область которой состоит из второго материала. Относительный выигрыш по весу для оптимальной сферы по сравнению с данной «однородной» составил $(1 - F_*/F^*)\cdot 100\ \% = 15{,}8\ \%$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бабе Г. Д., Гусев Е. Л.** Оптимизация многослойных структур при прохождении волн // ДАН СССР.— 1983.— Т. 268, № 6.
2. **Бабе Г. Д., Каниболотский М. А., Уржумцев Ю. С.** Оптимизация многослойных конструкций, подверженных периодическим температурным воздействиям // ДАН СССР.— 1983.— Т. 269, № 2.
3. **Бабе Г. Д., Гусев Е. Л.** Математические методы оптимизации интерференционных фильтров.— Новосибирск: Наука, 1987.
4. **Алехин В. В.** Оптимизация слоистых тел при ограничении на основную частоту собственных колебаний // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1984.— Вып. 66.
5. **Алехин В. В., Каниболотский М. А.** Оптимизация массы слоистой сферы из конечного набора материалов // Механика композит. материалов.— 1986.— № 2.
6. **Аптуков В. Н., Белоусов В. Л., Каниболотский М. А.** Оптимизация структуры слоистой плиты при проникании жесткого ударника // Механика композит. материалов.— 1986.— № 2.
7. **Аннин Б. Д., Алехин В. В.** Синтез слоистых композитов // VI Междунар. симп. о композиционных металлических материалах.— Высоки Татры — Стара Лесна, ЧССР, 1986.— Т. 1.
8. **Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. А.** Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов.— М.: Машиностроение, 1977.
9. **Федоренко Р. П.** Приближенное решение задач оптимального управления.— М.: Наука, 1978.
10. **Хог Э., Арора Я.** Прикладное оптимальное проектирование: механические системы и конструкции.— М.: Мир, 1983.

Поступила 25/VII 1988 г.

УДК 539.376

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

И. Ю. Цвелодуб

(Новосибирск)

В [1—6] исследовались некоторые обратные задачи, связанные с нахождением внешних воздействий, необходимых для получения в условиях ползучести за заданное время t_* требуемой остаточной формы тела или пластины с учетом упругой разгрузки в момент $t = t_*$. При этом предполагалось, что неизвестные внешние воздействия принадлежат определенному классу, например, в [2, 4, 5] рассматривались релаксационные задачи, когда в течение времени t_* неизвестные перемещения точек поверхности тела (неизвестные прогибы пластины) оставались фиксированными, в [1, 2] считались постоянными во времени внешние нагрузки и т. п.

В данной работе исследуется класс обратных задач о нахождении внешних нагрузок таких, которые бы обеспечивали заданную остаточную форму тела (пластины) в любой текущий момент времени. Для случая малых деформаций доказывается теорема единственности решения. Дана вариационная формулировка этих задач, основанная на нахождении стационарного значения некоторого функционала; при этом одновременно варьируются скорости перемещений и напряжений как текущих, так и остаточных (после упругой разгрузки). На конкретном примере сопоставляется решение задачи в точной постановке с решением, полученным с использованием указанного смешанного вариационного принципа.

1. Рассмотрим равномерно прогретое тело объема v с поверхностью S, определяющие уравнения деформирования которого запишем как

$$\varepsilon_{kl} = a_{klmn}\sigma_{mn} + \varepsilon^c_{kl} \qquad (k, l = 1, 2, 3), \tag{1.1}$$

где ε_{kl}, ε^c_{kl}, σ_{kl}, $a_{klmn} = a_{mnkl}$ — компоненты тензоров полных деформаций, деформаций ползучести, напряжений и упругих податливостей соответственно; по повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до 3. Деформации считаются малыми, так что компоненты ε_{kl} выражаются через компоненты вектора перемещений u_k известными соотношениями Коши.

Для скоростей деформаций ползучести $\eta_{kl} = \dot{\varepsilon}^c_{kl}$ (точка означает дифференцирование по времени t) примем общие зависимости Ю. Н. Работнова [7], которые хорошо описывают процесс ползучести металлов и при изотермическом деформировании имеют вид

$$\eta_{kl} = \eta_{kl}(\sigma_{mn},\ q_i) \quad (k,\ l,\ m,\ n = 1,\ 2,\ 3,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ r). \tag{1.2}$$

Здесь q_i — набор структурных параметров, изменение которых во времени отражается кинетическими уравнениями

$$\dot{q}_i = \dot{q}_i(\sigma_{mn},\ \varepsilon^c_{mn},\ q_j) \qquad (i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ r,\ m,\ n = 1,\ 2,\ 3). \tag{1.3}$$

Предполагаем, что рассматриваемая среда удовлетворяет постулату устойчивости, который при изотермическом процессе ползучести формулируется следующим образом [8]: для любых двух путей в пространстве напряжений $\sigma^{(1)}_{kl} = \sigma^{(1)}_{kl}(t)$ и $\sigma^{(2)}_{kl} = \sigma^{(2)}_{kl}(t)$ и соответствующих им путей в пространстве скоростей деформаций ползучести $\eta^{(1)}_{kl} = \eta^{(1)}_{kl}(t)$ и $\eta^{(2)}_{kl} = \eta^{(2)}_{kl}(t)$ $(k,\ l = 1,\ 2,\ 3)$ для любого момента времени $t > 0$ выполняется неравенство

$$\int_0^t \Delta\sigma_{kl}\Delta\eta_{kl}dt \geqslant 0, \tag{1.4}$$

где $\Delta\sigma_{kl} = \sigma^{(1)}_{kl} - \sigma^{(2)}_{kl}$, $\Delta\eta_{kl} = \eta^{(1)}_{kl} - \eta^{(2)}_{kl}$ при условии $q^{(1)}_i = q^{(2)}_i$ и $\varepsilon^{c(1)}_{kl} = \varepsilon^{c(2)}_{kl}$ для $t = 0$ (в тех случаях, когда правые части (1.3) не содержат ε^c_{mn}, условие $\varepsilon^{c(1)}_{kl} = \varepsilon^{c(2)}_{kl}$ при $t = 0$ необязательно). Считается, что знак равенства в (1.4) возможен для сжимаемой при ползучести среды ($\eta_{kk} \neq 0$) только при $\Delta\sigma_{kl}(t) = 0$ $(k,\ l = 1,\ 2,\ 3)$ для любого $t > 0$, а для несжимаемой ($\eta_{kk} = 0$) — только при $\Delta\sigma_{kl} = \Delta p(t)\delta_{kl}$ $(k,\ l = 1,\ 2,\ 3)$ для $t > 0$ (δ_{kl} — компоненты единичного тензора).

Условие (1.4) накладывает определенные ограничения на уравнения ползучести (1.2), (1.3). Для основных классов сред (нелинейно-вязких, упрочняющихся, разупрочняющихся, сред с деформационной анизотропией и т. п.) эти ограничения установлены в [8].

Сформулируем обратную задачу теории ползучести: какие внешние нагрузки $p_k = p_k(t)$ нужно прикладывать к поверхности S тела так, чтобы в любой текущий момент $t > 0$ оно имело заданные остаточные перемещения $\tilde{u}_k = \tilde{u}_k(t)$ ($\tilde{u}_k = 0$ при $t = 0$) $(k = 1,\ 2,\ 3)$ точек поверхности, т. е. те перемещения, которые остались бы на S после мгновенного снятия текущих внешних нагрузок и упругой разгрузки? Считается, что при $t < 0$ тело находилось в недеформированном состоянии (или в более общем случае: при $t = 0$ в теле заданы распределения деформаций ползучести ε^c_{kl} и значений параметров q_i).

Докажем, что если решение этой задачи для тела с определяющими уравнениями (1.1) — (1.3) и ограничением (1.4) существует, то для сжимаемого при ползучести тела оно будет единственным, а для несжимаемого внешние нагрузки p_k определяются с точностью до произвольного гидростатического давления.

Для доказательства предположим, что существуют два решения данной задачи, удовлетворяющие одним и тем же граничным и начальным условиям; соответствующие им разности обозначим с помощью символа Δ. Так как $\Delta\dot{\tilde{u}}_k = 0$ на S при любом $t > 0$, то из известного уравнения виртуальных работ получим

$$\int_v \Delta\sigma_{kl}\Delta\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl}dv = 0; \tag{1.5}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{kl} = a_{klmn}\rho_{mn} + \varepsilon^c_{kl} \qquad (k,\ l = 1,\ 2,\ 3), \tag{1.6}$$

где $\tilde{\varepsilon}_{kl}$, ρ_{kl} — поля остаточных деформаций и остаточных напряжений, причем $\rho_{kl} = 0$ при $t = 0$ (когда при $t = 0$ в теле задано распределение

ε^c_{kl}, напряжения ρ_{kl} находятся однозначно, т. е. $\Delta\rho_{kl} = 0$ при $t = 0$).

Поле напряжений при любом $t > 0$ представим в виде [1, 2] $\sigma_{kl} = \sigma^e_{kl} + \rho_{kl}$ (σ^e_{kl} — компоненты напряжений, отвечающих решению упругой задачи при текущих значениях внешних нагрузок). Вследствие самоуравновешенности напряжений ρ_{kl} имеет место равенство [1, 2] $\int\limits_v a_{klmn}\Delta\dot{\rho}_{mn}\Delta\sigma^e_{kl}dv = 0$, с использованием которого и уравнений (1.1) из (1.5) найдем

$$\int\limits_v (a_{klmn}\Delta\dot{\rho}_{mn}\Delta\rho_{kl} + \Delta\sigma_{kl}\Delta\eta_{kl})\, dv = 0. \tag{1.7}$$

Интегрируя (1.7) по времени от нуля до текущего момента t и учитывая, что $\Delta\rho_{kl} = 0$ при $t = 0$, получим

$$\int\limits_v \left[\frac{1}{2} a_{klmn}\Delta\rho_{mn}(t)\,\Delta\rho_{kl}(t) + \int\limits_0^t \Delta\sigma_{kl}\Delta\eta_{kl}dt\right] dv = 0,$$

что в силу свойств упругого потенциала и постулата (1.4) возможно только при $\Delta\rho_{kl} = 0$ и $\Delta\sigma_{kl} = 0$ (для сжимаемого при ползучести тела) либо при $\Delta\sigma_{kl} = \Delta p\delta_{kl}$ (для несжимаемого тела) ($k, l = 1, 2, 3$) на любой момент $t > 0$. Причем из уравнений равновесия следует, что Δp не зависит от координат точек тела и может быть функцией только времени t. Отсюда вытекает, что в первом случае внешние нагрузки p_k определяются однозначно, а во втором — с точностью до произвольного гидростатического давления. Утверждение доказано.

Заметим, что с использованием результатов, полученных в [2], можно доказать теорему единственности решения аналогичной обратной задачи изгиба пластин при малых прогибах; при этом необходимо найти внешние нагрузки, обеспечивающие в любой момент времени заданные остаточные прогибы при соответствующих граничных условиях.

2. Основные уравнения исследуемого класса задач включают: определяющие соотношения (1.1)—(1.3), (1.6); соотношения Коши для текущих ε_{kl} и остаточных $\tilde{\varepsilon}_{kl}$ деформаций, уравнения равновесия для текущих σ_{kl} и остаточных ρ_{kl} напряжений, граничные условия для остаточных напряжений ρ_{kl} и остаточных перемещений $\tilde{u}_k$, начальные условия для ε^c_{kl} и q_i. Не выписывая эти уравнения в общем случае, в качестве простейшего примера рассмотрим задачу о чистом изгибе балки прямоугольного сечения единичной ширины с высотой h. Требуется найти изгибающий момент $M = M(t,)$ который обеспечивает заданную остаточную кривизну $\tilde{\varkappa} = \tilde{\varkappa}(t)$. При $t < 0$ балка находилась в недеформированном состоянии, т. е. $\tilde{\varkappa} = 0$ при $t = 0$.

Предположим, что материал балки подчиняется степенному закону ползучести. Тогда из (1.1), (1.6) с использованием общепринятой гипотезы плоских сечений [7] для скоростей текущих и остаточных деформаций получим ($-h/2 \leqslant y \leqslant h/2$)

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varkappa}y = \dot{\sigma}/E + B\sigma^n; \tag{2.1}$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}} = \dot{\tilde{\varkappa}}y = \dot{\rho}/E + B\sigma^n, \tag{2.2}$$

где $\varkappa$, $\tilde{\varkappa}$ — текущая и остаточная кривизна; E — модуль Юнга; B и n — константы ползучести.

Остаточные напряжения ρ являются самоуравновешенными, им соответствует нулевой изгибающий момент, т. е. при любом $t > 0$

$$\int\limits_{-h/2}^{h/2} \rho y dy = 2\int\limits_0^{h/2} \rho y dy = 0. \tag{2.3}$$

Определим σ_0 — напряжение при $t = 0$. Из (2.1) следует, что $\sigma_0 = E\varkappa_0 y$; подставляя это значение в равенство (2.2) при $t = 0$, умножая последнее на y и интегрируя по y от нуля до $h/2$, с учетом (2.3) имеем $\frac{1}{3}\left(\frac{h}{2}\right)^3 \dot{\tilde{\varkappa}}_0 = \frac{B(E\varkappa_0)^n}{n+2}\left(\frac{h}{2}\right)^{n+2}$, отсюда $\sigma_0 = \left[\frac{n+2}{3B}\left(\frac{h}{2}\right)^{1-n}\dot{\tilde{\varkappa}}_0\right]^{1/n} y$ ($\dot{\tilde{\varkappa}}_0$ — скорость остаточной кривизны при $t = 0$).

Введем безразмерные величины: $\xi = 2y/h$, $\psi = h\varkappa/2$, $\tilde{\psi} = h\tilde{\varkappa}/2$, $\bar{\sigma} = \sigma/p_0$, $\tau = BEp_0^{n-1}t$ ($p_0 > 0$ — характерное напряжение). Тогда для безразмерного напряжения при $t = 0$ получим $\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{p_0}\left[\frac{n+2}{3}Ep_0^{n-1}\times\right.$ $\left.\times\frac{d\tilde{\psi}}{d\tau}\Big|_{\tau=0}\right]^{1/n}\xi$. Константу p_0 выберем из условия $\max\bar{\sigma}_0 = 1$, т. е. $\bar{\sigma}_0 = \xi$ и $p_0 = E\dot{\tilde{\psi}}_0(n+2)/3$ (здесь и далее точка означает дифференцирование по безразмерному времени τ). Из (2.1)—(2.3) находим для безразмерных величин (черту над σ и ρ опустим)

$$\frac{3}{n+2}\frac{\dot{\psi}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\xi = \dot{\sigma} + \sigma^n; \tag{2.1'}$$

$$\frac{3}{n+2}\frac{\dot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\xi = \dot{\rho} + \sigma^n; \tag{2.2'}$$

$$\int_0^1 \rho\xi\, d\xi = 0. \tag{2.3'}$$

Из (2.1′), (2.2′) и начальных условий вытекает

$$\sigma(\xi, \tau) = \rho(\xi, \tau) + \alpha(\tau)\xi,\ \alpha(\tau) = \frac{3}{n+2}\frac{\psi - \tilde{\psi}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}. \tag{2.4}$$

Умножая (2.2′) на ξ, интегрируя по ξ от нуля до 1 и учитывая (2.3′), имеем $\frac{1}{n+2}\frac{\dot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0} = \int_0^1 \sigma^n\xi d\xi$. Подставляя в это соотношение значение σ из (2.4), найдем

$$\frac{1}{n+2}\frac{\dot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0} = \int_0^1 (\rho + \alpha\xi)^n\xi d\xi, \tag{2.5}$$

а затем (2.4) в (2.2′) и дифференцируя (2.5) по τ, придем к системе уравнений для нахождения функций $\rho = \rho(\xi, \tau)$ и $\alpha = \alpha(\tau)$:

$$\dot{\rho} = \frac{3}{n+2}\frac{\dot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\xi - f^n \quad (f = \rho + \alpha\xi), \tag{2.6}$$

$$\dot{\alpha} = \left[\frac{1}{n(n+2)}\frac{\ddot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0} - \int_0^1 \dot{\rho} f^{n-1}\xi\, d\xi\right] \Big/ \int_0^1 f^{n-1}\xi^2\, d\xi.$$

При выводе второго уравнения (2.6) учтено, что α не зависит от ξ. Начальные условия для системы (2.6) имеют вид

$$\rho(\xi, 0) = 0,\ \alpha(0) = 1. \tag{2.7}$$

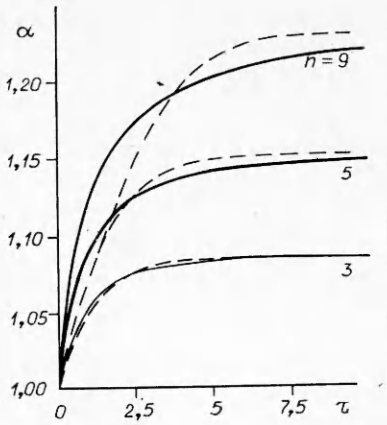
Заметим, что (2.5) и второе равенство (2.6) эквивалентны в силу (2.7).

Численное интегрирование системы (2.6) с условиями (2.7) не вызывает затруднений. Например, для случая, когда остаточная кривизна нарастает с постоянной скоростью, т. е. $\dot{\tilde{\psi}} = \dot{\tilde{\psi}}_0 = \text{const}$, (2.6) после не-

сложных преобразований запишем как

$$\dot{\rho} = \frac{3}{n+2}\xi - f^n \quad (f = \rho + \alpha\xi), \tag{2.8}$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{3}{n+2} + \left(\int_0^1 f^{2n-1}\xi\, d\xi\right) \Big/ \int_0^1 f^{n-1}\xi^2\, d\xi.$$



Процедура счета состояла в следующем. Отрезок [0,1] разбивался на 21 узел интегрирования, так что шаг по ξ равнялся 0,05. Первое уравнение (2.8) записывалось в этих узлах, т. е. при различных значениях ξ. Полученная система совместно со вторым уравнением (2.8) и начальными условиями (2.7) интегрировалась методом Рунге — Кутта. При этом интегралы, входящие в (2.8), заменялись конечными суммами по формуле Симпсона с использованием тех же узлов, т. е. шаг интегрирования $\Delta\xi = 0{,}05$. Шаг интегрирования $\Delta\tau$ по безразмерному времени варьировался и результаты расчета сравнивались при различных значениях $\Delta\tau$; в итоге выбран начальный шаг $\Delta\tau = 0{,}1$, который через 10 шагов был увеличен в 10 раз. На рисунке сплошными линиями изображены графики $\alpha = \alpha(\tau)$ при $n = 3, 5, 9$ (α характеризует изгибающий момент, так как из (2.3′) и (2.4) следует, что $\alpha = 3\int_0^1 \sigma\xi\, d\xi = \frac{6}{p_0 h^2} M$). Как видно из графиков, α стремится к своему предельному значению $\alpha_\infty(n) = \frac{3n}{2n+1}\left(\frac{3}{n+2}\right)^{1/n}$ ($\alpha_\infty(3) = 1{,}084$, $\alpha_\infty(5) = 1{,}151$, $\alpha_\infty(9) = 1{,}230$), которое отвечает установившемуся решению системы (2.8) при $\tau \to \infty$, когда $\dot{\rho} = \dot{\alpha} = 0$.

Установившееся распределение напряжений имеет вид

$$\rho_\infty = \left(\frac{3}{n+2}\right)^{1/n}\left(\xi^{1/n} - \frac{3n}{2n+1}\xi\right), \quad \sigma_\infty = \left(\frac{3}{n+2}\right)^{1/n}\xi^{1/n}. \tag{2.9}$$

Например, для $n = 3$ при $\tau \geqslant 5$ распределение напряжений практически совпадает с (2.9); для $n = 5$ и 9 соответствующие значения τ несколько больше, т. е. с ростом n время (безразмерное) перераспределения напряжений от упругого $\sigma_0 = \xi$ до установившегося (2.9) также растет.

Текущая безразмерная кривизна ψ определяется из (2.4):

$$\psi/\dot{\tilde{\psi}}_0 = \tau + (n+2)\alpha/3, \tag{2.10}$$

так как в данном случае $\tilde{\psi} = \dot{\tilde{\psi}}_0\tau$. Следовательно, при достаточно большом τ (например, $\tau \geqslant 5$ для $n = 3$), когда $\alpha \approx \alpha_\infty$, текущая кривизна растет той же скоростью, что и остаточная: $\dot{\psi} \approx \dot{\tilde{\psi}}_0$.

3. Исследуемый класс обратных задач допускает вариационную формулировку. Рассмотрим функционал

$$J = \int_v \left[\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl}\dot{\sigma}_{kl} + \dot{\varepsilon}_{kl}\dot{\rho}_{kl} - a_{klmn}\dot{\rho}_{kl}\dot{\sigma}_{mn} - \eta_{kl}\left(\dot{\sigma}_{kl} + \dot{\rho}_{kl}\right)\right] dv - \tag{3.1}$$

$$- \int_S \dot{p}_k\left(\dot{\tilde{u}}_k - \dot{\tilde{u}}_{k*}\right) dS,$$

где $\tilde{\varepsilon}_{kl} = (1/2)(\tilde{u}_{k,l} + \tilde{u}_{l,k})$, $\varepsilon_{kl} = (1/2)(u_{k,l} + u_{l,k})$ — компоненты остаточных и текущих деформаций (нижний индекс после запятой означает частную производную по соответствующей декартовой координате); η_{kl} — компоненты скоростей деформаций ползучести, которые определяются

согласно (1.2); p_k — компоненты внешней нагрузки; $\tilde{u}_{k*}$ — заданные ос таточные перемещения на S (k, $l = 1, 2, 3$).

Будем варьировать функционал (3.1), считая независимыми перемен ными $\dot{\sigma}_{kl}$, $\dot{\rho}_{kl}$, $\dot{u}_k$ и $\dot{\tilde{u}}_k$ (k, $l = 1, 2, 3$). Проводя обычные в подобных слу чаях выкладки (см., например, [7, с. 634—637]), из (3.1) получим

$$\delta J = \int_v [(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl} - a_{klmn}\dot{\rho}_{mn} - \eta_{kl})\,\delta\dot{\sigma}_{kl} + (\dot{\varepsilon}_{kl} - a_{klmn}\dot{\sigma}_{mn} - \eta_{kl})\,\delta\dot{\rho}_{kl} - \dot{\sigma}_{kl,l}\,\delta\dot{\tilde{u}}_k -$$

$$- \dot{\rho}_{kl,l}\delta\dot{u}_k]\,dv + \int_S [(\dot{\sigma}_{kl}n_l - \dot{p}_k)\,\delta\dot{\tilde{u}}_k + \dot{\rho}_{kl}n_l\delta\dot{u}_k - (\dot{\tilde{u}}_k - \dot{\tilde{u}}_{k*})\,\delta\dot{p}_k]\,dS$$

(n_k ($k = 1, 2, 3$)— компоненты единичного вектора внешней к S нормали)

Ввиду независимости вариаций $\delta\dot{\sigma}_{kl}$, $\delta\dot{\rho}_{kl}$, $\delta\dot{u}_k$ и $\delta\dot{\tilde{u}}_k$ в объеме v и $\delta\dot{u}_k$, $\delta\dot{\tilde{u}}_k$, $\delta\dot{p}_k$ на поверхности S из равенства $\delta J = 0$ следует

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl} = a_{klmn}\dot{\rho}_{mn} + \eta_{kl},\quad \dot{\varepsilon}_{kl} = a_{klmn}\dot{\sigma}_{mn} + \eta_{kl},\quad \dot{\sigma}_{kl,l} = \dot{\rho}_{kl,l} = 0 \text{ в объеме } v$$

$$\dot{\sigma}_{kl}n_l\,\delta\dot{p}_k = \dot{p}_k,\quad \dot{\rho}_{kl}n_l = 0,\quad \dot{\tilde{u}}_k = \dot{\tilde{u}}_{k*} \text{ на поверхности } S\ (k, l = 1, 2, 3)$$

Таким образом, условиями стационарности функционала (3.1) яв ляются записанные в скоростях физические связи (1.1) и (1.6), включаю щие и уравнения упругой разгрузки, уравнения равновесия и граничны условия для текущих и остаточных наиряжений, также записанные скоростях.

Сформулированный вариационный принцип аналогичен смешанном вариационному принципу для прямых задач теории ползучести [7] только в отличие от последнего в (3.1) варьируется двойной набор пере менных, характеризующих как текущее, так и остаточное (после упруго разгрузки) напряженно-деформированное состояние.

Поскольку условия стационарности функционала (3.1) эквивалентн задаче в скоростях, возникает вопрос об определении компонент напря жений σ_{kl} при $t = 0$ (как отмечалось выше, компоненты ρ_{kl} при $t =$ заданы либо однозначно определяются из заданного распределения ε_k^c при $t = 0$). Заметим, что поле σ_{kl} при $t = 0$ определяется однозначно, чт непосредственно вытекает из (1.7), так как $\Delta\rho_{kl} = 0$ и $\Delta\sigma_{kl}\Delta\eta_{kl} \geqslant$ при $t = 0$ вследствие (1.4).

Предположим, как это обычно принято [7], что связи (1.2) потенци альны, т. е. существует функция $\Phi = \Phi(\sigma_{kl}, q_i)$ такая, что $\eta_{kl} = \partial\Phi/\partial\sigma_{kl}$ (k, $l = 1, 2, 3$). Тогда для нахождения начальных напряжений σ_{kl} можно поступить следующим образом. Из уравнения виртуальных рабо и (1.6) получим

$$\int_S \sigma_{kl0}n_l\dot{\tilde{u}}_{k0}dS = \int_v \sigma_{kl0}\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl0}dv = \int_v \sigma_{kl0}(a_{klmn}\dot{\rho}_{mn0} + \eta_{kl0})\,dv = \int_v \sigma_{kl0}\eta_{kl0}dv,$$

где учтено, что $\int_v a_{klmn}\dot{\rho}_{mn0}\sigma_{kl0}dv = 0$ [1, 2]. Легко видеть, что эти равен ства будут верны и для таких вариаций $\delta\sigma_{kl0}$, которые удовлетворяют урав нениям равновесия, а соответствующие им вариации $\delta\varepsilon_{kl0}^c = a_{klmn}\delta\sigma_{mn0}$— уравнениям совместности деформаций, т. е. $\delta\sigma_{kl0}$ должны быть вариация ми некоторого упругого решения. Тогда

$$\int_S \delta\sigma_{kl0}n_l\dot{\tilde{u}}_{k0}dS = \int_v \delta\sigma_{kl0}\eta_{kl0}dv = \delta\int_v \Phi(\sigma_{kl0}, q_{i0})\,dv$$

(q_{i0} — заданные значения параметров q_i при $t = 0$).

Поскольку, согласно (1.4), функция $\Phi = \Phi(\sigma_{kl0})$ будет выпуклой можно показать, что среди всех упругих полей напряжений истинное на

чальное напряженное состояние σ_{kl0} доставляет минимум функционалу

$$J_0 = \int\limits_v \Phi(\sigma_{kl0})\, dv - \int\limits_S \sigma_{kl0} n_l \dot{\tilde{u}}_{k0} dS \tag{3.2}$$

($\dot{\tilde{u}}_{k0}$ — заданные скорости остаточных перемещений точек поверхности при $t = 0$).

Таким образом, решение исследуемой обратной задачи теории ползучести эквивалентно нахождению стационарного значения функционала (3.1), при этом начальное поле напряжений σ_{kl0} при сделанных выше оговорках минимизирует функционал (3.2). Это открывает возможности для построения приближенных решений задач данного класса.

В качестве примера рассмотрим ту же задачу об изгибе балки, что и в п. 2. В этом случае, как нетрудно показать, функционалы (3.1) и (3.2) имеют вид

$$J = \int\limits_0^{h/2} \left[\dot{\tilde{\varepsilon}}\dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}\dot{\rho} - \frac{1}{E}\dot{\rho}\dot{\sigma} - B\sigma^n(\dot{\sigma} + \dot{\rho})\right] dy; \tag{3.1'}$$

$$J_0 = \int\limits_0^{h/2} \left(\frac{B}{n+1}\sigma_0^{n+1} - \dot{\tilde{\varkappa}}_0\sigma_0 y\right) dy. \tag{3.2'}$$

Задаваясь линейным по y распределением начальных напряжений σ_0, что отвечает упругому решению, и минимизируя (3.2′), найдем $\sigma_0 = \left[\frac{n+2}{3B}\left(\frac{h}{2}\right)^{1-n}\dot{\tilde{\varkappa}}_0\right]^{1/n} y$, это совпадает с аналогичным полем в п. 2. Пользуясь гипотезой плоских сечений и вводя те же безразмерные величины, что и в п. 2, из (3.1′) получим, что с точностью до постоянного множителя

$$J = \int\limits_0^1 \left\{\frac{\dot{\tilde{\psi}}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\xi\dot{\sigma} + \frac{\dot{\psi}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\xi\dot{\rho} - \frac{n+2}{3}[\dot{\rho}\dot{\sigma} + \sigma^n(\dot{\sigma} + \dot{\rho})]\right\} d\xi \tag{3.3}$$

(σ, ρ — безразмерные напряжения). Легко видеть, что условия стационарности (3.3), где независимыми переменными являются $\dot{\psi}$, $\dot{\sigma}$ и $\dot{\rho}$, совпадают с соотношениями (2.1′)—(2.3′).

Пусть, как и прежде, остаточная кривизна нарастает с постоянной скоростью, т. е. $\dot{\tilde{\psi}} = \dot{\tilde{\psi}}_0$. Зададимся распределением напряжений в виде комбинации упругого ($\sigma = \xi$, $\rho = 0$) и установившегося (2.9) с сохранением равенства (2.4):

$$\sigma = (\alpha + \gamma)\xi + \beta\xi^{1/n},\ \rho = \gamma\xi + \beta\xi^{1/n}, \tag{3.4}$$

где α, β, γ — неизвестные функции времени:

$$\alpha(0) = 1,\ \gamma(0) = \beta(0) = 0. \tag{3.5}$$

Заметим, что при $\tau \to \infty$ $\alpha = -\gamma = \frac{3n}{2n+1}\left(\frac{3}{n+2}\right)^{1/n}$, $\beta = \left(\frac{3}{n+2}\right)^{1/n}$, как это следует из (2.9).

Подставляя (3.4) в (3.3) и учитывая, что $\dot{\tilde{\psi}} = \dot{\tilde{\psi}}_0$, имеем

$$J = \frac{\dot{\alpha} + \dot{\gamma}}{3} + \frac{n}{2n+1}\dot{\beta} + \frac{\dot{\psi}}{\dot{\tilde{\psi}}_0}\left(\frac{\dot{\gamma}}{3} + \frac{n}{2n+1}\dot{\beta}\right) -$$

$$- \frac{n+2}{3}\left[\frac{\dot{\gamma}(\dot{\alpha} + \dot{\gamma})}{3} + \frac{n}{2n+1}\dot{\beta}(\dot{\alpha} + 2\dot{\gamma}) + \frac{n}{n+2}\dot{\beta}^2\right] -$$

$$- \frac{n+2}{3}\int\limits_0^1 [(\alpha + \gamma)\xi + \beta\xi^{1/n}]^n [(\dot{\alpha} + 2\dot{\gamma})\xi + 2\dot{\beta}\xi^{1/n}]\, d\xi.$$

Приравнивая нулю вариацию δJ, вычисленную в предположении, что независимо варьируются $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ и $\dot{\psi}$, т. е. полагая $\partial J/\partial\dot{\alpha} = \partial J/\partial\dot{\beta} = \partial J/\partial\dot{\gamma} = \partial J/\partial\dot{\psi} = 0$, придем к системе уравнений, которая после несложных преобразований примет вид

$$(3.6)\quad \frac{\dot{\psi}}{\dot{\tilde{\psi}}_0} = 1 + \frac{n+2}{3}\dot{\alpha},\ \dot{\gamma} = -\frac{3n}{2n+1}\dot{\beta},\ (n+2)\int_0^1 [(\alpha+\gamma)\xi + \beta\xi^{1/n}]^n \xi\, d\xi = 1,$$

$$\frac{n}{2n+1} - \frac{n(n-1)^2}{3(2n+1)^2}\dot{\beta} - \frac{n+2}{3}\int_0^1 [(\alpha+\gamma)\xi + \beta\xi^{1/n}]^n\, \xi^{1/n}\, d\xi = 0.$$

Согласно (3.5), первое из соотношений (3.6) эквивалентно (2.10), а второе — равенству $\gamma = -3n\beta/(2n+1)$, подставляя которое в оставшиеся два соотношения (3.6) и дифференцируя по τ третье, получим систему уравнений относительно функций $\alpha = \alpha(\tau)$ и $\beta = \beta(\tau)$:

$$(3.7)\qquad \dot{\beta} = \frac{3(2n+1)^2}{n(n-1)^2}\left(\frac{n}{2n+1} - \frac{n+2}{3}\int_0^1 f_1^n \xi^{1/n} d\xi\right),$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\beta}\left[\int_0^1 \left(\frac{3n}{2n+1}\xi - \xi^{1/n}\right) f_1^{n-1}\xi\, d\xi\right] \Bigg/ \int_0^1 f_1^{n-1}\xi^2\, d\xi$$

$$\left(f_1 = \alpha\xi + \beta\left(\xi^{1/n} - \frac{3n}{2n+1}\xi\right)\right).$$

Система (3.7) с начальными условиями (3.5) интегрировалась тем же методом и с тем же шагом $\Delta\tau$, что и система (2.8). На рисунке штриховыми линиями изображены графики $\alpha = \alpha(\tau)$ при $n = 3, 5, 9$. (В силу равенства $\gamma = -3n\beta/(2n+1)$ выполнено условие (2.3′), следовательно, α имеет тот же смысл, что и в п. 2, т. е. характеризует изгибающий момент, поскольку $\alpha = 3\int_0^1 \sigma\xi\, d\xi$.) Как видно из графиков, различие между значениями α, отвечающими решению задачи в точной постановке и полученными с использованием смешанного вариационного принципа, небольшое, хотя и увеличивается с ростом n. Различие в эпюрах напряжений σ и ρ более заметно. Причем для решения, соответствующего системе (3.7), характерно более быстрое перераспределение напряжений от упругого до установившегося (2.9). Эти эпюры здесь не приводятся, так как нас интересует только α, поскольку именно она характеризует искомое внешнее воздействие.

4. Как уже отмечалось выше, рассматриваемый класс обратных задач может быть распространен и на случай изгиба пластин при ползучести, когда прогибы много меньше толщины пластины. В частности, при обычных граничных условиях [2] может быть доказана теорема единственности решения задачи о нахождении внешних нагрузок, обеспечивающих заданный остаточный прогиб $\tilde{w} = \tilde{w}(x_1, x_2, t)$, если определяющие уравнения материала пластины имеют вид (1.1)—(1.3) с ограничением (1.4) и при $t = 0$ заданы распределения деформаций ползучести ε_{kl}^c и значений q_i. Доказательство повторяет приведенное в п. 1 с использованием уравнения виртуальных работ, полученного в [2].

Этот же класс задач допускает вариационную формулировку. Например, можно показать, что условия стационарности функционала (3.1), где второй интеграл надо опустить, а в первом распространить интегрирование по всему объему пластины, сведутся к следующим, записанным в скоростях равенствам: соотношениям (1.1), (1.6), уравнению равновесия моментов $\tilde{M}_{kl}$, отвечающих остаточным напряжениям ($\dot{\tilde{M}}_{kl,kl} = 0$),

к граничным условиям, соответствующим свободному от нагрузок кон-
уру пластины после разгрузки.

Сложнее обстоит дело с геометрически нелинейными задачами, когда
рогибы пластины могут значительно превышать ее толщину. Такого рода
адачи встречаются в обработке материалов давлением в режиме ползу-
ести, когда речь идет о получении заданных остаточных прогибов, кото-
ые и определяют в основном остаточную форму пластины [6]. В этом
лучае уже не удается доказать теорему единственности, т. е. по заданным
статочным прогибам и граничным условиям, вообще говоря, нельзя
днозначно восстановить внешние нагрузки. (Подобная ситуация имеет
есто и в прямых геометрически нелинейных задачах теории ползучести
7].) Тем не менее при некоторых ограничениях и эта обратная задача
опускает вариационную формулировку, которую рассмотрим ниже.

Пусть пластина занимает область S плоскости x_1Ox_2, ограниченную
онтуром Г. Задача состоит в нахождении внешних сил, необходимых для
олучения текущего остаточного прогиба $\tilde{w} = \tilde{w}(x_1, x_2, t)$, $\tilde{w}(x_1, x_2, 0) = 0$.
редположим, что эти внешние нагрузки невелики, так что упругое
аспружинивание» [2, 6] $w_* = w - \tilde{w}$ много меньше $\tilde{w}$. Тогда для те-
щих и остаточных деформаций имеем [2]

$$\varepsilon_{kl} = (1/2)(u_{k,l} + u_{l,k}) + (1/2)(\tilde{w} + w_*)_{,k}(\tilde{w} + w_*)_{,l} - \tag{.1}$$
$$- z(\tilde{w} + w_*)_{,kl} \approx (1/2)(u_{k,l} + u_{l,k}) + (1/2)(\tilde{w}_{,k}\tilde{w}_{,l} + \tilde{w}_{,k}w_{*,l} +$$
$$+ \tilde{w}_{,l}w_{*,k}) - z(\tilde{w} + w_*)_{,kl}, \quad \tilde{\varepsilon}_{kl} = (1/2)(\tilde{u}_{k,l} + \tilde{u}_{l,k}) +$$
$$+ (1/2)\tilde{w}_{,k}\tilde{w}_{,l} - z\tilde{w}_{,kl} \qquad (k,l = 1, 2)$$

$_k$, $\tilde{u}_k$ — компоненты текущих и остаточных перемещений в плоскости
астины).

Заметим, что предположение $|w_*| \ll |\tilde{w}|$ неверно при малых значени-
t. Однако в силу малости внешних сил основной вклад в деформацию
дут давать изгибные деформации, а нелинейными членами в (4.1) при
лых t можно пренебречь, т. е.

$$(\tilde{w} + w_*)_{,k}(\tilde{w} + w_*)_{,l} \approx \tilde{w}_{,k}\tilde{w}_{,l} + \tilde{w}_{,k}w_{*,l} + \tilde{w}_{,l}w_{*,k} \approx 0.$$

Предположим, что на контуре Г заданы остаточные перемещения
$_*$. Тогда функционал, аналогичный (3.1), запишем в виде

$$J = \int_{-h/2}^{h/2}\int_S \Big[\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl}\dot{\sigma}_{kl} + \dot{\varepsilon}_{kl}\dot{\rho}_{kl} + \rho_{kl}\dot{\tilde{w}}_{,k}\dot{w}_{*,l} - a_{klmn}\dot{\rho}_{kl}\dot{\sigma}_{mn} - \tag{2}$$
$$- \eta_{kl}(\dot{\sigma}_{kl} + \dot{\rho}_{kl})\Big]dx_1\,dx_2\,dz - \int_\Gamma \dot{p}_k(\dot{\tilde{u}}_k - \dot{\tilde{u}}_{k*})\,ds,$$

е h — толщина пластины; s — длина дуги контура Г; ε_{kl} и $\tilde{\varepsilon}_{kl}$ определе-
в (4.1). В (4.2) суммирование по повторяющимся индексам ведется
1 до 2.

В функционале (4.2) независимо варьируются $\dot{\sigma}_{kl}$, $\dot{\rho}_{kl}$, $\dot{u}_k$, $\dot{\tilde{u}}_k$ и $\dot{w}_*$.
уская выкладки, аналогичные изложенным в [2, 5], приведем оконча-
тьное выражение

$$\delta J = \int_{-h/2}^{h/2}\int_S \Big[(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl} - a_{klmn}\dot{\rho}_{mn} - \eta_{kl})\delta\dot{\sigma}_{kl} + (\dot{\varepsilon}_{kl} - a_{klmn}\dot{\sigma}_{mn} - \eta_{kl}) \times$$
$$\times \delta\dot{\rho}_{kl}\Big]dx_1dx_2dz - \int_S \Big\{\dot{N}_{kl,l}\delta\dot{\tilde{u}}_k + \dot{\tilde{N}}_{kl,l}\delta\dot{u}_k + [(\tilde{N}_{kl,l}\tilde{w}_{,k})^{\cdot} +$$
$$+ (\tilde{N}_{kl}\tilde{w}_{,kl} + \tilde{M}_{kl,kl})^{\cdot}]\,\delta\dot{w}_*\Big\}\,dx_1\,dx_2 + \int_\Gamma \Big\{(\dot{N}_{kl}n_l - \dot{p}_k)\delta\dot{\tilde{u}}_k + \dot{\tilde{N}}_{kl}n_l\delta\dot{u}_k +$$
$$+ \big[(\tilde{N}_{kl}n_l\tilde{w}_{,k})^{\cdot} + \dot{\tilde{Q}} + \partial\dot{\tilde{H}}/\partial s\big]\delta\dot{w}_* - \dot{\tilde{G}}\partial\delta\dot{w}_*/\partial n - (\dot{\tilde{u}}_k - \dot{\tilde{u}}_{k*})\delta\dot{p}_k\Big\}\,ds.$$

Здесь N_{kl} — мембранные усилия, отвечающие полю σ_{kl}; $\widetilde{N}_{kl}$ и $\widetilde{M}_{kl}$ — мембранные усилия и моменты, соответствующие полю ρ_{kl}; $\widetilde{Q} = \widetilde{M}_{kl,l}n_l$, $\widetilde{H} = \widetilde{M}_{kl}n_k t_l$; $\widetilde{G} = \widetilde{M}_{kl}n_k n_l$; n_k, t_k $(k = 1, 2)$ — компоненты единичных векторов нормали и касательной к контуру Г.

Следовательно, равенство $\delta J = 0$ эквивалентно физическим уравнениям (1.1) и (1.6) в скоростях, уравнениям равновесия для текущих и остаточных величин

$$\dot{N}_{kl,l} = \dot{\widetilde{N}}_{kl,l} = 0 \quad (k = 1, 2), \quad (\widetilde{N}_{kl}\widetilde{w}_{,kl} + \widetilde{M}_{kl,kl})^{\cdot} = 0; \tag{4.3}$$

граничным условиям на Г

$$\dot{N}_{kl}n_l = \dot{p}_k, \quad \dot{\widetilde{N}}_{kl}n_l = 0, \quad \dot{\widetilde{Q}} + \partial\dot{\widetilde{H}}/\partial s = \dot{\widetilde{G}} = 0, \quad \dot{\widetilde{u}}_k = \dot{\widetilde{u}}_{k*} \quad (k = 1, 2) \tag{4.4}$$

В (4.3), (4.4) использовались равенства $\widetilde{N}_{kl,l} = 0$ и $\widetilde{N}_{kl}n_l = 0$ на Г при $t = 0$. В частности, из граничных условий вытекает, что после разгрузки контур Г полностью свободен от внешних нагрузок.

Если остаточные перемещения $\widetilde{u}_k$ не заданы на Г, то в (4.2) надо опустить интеграл по Г. В этом случае равенство $\delta J = 0$ эквивалентно тем же соотношениям (1.1), (1.6) в скоростях и уравнениям равновесия (4.3), а в граничных условиях (4.4) надо убрать последнее, а первое заменить на $\dot{N}_{kl}n_l = 0$.

Нахождение начального поля напряжений σ_{kl0}, как и в п. 3, сводится к минимизации функционала типа (3.2) при условии существования потенциала ползучести $\Phi = \Phi(\sigma_{kl}, q_i)$. При этом, как уже отмечалось выше, считаем, что при $t = 0$ нагрузки малы и основными будут деформации изгиба, т. е. деформациями срединной плоскости пластины пренебрегается. Повторяя ход рассуждений п. 3 и используя уравнение виртуальных работ из [2], легко показать, что среди всех возможных упругих полей напряжений истинное начальное напряженное состояние σ_{kl0} минимизирует функционал

$$J_0 = \int_{-h/2}^{h/2}\int_S \Phi(\sigma_{kl0})\,dx_1\,dx_2\,dz - \int_S \dot{\widetilde{w}}_0 q_0 dx_1\,dx_2 - \\ - \int_\Gamma \left[(Q_0 + \partial H_0/\partial s)\,\dot{\widetilde{w}}_0 - G_0\,\partial\dot{\widetilde{w}}_0/\partial n\right] ds, \tag{4.5}$$

где $q_0 = -M_{kl0,kl}$; Q_0, H_0, G_0 выражаются через M_{kl0} соотношениями, приведенными выше; M_{kl0} — моменты, отвечающие полю σ_{kl0}; $\dot{\widetilde{w}}_0$ — заданная начальная скорость изменения остаточного прогиба. При выводе (4.5) использовались равенства $\dot{\widetilde{Q}} + \partial\dot{\widetilde{H}}/\partial s = \dot{\widetilde{G}} = 0$ на Г при $t = 0$, которые, в частности, входят в (4.4) и соответствуют свободному от нагрузки контуру после разгрузки.

Таким образом, рассмотренный класс обратных задач теории ползучести о нахождении внешних нагрузок, которые обеспечивают заданную остаточную форму тела или пластины, допускает вариационную формулировку как в геометрически линейной, так и (при дополнительном предположении о малости внешних нагрузок) нелинейной постановке. Это является основой для построения алгоритмов численного решения подобных задач, которые относятся к задачам обработки материалов давлением в режиме ползучести.

Автор благодарит И. В. Сухорукова за проведенные вычисления на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Цвелодуб И. Ю.** Обратная задача теории ползучести для неупрочняющегося тела // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР.— 1984.— Вып.
2. **Цвелодуб И. Ю.** Некоторые обратные задачи изгиба пластин при ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1985.— № 5.

3. **Цвелодуб И. Ю.** Обратная задача о деформировании мембраны в условиях ползучести // ПМТФ.— 1985.— № 5.
4. **Цвелодуб И. Ю.** Об одной обратной задаче теории ползучести // Изв. АН АрмССР. Механика.— 1987.— № 3.
5. **Цвелодуб И. Ю.** Об одной обратной задаче изгиба пластин при ползучести // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР.— 1987.— Вып. 80.
6. **Цвелодуб И. Ю.** Об оптимальных путях деформирования в условиях ползучести. Некоторые приложения к задачам обработки материалов давлением // Изв. АН СССР. МТТ.— 1987.— № 6.
7. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
8. **Цвелодуб И. Ю.** Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук.— Новосибирск, 1987.

Поступила 12/VII 1988 г.

УДК 533.6.011 : 533.231.4

ВЛИЯНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ — ТЕЙЛОРА НА РАДИАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЗРЫВА ВВ В ВОЗДУХЕ

В. Б. Рождественский, Б. Д. Христофоров, В. Л. Юрьев

(Москва)

В [1] теоретически показано, что граница раздела между продуктами взрыва ПВ) и газом за фронтом ударной волны (УВ) размывается, когда плотность ПВ существенно выше плотности газа, из-за развития неустойчивости Рэлея — Тейлора. В [2] исследовано ее влияние на параметры ионизированного газа в экспериментах с цилиндрическим взрывом. Показано, что из-за перемешивания ПВ и нагретого газа а фронтом УВ его электропроводность может снижаться на два порядка. Из-за большой оптической прозрачности воздуха в УВ при низких температурах [3, 4] его перемешивание с непрозрачными ПВ может существенно изменить оптические и радиационные характеристики взрыва. В связи с этим проведены экспериментальные исследования радиационных характеристик взрыва в воздухе сферических зарядов ВВ различным составом ПВ.

Опыты проводились во взрывной камере объемом около 100 м^3 с прессованными зарядами тэна плотностью 1,6 г/см^3 и массой 2,8 и 11 г : ТГ 50×50 плотностью 1,45 г/см^3 и массой 11 г. Детонатором служила малая навеска азида свинца, помещенная в центре заряда. ПВ тэна газообразны из-за положительного кислородного баланса ВВ, а у ТГ 50×50 они содержат твердый углерод [5].

Развитие светящейся области взрыва фотографировалось высокоскоростной камерой СФР-2М в варианте лупы времени. При взрыве тэна также проводилась фотографическая регистрация в параллельном пучке проходящего света теневым методом. Для измерения излучаемой взрывом энергии в функции времени применялись пироэлектрические датчики с равномерной спектральной чувствительностью в диапазоне от 0,04 до ,1 мкм [6]. Погрешность таких измерений около 10 %. На рис. 1, —*в* приведены фотографии развития взрывов тэна массой 2,8 г, тэна и ТГ 0×50 массой 11 г соответственно. Время между кадрами на рис. 1, *б*, *в* — 6 мкс. На теневой фотографии (рис. 1, *а*) отчетливо видны границы непрозрачной области, занятой ПВ, а светящаяся собственным светом область неоднородна, причем свечение дольше происходит по краям кадра, где больше толщина сжатого в УВ газа. Поэтому на снимке (рис. 1, *б*) в варианте лупы времени светящаяся область быстро принимает форму кольца. При взрыве ТГ 50×50 (рис. 1, *в*) источник излучения в отличие от взрыва тэна имеет форму круга.

Различие в характере свечения взрывов тэна и ТГ 50×50 указывает на то, что последний ближе к черному излучателю. Перемешивание ПВ с воздухом за фронтом УВ, начинающееся вследствие неустойчивости Рэлея — Тейлора, фактически является единственным процессом, который может приводить к отмеченному эффекту. Согласно [7], температура ПВ много меньше, чем воздуха в УВ. Поэтому при перемешивании температу-