоторым условиям гладкости» следует читать: «удовлетворяющая условию $A_{u,v}$, которое состоит в том, что $F(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n)$, рассматриваемая как функция от переменных $\nu_1, \ldots, \nu_{n-1}$ $(\nu_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \nu_i)$ в окрестности точки $p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}$ непрерывно дифференцируема до порядка v, $v \geqslant 3$, и при этом тейлоровское разложение в этой точке для $F(\nu_1, \ldots, \nu_n) - F(p_1, \ldots, p_n)$ имеет первый отличный от 0 член разложения степени u, $1 \leqslant u < v$. При этом предполагается, что этот первый однородный член разложения степени u не является всюду неположительным».

В формуле на стр. 762, строка 4 сверху вместо $\sqrt{2\pi N}$ должно быть $(\sqrt{2\pi N})^{n-1}$ и вместо q_i должно быть p_i. На стр. 762, строка 5 сверху вместо Nc^2 должно быть $Nc^{2/u}$; в строке 16 снизу вместо Nc должно быть Nc^2. Формулу (3) следует писать так:

$$\mathbf{P}(\chi^2 \geqslant Nc^2) = k \cdot \frac{[2\sqrt{p_1(1-p_1)}]^{(n-2)/2}}{\sqrt{2\pi N}\, c^{n/2}} e^{-N\omega} \left[1 + O\left(c + \frac{1}{\sqrt{Nc^3}}\right)\right].$$

В формуле (4) надо заменить θ на θ^{-1}. В формулах (7) и (8) остаточные члены следует писать так: $O\,(c + 1/Nc^2)$.

И. Н. Санов