Л. Р. Сургуладзе, Ф. В. Ткачев, Коэффициентные функции глюонного и кваркового конденсатов в правилах сумм КХД для легких векторных мезонов в двухпетлевом приближении,
*ТМФ*, 1988, том 75, номер 2, 245–254

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 75, № 2
май, 1988

# КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ФУНКЦИИ ГЛЮОННОГО И КВАРКОВОГО КОНДЕНСАТОВ В ПРАВИЛАХ СУММ КХД ДЛЯ ЛЕГКИХ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ В ДВУХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

**Сургуладзе Л. Р., Ткачев Ф. В.**

Проведены расчеты и анализ поправок порядка $\alpha_s^2$ к коэффициентным функциям конденсатов $\langle G^2\rangle_0$ и $\langle m\bar{q}q\rangle_0$ в операторном разложении вакуумного коррелятора двух диагональных по аромату векторных токов кварков в $\overline{MS}$-схеме. Найдено, что для кварковых конденсатов ренорминвариантный критерий применимости теории возмущений к вычислению коэффициентных функций не выполняется, в частности при анализе φ-мезона.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сочетание идеи локальной дуальности в дисперсионных правилах сумм [1] и техники операторного разложения [2] дало метод правил сумм КХД [3], который в настоящее время широко используется для получения количественной информации о характеристиках адронов — массах, лептонных ширинах, формфакторах и т. п. [4]. Однако характер обоснования метода [3], в частности наличие элементов искусства при обработке числового материала, не позволяет однозначно решить, в какой степени успехи в его применениях (в том числе декларируемая 30%-ная точность его предсказаний [4]) обусловлены объективно. Понятно, что пробелы в обосновании метода, претендующего на решение — хотя бы и полуфеноменологическое — столь важной задачи как расчет свойств адронов в рамках лагранжевой квантовой теории поля, не могут не вызывать критики (см., например, [5]). Тем острее необходимость в точной информации, позволяющей судить о справедливости предположений, положенных в основу метода. Одно из них заключается в том, что всегда возможно оценить коэффициентные функции (КФ) в операторном разложении (ОР) по низшим членам ряда теории возмущений (ТВ), и сформулировано явно в [6]. В настоящей работе, используя достижения последнего времени в развитии вычислительных методов квантовой теории поля [7—9], мы продемонстрируем с помощью прямых расчетов, что это предположение неверно.

Результаты наших вычислений в численном виде были приведены для случая ρ-мезона в [10], а случай φ-мезона обсуждается в [11]. Независимая проверка наших расчетов была выполнена в [12].

## 2. ОБОЗНАЧЕНИЯ И НОРМИРОВКИ

**1.** На протяжении всей работы мы используем размерную регуляризацию и схему $\overline{MS}$ (см., например, [13]) для устранения ультрафиолетовых расходимостей; $D$ обозначает комплексный параметр размерности и $\varepsilon \equiv {}^1/_2(4-D)$.

**2.** Лагранжиан КХД возьмем в виде

$$
\begin{aligned}
(2.1)\qquad & L(x) = -{}^1/_4 (G_{\mu\nu}{}^a)^2 - {}^1/_2 (\partial A^a)^2 + \bar{q}(i\hat{\partial} - m) q + g\bar{q} T^a \hat{A}^a q + \\
& + \partial_\mu \bar{c}^a [\partial_\mu \delta^{ac} + g f^{abc} A_\mu{}^b] c^c, \\
& G_{\mu\nu}{}^a = \partial_\mu A_\nu{}^a - \partial_\nu A_\mu{}^a + g f^{abc} A_\mu{}^b A_\nu{}^c,
\end{aligned}
$$

где $c^a$ — поля духов Попова — Фаддеева, $A^a$ и $q$ — глюонные и кварковые поля, $m$ — массы кварков. Индекс $f$ нумерует кварковые ароматы, причем $N_f$ — число ароматов. Для генераторов $T^a$ и структурных констант $f^{abc}$ имеем

$$
\begin{aligned}
(2.2)\qquad & [T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad f^{acd} f^{bcd} = C_A \delta^{ab}, \\
& \mathrm{Tr}\, T^a T^b = T \delta^{ab}, \quad T^a T^a = C_F \cdot \mathbf{1}, \\
& \mathrm{Tr}\, \mathbf{1} = N_F, \quad \sum_a \delta^{aa} = N_A,
\end{aligned}
$$

причем для группы $SU(3)$

$$
(2.3)\qquad C_A = 3, \quad C_F = {}^4/_3, \quad N_A = 8, \quad T = {}^1/_2, \quad N_F = 3.
$$

**3.** Рассмотрим объекты вида

$$
(2.4)\qquad \Pi_{AB}(Q) = i \int dx\, e^{iqx} T J_A(x) J_B(0),
$$

где $J$ — некоторые токи, $q^2 \equiv -Q^2$. Хотя для приложений типа [3] нужно в конечном счете усреднить (2.4) по вакууму, нам удобно этого пока не делать.

При $q^2 \equiv -Q^2 \to -\infty$ имеем ОР Вильсона [2]

$$
(2.5)\qquad \Pi_{AB}(Q) \cong \sum_i C_i(Q) O_i(0),
$$

где $C_i(Q)$ — $c$-числовые КФ, содержащие в себе всю зависимость от $Q$, $A$, $B$, а $O(0)$ — локальные операторы в точке 0. В дальнейшем мы ограничимся лишь рассмотрением операторов низшей размерности 4.

Если токи $J$ в (2.4) калибровочно-инвариантны, то после усреднения по вакууму (или другому калибровочно-инвариантному состоянию) ненулевой вклад в правую часть (2.5) дадут лишь калибровочно-инвариантные операторы. Однако до усреднения из-за перемешивания операторов при перенормировке в правой части (2.5) присутствуют и другие операторы, которые необходимо учитывать в расчетах.

Рассмотрим следующий набор операторов:

$$
\begin{aligned}
(2.6)\qquad & O_1 = G^2, \quad O_{2,f} = m_f \bar{q}_f q_f, \\
& O_{3,f} = \bar{q}_f (i\hat{\partial} - m_f + gT\hat{A}) q_f, \\
& O_4 = (\partial_\mu \bar{c})(\partial_\mu c) + (\nabla_\mu A_\nu{}^a) G_{\mu\nu}{}^a - g \sum_f \bar{q}_f T \hat{A} q_f, \\
& O_5 = (\partial_\mu \bar{c})(\nabla_\mu c),
\end{aligned}
$$

где

$$\nabla_\mu{}^{ab}=\partial_\mu\delta^{ab}+gf^{abc}A_\mu{}^c.$$

Как показано в [14], набор операторов (2.6) замкнут относительно перенормировок (вместе с «операторами» вида $m^4$).

Мы будем вычислять КФ для калибровочно-инвариантных операторов $O_1$ и $O_{2,f}$. При этом будет легко видно, что «операторы» типа $m^4$ можно всюду игнорировать.

4. Операторы (2.6) перенормируются матрицей $Z_{ij}$, структура которой исследована в [14]:

$$O_i=Z_{ij}O_j{}^B, \tag{2.7}$$

где индекс $B$ помечает те же операторы (2.6), но составленные из «голых» полей, масс и констант связи. В схеме $\overline{MS}$ имеем [14]

$$Z_{ij}=\left\|\begin{array}{c|ccc|c} A & B & \dots & B & \dots \\ \hline 0 & 1 & \dots & 0 & \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \\ \hline 0 & & & & \\ \vdots & & 0_{N_f\times N_f} & & \\ 0 & & & & \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \end{array}\right\| \tag{2.8}$$

(неуказанные элементы матрицы нам не понадобятся). В (2.8) имеем

$$A=(1-\beta(\alpha_s)/\varepsilon)^{-1}, \tag{2.9}$$
$$B=(-4\gamma_m(\alpha_s)/\varepsilon)\,(1-\beta(\alpha_s)/\varepsilon)^{-1}.$$

Выражения для функций $\beta(\alpha_s)$ и $\gamma_m(\alpha_s)$ в (2.9) можно найти, например, в [13]:

$$\beta(\alpha_s)=\frac{\alpha_s}{4\pi}\left(\frac{4}{3}TN_f-\frac{11}{3}C_A\right)+\left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2\left(-\frac{34}{3}C_A{}^2+\frac{20}{3}C_ATN_f+\right. \tag{2.10}$$
$$\left.+4C_FTN_f\right)+\dots,$$
$$\gamma_m(\alpha_s)=\frac{\alpha_s}{4\pi}(-3C_F)+\left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2C_F\left(-\frac{97}{6}C_A-\frac{3}{2}C_F+\frac{10}{3}TN_f\right)+\dots,$$

где $\alpha_s=g^2/4\pi$.

Для голой константы связи $\alpha_s{}^B$ имеем

$$\alpha_s{}^B=\alpha_s\left(1+\beta_0\frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{1}{\varepsilon}+\dots\right), \tag{2.11}$$

где $\beta_0={}^4/_3TN_f-{}^{11}/_3C_A$.

## 3. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ $C_1$ И $C_{2,f}$

При выводе формул для КФ мы пользуемся методом и терминологией работы [7], куда и отсылаем читателя за дальнейшими подробностями.

Перепишем (2.5), используя (2.7):

$$\Pi_{AB}(Q)=\sum_{i,j} C_i(Q) Z_{ij} O_j^B(0). \tag{3.1}$$

Определим некоторые проекторы $\pi_i$ так, чтобы

$$\pi_i[O_j^B(0)]=\delta_{ij}, \tag{3.2}$$

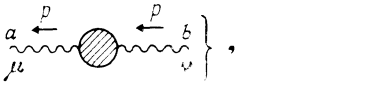
$$\pi_i\ [\text{операторы высшего спина}]=0. \tag{3.3}$$

С помощью таких проекторов из (3.1) получаем

$$C_i(Q)=\sum_j \pi_j[\Pi_{AB}(Q)]Z_{ji}^{-1}. \tag{3.4}$$

Напомним [8], что соотношениям (3.2), (3.3) достаточно удовлетворить на древесном уровне. Будем искать $\pi_i$ в виде линейной комбинации «примитивных» проекторов $P_i$, которые определим следующим образом:

$$P_1[O]=\frac{1}{N_A}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\Big|_{p=m_f=0}\delta^{ab}g^{\mu\nu}$$

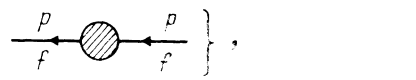



(3.5)

где в фигурных скобках стоит одночастично-неприводимая (по отношению к глюонным линиям) функция Грина с одной вставкой объекта $O$.

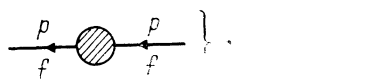
Аналогично имеем

$$P_{2,f}[O]=\frac{1}{4N_F}\frac{\partial}{\partial m_f}\Big|_{p=m_f=0}\mathrm{Tr}$$




(3.6)

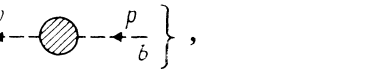
$$P_{3,f}[O]=\frac{1}{4N_F}\frac{\partial}{\partial p^\sigma}\Big|_{p=m_f=0}\mathrm{Tr}\,\gamma^\sigma$$




(3.7)

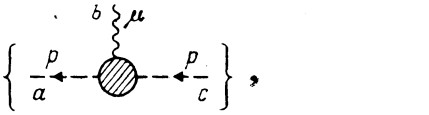
где внешние линии соответствуют кваркам аромата $f$, след вычисляется как по лоренцевым и спинорным, так и по цветовым индексам. Наконец,

$$P_4[O]=\frac{1}{N_A}\delta^{ab}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\Big|_{p=m_f=0}$$




(3.8)

$$P_5[O]=\frac{if^{abc}}{gN_AC_A}\frac{\partial}{\partial p^\mu}\Big|_{p=m_f=0}$$




(3.9)

где штрихованные линии соответствуют полям духов.

Нетрудно убедиться, что искомые выражения для $\pi_i$ имеют вид

$$\pi_1=\frac{1}{8D(D-1)}[P_1-2(D-1)P_4+4(D-1)P_5], \tag{3.10}$$

$$\pi_{2,f}=P_{2,f}+\frac{1}{D}P_{3,f},$$

а для $C_1$, $C_{2,f}$ получаем

$$C_1(Q)=\pi_1[\Pi_{AB}(Q)](1-\beta(\alpha_s)/\varepsilon), \tag{3.11}$$
$$C_{2,f}(Q)=\pi_{2,f}[\Pi_{AB}(Q)]+\pi_1[\Pi_{AB}(Q)]4\gamma_m(\alpha_s)/\varepsilon.$$

Подчеркнем, что при вычислении действия проекторов на $\Pi_{AB}(Q)$ нужно перейти к представлению $\Pi_{AB}(Q)$ в терминах «голых» объектов и констант перенормировки, т. е. внешние концы в правых частях (3.5)–(3.9) соответствуют голым полям [8].

## 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ $C_1$ И $C_{2,f}$ ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

Рассмотрим векторные токи вида $J_{f\mu}=\bar{q}_f\gamma^\mu q_f$. Этот ток сохраняется. Кроме того, коррелятор токов с разными ароматами в КХД равен нулю. Поэтому рассмотрим коррелятор

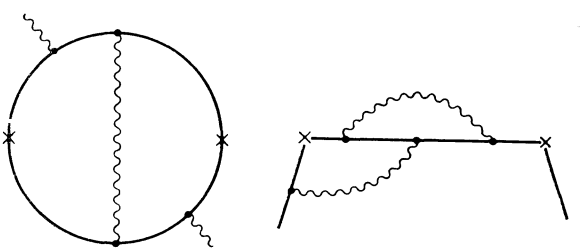
$$\Pi_{f'\mu\nu}(Q)=i\int dx\, e^{iqx}TJ_{f'\mu}(x)J_{f'\nu}(0),$$

а в (2.5) учтем сохранение токов:

$$\Pi_{f'\mu\nu}(Q)=(q^\mu q^\nu-q^2g^{\mu\nu})\sum_i C_i(Q^2)O_i+\ldots, \tag{4.1}$$

где многоточие скрывает операторы высших размерностей и спинов. Вычисления упрощаются, если свернуть в (4.1) по $\mu$ и $\nu$. Тогда формулы для $C_i$, определенных в (4.1), совпадают с (3.11), если $\Pi_{AB}(Q)$ заменить на $\Pi_{f'\mu\mu}/(D-1)Q^2$.

На рисунке показаны типичные диаграммы, дающие вклад в коэффициентные функции.



В конечном итоге расчеты сводятся к вычислению двухпетлевых интегралов пропагаторного типа с безмассовыми линиями. Мы воспользовались алгоритмами [9], реализованными нами в виде программ для системы REDUCE [15]. Все вычисления принципиальных трудностей на данный момент не представляют (ср. близкий по технике расчет в [16]).

Заметим, что в непосредственных вычислениях мы пренебрегали членами вида $\ln(Q^2/\mu^2)$. Логарифмическая зависимость от $Q$ может быть восстановлена с помощью метода ренормгруппы [13, 17] (см. раздел 5).

Мы получим следующие результаты:

$$P_1[\Pi_{f'\mu\mu}]=\frac{1}{Q^4}C_F\frac{N_F}{N_A}\frac{\alpha_s^B}{\pi}\Big\{(48-32\varepsilon)+$$

$$+\frac{\alpha_s^B}{\pi}\left[C_F(-12)+\frac{C_A}{2}\left(\frac{36}{\varepsilon}-84+144\zeta(3)\right)\right]+\ldots\Big\},$$

$$P_4[\Pi_{f'\mu\mu}]=\frac{1}{Q^4}C_F\frac{N_F}{N_A}C_A\left(\frac{\alpha_s^B}{\pi}\right)^2\left(\frac{3}{\varepsilon}-9+12\zeta(3)\right)+\ldots.$$

$$\left(P_{2,f}+\frac{1}{D}P_{3,f}\right)[\Pi_{f'\mu\mu}]=\frac{1}{Q^4}\left(\frac{\alpha_s^B}{4\pi}\right)^2 C_F T\times$$

$$\times\left(\frac{24}{\varepsilon}+96\zeta(3)-60\right)+\ldots \quad (\text{при } f\neq f'),$$

$$\left(P_{2,f}+\frac{1}{D}P_{3,f}\right)[\Pi_{f'\mu\mu}]=\frac{1}{Q^4}\Big\{6+\frac{\alpha_s^B}{4\pi}C_F(6+11\varepsilon)+$$

$$+\left(\frac{\alpha_s^B}{4\pi}\right)^2 C_F\left[C_F(387)+\frac{C_A}{2}\left(\frac{44}{\varepsilon}+14\right)+T\left(\frac{24}{\varepsilon}+96\zeta(3)-60\right)-\right.$$

$$\left.-TN_f\left(\frac{8}{\varepsilon}+28\right)\right]+\ldots\Big\} \quad (\text{при } f=f').$$

Заметим, что в данном приближении мы получили $P_5[\Pi_{f'\mu\mu}]=0$ (см. обсуждение этого факта в [18]).

Используя (3.11), (3.10), (2.10) и (2.11), получаем

$$C_1=\frac{1}{Q^4}\frac{T}{6}\frac{\alpha_s}{\pi}\left[1+\frac{\alpha_s}{\pi}\left[\frac{C_A}{2}-\frac{C_F}{4}\right]+\ldots\right],$$

$$C_{2,f}=\frac{1}{Q^4}\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 C_F T\left[2\zeta(3)-\frac{3}{2}\right]+\ldots \quad (\text{при } f\neq f'),$$

$$C_{2,f}=\frac{1}{Q^4}\left(2+\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{C_F}{2}\left\{1+\frac{\alpha_s}{\pi}\left[C_F\frac{129}{8}+C_A\left(-\frac{25}{18}\right)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+TN_f\left(-\frac{5}{9}\right)+T(4\zeta(3)-3)\right]+\ldots\right\}\right) \quad (\text{при } f=f').$$

В рамках КХД получаем следующие численные результаты:

$$C_1=\frac{1}{Q^4}\frac{1}{12}\frac{\alpha_s}{\pi}\left\{1+\frac{\alpha_s}{\pi}[1{,}1667]+\ldots\right\}, \tag{4.2}$$

$$C_{2,f}=\frac{1}{Q^4}\frac{2}{3}\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2[0{,}9041]+\ldots \quad (\text{при } f\neq f'),$$

$$C_{2,f}=\frac{1}{Q^4}\left(2+\frac{2}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\left\{1+\frac{\alpha_s}{\pi}[18{,}2374-0{,}2778N_f]+\ldots\right\}\right)$$

(при $f=f'$).

## 5. АНАЛИЗ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОДОМ РЕНОРМГРУППЫ

Чтобы применить наши результаты к феноменологии адронов, необходимо сначала решить уравнения ренормгруппы для КФ, используя (4.2) в качестве граничных условий при $Q^2=\mu^2$. Эти уравнения нетрудно выписать и решить стандартным способом, однако гораздо проще поступить следующим образом.

Прежде всего заметим, что вакуумное среднее от $\Pi_{f\mu\nu}$ перенормируется аддитивно:

(5.1) $$\langle \Pi_{f\mu\nu}\rangle_0 = \langle \Pi^B_{f\mu\nu}\rangle_0 + (q^\mu q^\nu - q^2 g^{\mu\nu}) Z.$$

Поэтому в разложении (4.1) сумма всех вакуумных средних операторов фиксированной размерности (в нашем случае размерности 4), умноженных на соответствующие КФ, будет ренорминвариантом. В частности, ренорминвариантно выражение

(5.2) $$C_1(Q^2)\langle O_1\rangle_0 + \sum_f C_{2,f}(Q^2)\langle O_{2,f}\rangle_0$$

(действительно, это выражение непосредственно связывается с экспериментально наблюдаемыми величинами [3]). Ренорминвариантами, как нетрудно видеть, являются также $\langle O_{2,f}\rangle_0$, но не $\langle O_1\rangle_0$. С другой стороны, известно [19], что ренорминвариантом является вакуумное среднее следа тензора энергии-импульса:

(5.3) $$\langle \Theta_{\mu\mu}\rangle_0 = {}^1/_2\Omega + \sum_f \langle O_{2,f}\rangle_0,$$

где

$$\Omega = 4\Big(\beta(\alpha_s)\langle O_1\rangle_0 - 4\gamma_m(\alpha_s)\sum_f \langle O_{2,f}\rangle_0\Big)\Big/\beta_0,$$

а следовательно, и $\Omega$. Поэтому в выражении

(5.4) $$(5.2) = \bar{C}_1\Omega + \sum_f \bar{C}_{2,f}\langle O_{2,f}\rangle_0$$

$\bar{C}_1$ и $\bar{C}_{2,f}$ суть ренорминварианты.

Из (5.4) и (5.3) получаем

(5.5) $$\bar{C}_1 = C_1\frac{\beta_0}{4\beta(\alpha_s)}, \quad \bar{C}_{2,f} = C_{2,f} + C_1\frac{4\gamma_m(\alpha_s)}{\beta(\alpha_s)}.$$

Для ренорминвариантов $\bar{C}_i$ справедливо выражение

(5.6) $$\bar{C}_i(Q^2/\mu^2, \alpha_s) = \bar{C}_i(1, \bar{\alpha}_s(Q^2)),$$

где $\bar{\alpha}_s(Q^2)$ — «бегущая» константа связи, которую можно параметризовать следующим образом [20]:

(5.7) $$\frac{\bar{\alpha}_s(Q^2)}{4\pi} \simeq \frac{1}{|\beta_0|\ln(Q^2/\Lambda^2_{\overline{MS}})} + O(\ln^{-3} Q^2).$$

Таким образом, чтобы получить окончательные выражения для $\bar{C}_i$, нужно подставить в (5.5) результаты (4.2), а затем всюду заменить $\alpha_s \to \bar{\alpha}_s(Q^2)$.

Получаются следующие явные выражения: при $N_f = 3$

(5.8) $$\bar{C}_1 = \frac{1}{Q^4}\frac{1}{12}\Big[1 - 0{,}6\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}\Big],$$

(5.9) $$\bar{C}_{2,f=f'} = \frac{1}{Q^4}\Big[2 + 0{,}8\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}\Big(1 + 15{,}3\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}\Big)\Big],$$

$\bar{C}_{2,f\neq f'} = C_{2,f\neq f'}$ (в двухпетлевом приближении).

## 6. ПРИМЕНЕНИЕ К ФЕНОМЕНОЛОГИИ

1. Прежде всего следует помнить, что точность определения параметров адронов в методе правил сумм КХД даже при условии точного знания всех числовых величин, в частности КФ, вряд ли лучше 10%. В этих условиях расчет высших поправок к КФ может иметь лишь одну цель — проверку применимости ТВ к оценке КФ. Действительно, если поправки окажутся малы, то из-за невысокой точности метода [3] не имеет смысла их учитывать вообще. Если же они велики, то это свидетельствует о неприменимости ТВ и тем самым о нарушении одного из основных предположений метода [3, 6].

Каким может быть критерий малости поправок ТВ, если отсутствуют точные оценки сходимости рядов ТВ? На современном уровне понимания квантовой теории поля [17] ясно лишь, что такой критерий должен быть ренорминвариантным и содержать минимум субъективного произвола. Единственный такой критерий, существующий в настоящее время, состоит в следующем (см., например, [20, 21]).

Пусть $F(Q^2)$ — наблюдаемая (и, следовательно, ренорминвариант), которая представима в виде

$$F(Q^2)=F_0+F_1\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}+F_2\left(\frac{\bar{\alpha}_s}{\pi}\right)^2+\ldots. \tag{6.1}$$

Без потери общности считаем, что $F_i$ вычислены в схеме $\overline{MS}$, а $\bar{\alpha}_s$ дается в (5.7). Коэффициент $F_2$ в (6.1), как и $\Lambda_{\overline{MS}}$ в (5.7), не являются ренорминвариантными. Однако можно представить (6.1) в виде

$$F(Q^2)=F_0+F_1\frac{\bar{\alpha}_s^{\text{eff}}}{\pi}+O(\bar{\alpha}_s{}^3),$$

где $\bar{\alpha}_s^{\text{eff}}$ дается тем же выражением (5.7), в котором $\Lambda_{\overline{MS}}$ заменено на

$$\Lambda_{\text{eff}}=\Lambda_{\overline{MS}}\exp\left(-\frac{2}{\beta_0}\frac{F_2}{F_1}\right),$$

что уже является ренорминвариантной величиной. Теперь ренорминвариантный критерий применимости ТВ к расчету $F(Q^2)$ имеет вид

$$Q/\Lambda_{\text{eff}}\gg 1. \tag{6.2}$$

Подчеркнем, что для каждой наблюденной имеется свой критерий, т. к. у нас нет объективных оснований выбрать одну наблюдаемую и объявить соответствующий критерий универсальным, годным во всех случаях.

2. Остановимся подробнее на одной ошибке, которую делают при анализе рядов типа (6.1) (см., напр., [12]). Иногда оказывается, что даже хотя критерий (6.2) не выполнен, при заданных численных значениях $\Lambda_{\overline{MS}}$ и $Q$ как поправка $O(\alpha_s)$, так и поправка $O(\alpha_s{}^2)$ составляют лишь несколько процентов от $F_0$. На этом основании делают вывод о хорошей сходимости ряда ТВ и о возможности ограничиться учетом лишь низшего члена ряда. Покажем неправильность такой точки зрения.

Действительно, зачем останавливаться на схеме $\overline{MS}$? Введем $\chi$-схему такую, что

$$\Lambda_\chi=\Lambda_{\overline{MS}}{}^{-\chi/2}.$$

В этой схеме (6.1) принимает вид

$$F(Q^2)=F_0+F_1\frac{\bar{\alpha}_s^{(\chi)}}{\pi}+(F_2+\chi F_1)\left(\frac{\bar{\alpha}_s^{(\chi)}}{\pi}\right)^2+O(\bar{\alpha}_s^3),$$

где $\bar{\alpha}_s^{(\chi)}$ дается выражением (5.7), но с $\Lambda_{\overline{MS}}$, замененной на $\Lambda_\chi$. При $\chi\to+\infty$ $\bar{\alpha}_s^{(\chi)}\to O(\chi^{-1})$, так что выражение, учитывающее поправку $O(\bar{\alpha}_s^{(\chi)2})$, приближается к $F_0$ со скоростью $O(\chi^{-1})$. Более того, фиксируя, например, $\chi=10^{30}$, можно быть вполне уверенным, что в любом физически интересном расчете в рамках пертурбативной КХД вклад одно-, двух- (и даже более) петлевых поправок по любым разумным меркам пренебрежимо мал.

Читатель вправе сам решить для себя, является ли приведенный вывод в достаточной мере неправильным, чтобы обосновать разумность точки зрения, изложенной в разделе 6.1.

3. Обратимся теперь к феноменологическим следствиям наших результатов (5.8), (5.9). Видно, что для проверки критерия (6.2) в настоящее время имеется достаточно информации лишь в случае КФ конденсата кварков того же аромата, что и у кварков, из которых строятся токи, входящие в коррелятор. Выделенным здесь является случай φ-мезона, построенного из $s$-кварка и $s$-антикварка, причем в правилах сумм конденсат $\langle m_s\bar{q}_s q_s\rangle_0$ численно доминирует [3] (в случае, например, ρ-мезона вклады всех операторов размерности 4 несущественны, поэтому ничего интересного из наших расчетов извлечь нельзя). Для φ-мезона КФ указанного конденсата $s$-кварков дается непосредственно выражением (5.9). Видим, что в этом случае $\Lambda_{\text{eff}}/\Lambda_{\overline{MS}}\approx 30$. Исходя из данных по глубоконеупругому рассеянию [22], можно принять следующую консервативную оценку для $\Lambda_{\overline{MS}}$: $\Lambda_{\overline{MS}}>0{,}05$ ГэВ. С другой стороны, анализ правил сумм в [3] проводится при $Q\sim 1$ ГэВ. Применяя критерий (6.2), заключаем, что об оценке указанной КФ по древесному члену ТВ не может быть и речи.

Для теоретического предсказания массы и ширины φ-мезона в [3] ошибка оценена в 10% при условии, что неопределенность в значениях КФ мала. С другой стороны, эффект учета конденсатов и континуума достигает 40%. Однако мы видели, что на самом деле вклад конденсатов может быть оценен лишь весьма грубо, видимо, не лучше чем по порядку величины. Поэтому и для ошибки теоретических предсказаний для φ-мезона [3] следует принять оценку 40%. Во всяком случае, величина расхождения между теоретическими и экспериментальными числами [3] выглядит в свете наших выводов весьма естественно.

В заключение авторы выражают свою благодарность В. А. Матвееву и А. Н. Тавхелидзе за постоянный интерес к работе, Г. Т. Лоладзе и сотрудникам ВЦ ИЯИ АН СССР за помощь в расчетах, а также В. А. Кузьмину, С. А. Ларину, В. А. Рубакову, В. П. Спиридонову и М. Е. Шапошникову за ценные замечания.

**Литература**

[1] *Logunov A. A., Soloviov L. D., Tavkhelidze A. N.* // Phys. Lett. 1967. V. 24B. № 4. P. 181–182.
[2] *Wilson K.* // Phys. Rev. 1969. V. 179. № 6. P. 1499–1503.
[3] *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* // Nucl. Phys. 1979. V. B147. № 4. P. 385–447.

[4] *Rubinstein H.* // Proc. XXI Intern. Conf. on High energy physics. Paris, 1982. *Ioffe B. L.* // Proc. XXII Intern. Conf. on High energy physics. Leipzig, 1984.
[5] *Vernov Yu. S.* // Proc. Intern. Conf. Hadron structure. Bratislava, 1983. *Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н., Шапошников М. Е.* // ТМФ. 1984. Т. 59. № 3. С. 323–344.
[6] *Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* // Nucl. Phys. 1985. V. B249. № 3. P. 445–471.
[7] *Ткачев Ф. В.* // Материалы семинара «Кварки-82» (Сухуми, 1982). М.: ИЯИ АН СССР, 1982. *Tkachov F. V.* Euclidean Asymptotics of Feynman Integrals. Basic Notions: Preprint INR P-0332. M.: INR, 1984; Asymptotics of Euclidean Feynman Integrals. One-Loop Case: Preprint INR P-0358. M.: INR, 1984; Phys. Lett. 1983. V. 124B. № 3, 4. P. 212–216; V. 125B. № 1. P. 85–87.
[8] *Gorishny S. G., Larin S. A., Tkachov F. V.* // Phys. Lett. 1983. V. 124B. № 3, 4. P. 217–220.
[9] *Tkachov F. V.* // Phys. Lett. 1981. V. 100B. № 1. P. 65–68. *Chetyrkin K. G., Tkachov F. V.* // Nucl. Phys. 1981. V. B192. № 2. P. 159–204. *Ткачев Ф. В.* // ТМФ. 1983. Т. 56. № 3. С. 350–356.
[10] *Лоладзе Г. Т., Сургуладзе Л. Р., Ткачев Ф. В.* // Сообщения АН Груз. ССР. 1984. Т. 116. № 3. С. 509–511.
[11] *Loladze G. T., Surguladze L. R., Tkachov F. V.* // Phys. Lett. 1985. V. 162B. № 4, 5, 6. P. 363–366.
[12] *Chetyrkin K. G., Gorishny S. G., Spiridonov V. P.* // Phys. Lett. 1985. V. 160B. № 1, 2, 3. P. 149–153.
[13] *Владимиров А. А., Ширков Д. В.* // УФН. 1979. Т. 129. № 3. С. 407–441.
[14] *Spiridonov V. P.* Anomalous Dimension of $G_{\mu\nu}^2$ and β-function: Preprint INR P-0378. M.: INR, 1984.
[15] *Hearn A. C.*: REDUCE-2 User's Maunal, 1973.
[16] *Chetyrkin K. G., Gorishny S. G., Larin S. A., Tkachov F. V.* // Phys. Lett. 1984. V. 137B. № 3, 4. P. 230–234.
[17] *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1985.
[18] *Спиридонов В. П.* // ЯФ. 1987. Т. 46. № 1. С. 302–308.
[19] *Collins J. C., Duncan A., Joglekar S. D.* // Phys. Rev. 1977. V. D16. № 3. P. 438–445. *Nielsen N. K.* // Nucl. Phys. 1977. V. B120. № 2. P. 212–222.
[20] *Радюшкин А. В.* // ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. № 1. С. 58–122.
[21] *Kataev A. L., Krasnikov N. V., Pivovarov A. A.* // Nucl. Phys. 1982. V. B198. № 3. P. 508–518.
[22] *Duke D. W., Roberts R. G.* Preprint RAL-84-079.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28.X.1986 г.

## COEFFICIENT FUNCTIONS OF GLUON AND QUARK CONDENSATES IN THE QCD SUM RULES FOR LIGHT VECTOR MESONS AT THE TWO-LOOP LEVEL

**Surguladze L. R., Tkachev F. V.**

The $\alpha_s^2$ order corrections to the coefficient functions of the condensates $\langle G^2\rangle_0$ and $\langle m\bar{q}q\rangle_0$ in the operator expansion of the vacuum correlator of two flavour-diagonal vector currents of light quarks in the MS-scheme is calculated and analysed. It is found that the renormalisation-group invariant criterion of applicability of the perturbation theory to calculating coefficient functions of the quark condensates is not fulfilled, in particular, in the case of the φ-meson.