



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

E. I. Asinovskii, E. N. Oleinikova, A. L. Khomkin, Van der Waals model of thermal dusty plasma,  
*TVT*, 2001, Volume 39, Issue 6, 853–857

<https://www.mathnet.ru/eng/tvt1987>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.88

April 23, 2025, 21:58:15



ИССЛЕДОВАНИЕ  
ПЛАЗМЫ

УДК 533.95

ВАН-ДЕР-ВААЛЬСОВА МОДЕЛЬ  
ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ

© 2001 г. Э. И. Асиновский, Е. Н. Олейникова, А. Л. Хомкин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Поступила в редакцию 25.01.2001 г.

Предложена ван-дер-ваальсова модель пылевой плазмы, позволяющая установить фазовую диаграмму системы пылевых частиц со свободными границами в термической плазме.

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема образования пылевых структур в плазме активно обсуждается в последнее время [1]. Для теории одним из ключевых является вопрос о взаимодействии пылинок, помещенных в плазму. Существование космических облаков и колец больших планет свидетельствует о наличии сил притяжения между частичками пыли. В лабораторных условиях получить конденсированное или кристаллическое образование из пылевых частиц со свободными границами пока не удается. В работе [2] впервые в объеме термической плазмы при атмосферном давлении и температурах 1700–2200 К были измерены парные корреляционные функции пылевых частиц (см. рис. 1).

Их вид указывает на существование притяжения между пылевыми частицами, поскольку корреляционные функции имеют ярко выраженную тенденцию к возникновению максимума на расстояниях между пылевыми частицами  $\leq 10$  мкм. Такой вывод можно сделать, если воспользоваться первым приближением для корреляционной функции  $g(r)$

$$g(r) = \exp\left(-\frac{V(r)}{kT}\right), \quad (1)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура;  $V(r)$  – потенциал взаимодействия двух пылевых частиц. По виду функций  $g(r)$ , полученных в эксперименте (см. кривую 3 на рис. 1), можно предположить, что потенциал взаимодействия пылевых частиц имеет характерный леннард-джонсоновский вид с притяжением на больших расстояниях и отталкиванием на малых. Для удобства анализа измеренные корреляционные функции разнесены по оси ординат с привязкой нуля соответственно к единице для кривой 2 и к двум для кривой 3. По оценкам [2], степень неидеальности пылевой плазмы в режиме 3 больше, чем в режиме 2.

Расчет потенциала взаимодействия между пылевыми частицами является весьма сложной задачей, поскольку пылинки, помещенные в плазму,

заряжаются плазмой и сильно с ней связаны экранирующим облаком. В данной работе для расчета потенциала взаимодействия пылевых частиц в плазме использована модель [3], основанная на вычислении ван-дер-ваальсова притяжения между пылевыми частицами, окруженными экранирующим зарядом частиц плазмы. Дано качественное объяснение результатам [2]. Высказано предположение и сделаны соответствующие оценки эффекта образования молекул из пылевых частиц, их возможной конденсации и кристаллизации в равновесной плазме со свободными границами.

**1. Дальнодействующий потенциал взаимодействия между пылевыми частицами.** Пылевая частица, помещенная в плазму, заряжается. Знак заряда может быть как отрицательным (холодные частицы в тлеющем разряде), так и положительным (нагретые частицы в термически равновесной плазме). Помещенный в плазму заряд экранируется на расстояния порядка дебаевского радиуса.

$$r_d = \sqrt{\frac{kT}{4\pi(n_e + n_i)e^2}}. \quad (2)$$

Здесь  $n_e, n_i$  – концентрации электронов и ионов плазмы;  $e$  – заряд электрона.

Таким образом, пылевую частицу, помещенную в плазму вместе с экранирующим облаком, можно рассматривать как нейтральное образование, во многом напоминающее обычный атом, где аналогом ядра является положительно заряженная пылевая частица, а роль внешних электронов играют избыточные отрицательно заряженные частицы плазмы, экранирующие заряд пылевой частицы. В целом это образование можно считать нейтральным и находящимся в электронейтральной плазме. Будем в дальнейшем называть его макроатомом [3].

Макроатом является макроскопическим образованием, содержащим большое число частиц. Так, при заряде пылинки  $10^3$ – $10^4$  зарядов электронов ее сопровождает такое же число избыточных

зарядов плазмы, которое, в свою очередь, участвует в тепловом движении и постоянно меняется с частицами плазмы. В работах [4, 5] были вычислены вклады в потенциал взаимодействия между пылевыми частицами, возникающие за счет перекрытия экранирующих облаков пылевых частиц. Потенциальные кривые имеют минимум и экспоненциально затухают на расстояниях, больших  $r_a$ . Если продолжить аналогию с атомом, этому вкладу соответствует взаимодействие, возникающее за счет перекрытия внешних электронных оболочек атомов.

В данной работе, следуя [3], рассмотрим вандер-ваальсову компоненту взаимодействия между макроатомами (по аналогии с взаимодействием между обычными атомами), возникающую за счет пространственных колебаний экранирующего облака и пылевой частицы друг относительно друга. Образующиеся при таких флуктуациях диполи взаимодействуют друг с другом посредством диполь-дипольного взаимодействия [6]

$$\Phi_{ab}(r) = \frac{Z^2 e^2 r_a r_b}{r_{ab}^2} \times \quad (3)$$

$$\times [-\cos\theta_a \cos\theta_b + \sin\theta_a \sin\theta_b \cos(\varphi_b - \varphi_a)].$$

В (3)  $Ze$  – средний заряд пылевой частицы;  $r_a, r_b$  – амплитуды смещений заряда в макроатомах  $a$  и  $b$ ;  $r_{ab}$  – их взаимное расстояние;  $\theta_a, \varphi_a$  и  $\theta_b, \varphi_b$  – сферические координаты смещений  $r_a$  и  $r_b$ . В плазме диполь-дипольное взаимодействие экранируется так же, как кулоновское взаимодействие между зарядами. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе [7], вернемся к нему при обсуждении конкретных экспериментов.

За счет тепловых флуктуаций ориентация возникающих диполей и амплитуда смещений непрерывно меняются и энергия взаимодействия двух макроатомов есть результат усредненного по таким флуктуациям потенциала взаимодействия (3).

Ввиду еще большей, чем в атоме, разницы масс экранирующих электронов и ядра (пылевой частицы), естественно использовать адиабатическое приближение, считая ядра покоящимися и проводя усреднение лишь по тепловым флуктуациям экранирующего облака.

Введем потенциал средней силы  $V_{ab}(r)$ , описывающий взаимодействие двух макроатомов, помещенных в термически равновесную плазму:

$$V_{ab}(r) = \langle \Phi_{ab}(r) e^{-\beta\Phi_{ab}(r)} \rangle. \quad (4)$$

Больцмановская экспонента в (4) учитывает тот факт, что ориентация диполей с взаимным притяжением термодинамически более выгодна.

Процедура усреднения в (4) описывается соотношением

$$\langle \dots \rangle = \int \frac{\sin\theta_a d\theta_a d\varphi_a}{4\pi} \int \frac{\sin\theta_b d\theta_b d\varphi_b}{4\pi} \times \\ \times \int dr_a \omega(r_a) \int dr_b \omega(r_b) \dots,$$

в котором  $\omega(r) = \sqrt{4\beta k/\pi} e^{-\beta k r^2/2}$  – нормированная на единицу функция распределения амплитуды колебаний осцилятора;  $k$  – коэффициент упругих колебаний экранирующего облака электронов относительно пылевой частицы;  $\beta = 1/kT$  – обратная температура. Проведя необходимые усреднения, во втором порядке по потенциалу взаимодействия получим

$$V_{ab}(r) = -\beta \langle \Phi_{ab}^2(r) \rangle = -\frac{\beta Z^4 e^4}{r_{ab}^6} \frac{2}{(\beta k)^{2/3}}. \quad (5)$$

Как и в случае межатомного взаимодействия, усреднение по углам линейного члена разложения (4) по потенциалу взаимодействия обращается в нуль. Коэффициент  $2/3$  появляется в результате усреднения квадрата угловой скобки в (3). Осталось вычислить коэффициент упругих колебаний  $k$ . Для его расчета воспользуемся простейшей моделью равномерно заряженного слоя, который будет описывать экранирующее облако пылевой частицы. Слой имеет заряд  $Ze$  и толщину  $r_s$  порядка дебаевского радиуса, отсчитываемую от поверхности пылевой частицы радиуса  $R$ . Потенциал, создаваемый таким слоем с плотностью заряда  $\rho_0$ , имеет вид  $\Delta U(r) = 2\pi\rho_0 r^2$ , где  $r$  – величина смещения экранирующего облака из (3). Для коэффициента упругих колебаний  $k$  имеем

$$k = 4\pi\rho_0 Ze, \quad (6)$$

$$\rho_0 = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi[(R+r_s)^3 - R^3]}. \quad (7)$$

Окончательно для энергии взаимодействия двух макроатомов получим

$$V(r) = -\frac{2}{27\beta} \left(\frac{R_0}{r}\right)^6 = -G \left(\frac{R_0}{r}\right)^6, \quad (8)$$

где  $R_0$  определяется соотношением

$$R_0 = [(R+r_s)^3 - R^3]^{1/3}. \quad (9)$$

Потенциал средней силы (8) не зависит от заряда пылевой частицы и определяется лишь температурой, размером пылевой частицы и длиной экранировки.

**2. Потенциал взаимодействия двух пылевых частиц.** Потенциальная энергия взаимодействия двух отрицательно заряженных пылевых частиц

на малых расстояниях носит характер отталкивания и описывается потенциалом Юкавы [1]

$$V(r) = \frac{Z^2 e^2}{r} e^{-(r-R)/r_d}. \quad (10)$$

Таким образом, необходимо интерполировать выражения (8) и (10) на расстояниях  $R < r < R + r_d$ .

В соответствии с (10) вблизи пылевой частицы  $(r - R) \ll r_d$  потенциал взаимодействия имеет характер отталкивания, а на больших расстояниях  $r > (R + r_d)$  – характер притяжения (8). Естественно ожидать, что в промежуточной области он будет иметь минимум. Для установления параметров этого минимума воспользуемся следующим приемом.

Предположим, что в области  $R < r < (R + r_d)$  потенциал имеет функциональную форму потенциала Леннарда-Джонса

$$V(r) = 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]. \quad (11)$$

Для определения двух неизвестных констант  $\varepsilon$  и  $\sigma$  потребуем, чтобы на больших расстояниях он совпадал с потенциалом (8)

$$4\varepsilon\sigma^6 = GR_0^6, \quad (12)$$

а на пылевой частице при  $r = R$  совпадал со значением потенциала (10)

$$4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{R} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{R} \right)^6 \right] = \frac{Z^2 e^2}{R}. \quad (13)$$

Решая уравнения (12) и (13), получим для констант  $\varepsilon$  и  $\sigma$  соотношения

$$\sigma = R \left[ 1 + \frac{Z^2 e^2}{GR} \left( \frac{R}{R_0} \right)^6 \right]^{1/6}, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{G}{4} \frac{(R_0/R)^6}{1 + \frac{Z^2 e^2}{GR} \left( \frac{R}{R_0} \right)^6}. \quad (15)$$

Сделаем некоторые оценки для условий эксперимента [2]. Для этого воспользуемся данными о концентрации плазмы, размере и заряде пылевых частиц, приведенными в [8] и приблизительно соответствующими условиям измерения корреляционной функции 3 на рис. 1. При температуре плазмы  $T = 1700$  К и концентрации зарядов  $n_e = 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$  для пылевых частиц размером  $10^{-4} \text{ см}$  с зарядом  $Z = 1500$  имеем (все длины в см)

$$r_d = 1 \times 10^{-3}, \quad R_0 = 4 \times 10^{-4}, \quad \sigma = 2.1 \times 10^{-4}, \quad (16)$$

$$r_{\min} = 2^{1/6} \sigma = 2.3 \times 10^{-4}, \quad \varepsilon/kT = 1.02.$$

В (16)  $r_{\min}$  – координата минимума потенциальной энергии, Эффективный размер экранирующе-

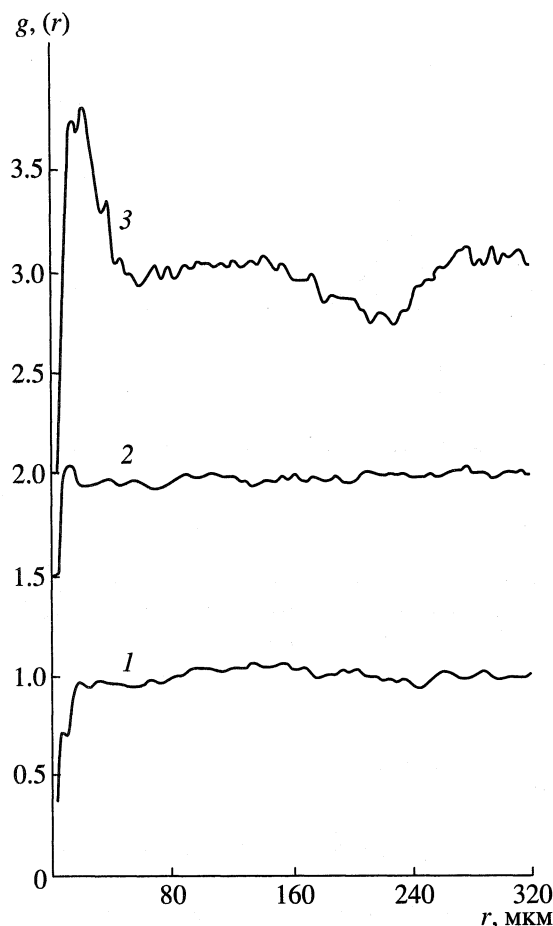


Рис. 1. Экспериментальные корреляционные функции пылевых частиц в термической плазме [2]: 1 –  $T = 300$ , 2 – 2100, 3 – 1700 К.

го облака  $r_3$ , входящий в определение электронной плотности (7), принят равным  $r_d/3$ , что приближенно учитывает неоднородность распределения электронов вблизи пылевой частицы. Сделанные оценки показывают, что флуктуационное взаимодействие двух пылевых частиц является существенным и может, в принципе, привести к образованию “макромолекул” – двух спаренных пылевых частиц. Поскольку дебаевский радиус  $r_d$  оказывается значительно больше характерного радиуса взаимодействия  $r_{\min}$  “макроатомов”, экранировкой диполь-дипольного взаимодействия [7] в данном случае можно пренебречь.

Полученные значения  $\sigma$  и  $\varepsilon$  позволяют сделать оценки критических параметров перехода системы пылевых частиц из газовой в жидкую и твердую фазы. Эти параметры (критическая температура и плотность  $T_c, n_c$ , температура в тройной точке  $T_{tr}$ ) связаны с параметрами  $\sigma$  и  $\varepsilon$  соотношениями [6, 9], следующими из законов подобия для леннард-джонсоновских газов

$$T_c = 1.3\varepsilon/k, \quad n_c = 1/2.96\sigma^3, \quad T_{tr} = 0.58\varepsilon/k.$$

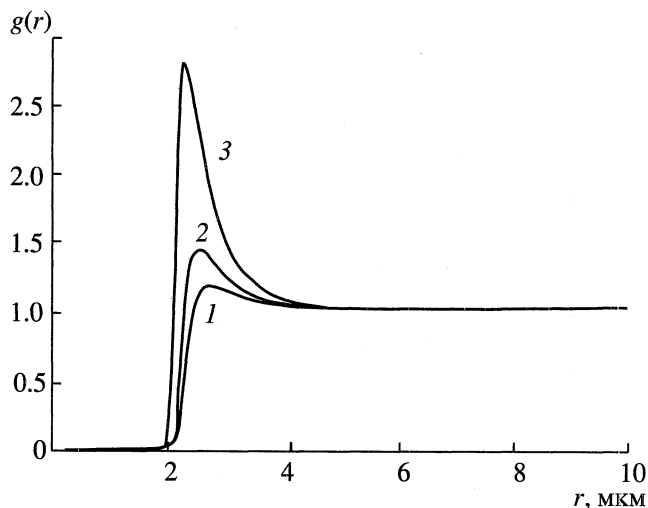


Рис. 2. Корреляционные функции пылевых частиц, рассчитанные в данной работе при  $T = 1700$  К,  $Z = 1500$ ,  $1 - n_e = 6 \times 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $2 - 5 \times 10^{10}$  см $^{-3}$ ,  $3 - 4 \times 10^{10}$  см $^{-3}$ .

Оценка для вышеуказанных условий приводит к значениям

$$T_c = 2254 \text{ К}, \quad T_{tr} = 1006 \text{ К}, \quad n_c = 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}.$$

Таким образом, рассмотренная система пылевых частиц (макроатомов) находится при температуре ниже критической, но выше тройной, следовательно, находится в газовой фазе ( $n_d < n_c$ , где  $n_d$  – концентрация пылевых частиц). В таком случае система пылевых частиц представляет собой смесь макроатомов и макромолекул.

Оценим степень ассоциации макроатомов. Для константы равновесия имеем [10]

$$K = n_d \sigma^3 2.62 \sqrt{kT/\epsilon} e^{\epsilon/kT}.$$

При плотности пылевых частиц  $n_d = 10^8$  см $^{-3}$ ,  $R = 1.5 \times 10^{-4}$  см $^{-3}$ ,  $Z = 1500$ ,  $n_e = 4 \times 10^{10}$  см $^{-3}$  константа ассоциации будет равна  $\beta = 0.13$ . Таким образом, 13% пылевых частиц в рассматриваемых условиях оказываются связанными в макромолекулы.

На рис. 2 приведены результаты расчета корреляционной функции пылевых частиц по формулам (1), (11), (14), (15) для условий, близких к экспериментальным [2]:  $T = 1700$  К,  $R = 1 \times 10^{-4}$  см,  $Z = 1500$  – и трех значений концентрации зарядов плазмы:  $n_e = 4 \times 10^{10}$ ,  $5 \times 10^{10}$ ,  $6 \times 10^{10}$  см $^{-3}$ . Отчетливо виден максимум корреляционной функции и динамика его появления. Экспериментальная корреляционная функция (кривая 3, рис. 1) имеет более размытый максимум при расстояниях поряд-

ка 10 мкм. По мнению авторов, это может быть связано со значительным разбросом пылевых частиц по размерам, что в соответствии с соотношениями (14), (15) будет менять положение и форму максимума корреляционной функции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в предлагаемой работе результаты свидетельствуют о качественном согласии с данными эксперимента [2]. Использование потенциала Юкавы (10) в формуле (1) не может объяснить результаты [2]. Ван-дер-ваальсова составляющая и интерполяционное выражение для энергии взаимодействия двух пылевых частиц, находящихся в термически равновесной плазме, дает разумное описание экспериментальных корреляционных функций. Найдена степень ассоциации пылевых макроатомов в макромолекулы. Выполнена оценка критических параметров (температуры и плотности) перехода системы пылевых частиц из газовой в конденсированную фазу. Следует отметить, что данные результаты получены в предположении, что температура плазмы, заряд пылевой частицы и концентрация зарядов являются независимыми параметрами. На самом деле это не совсем так. Средний заряд пылевой частицы и концентрация зарядов термической плазмы являются функциями внешних параметров – давления, температуры, исходного состава плазмы и размера вбрасываемых в плазму частиц. Тем не менее в узком диапазоне параметров, соответствующих экспериментальным условиям [2], полученные результаты справедливы.

Предложенная в данной работе ван-дер-ваальсова модель пылевой плазмы, в принципе, позволяет установить фазовую диаграмму системы пылевых частиц со свободными границами в термической плазме. Поиск возможных условий существования пылевого кристалла и пылевой капли в термической плазме потребует решения полной термодинамической задачи.

Авторы выражают благодарность Б.М. Смирнову за полезные обсуждения предварительных результатов работы. Работа выполнена при финансовой поддержке научной школы Л.М. Бибермана, В.С. Воробьева (проект 00-15-96529).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цитович В.Н. Плазменно-пылевые кристаллы и облака // УФН. 1997. Т. 167. № 3. С. 57.
2. Фортон В.Е., Нефедов А.П., Петров О.Ф. и др. Сильнонеидеальная классическая термическая плазма: экспериментальное изучение упорядоченных структур макрочастиц // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. Вып. 2. С. 467.

3. Кириллин А.В., Марковец В.П., Хомкин А.Л. О возможности перехода пар-жидкость в системе пылевых частиц, находящихся в двухтемпературной плазме. Матер. конф. "Физика низкотемпературной плазмы". 1999. Т. 1. С. 678.
4. Яковленко С.И. О взаимодействии заряженных пылинок. Дебаевская квазимолекула // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 16. С. 83.
5. Герасимов Д.Н., Синкевич О.А. Образование упорядоченных структур в термической пылевой плазме // ТВТ. 1999. Т. 37. № 6. С. 853.
6. Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Статистическая теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
7. Resendes D.P. Dipolar Interaction in Colloidal Plasma // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. № 1. P. 793.
8. Нефедов А.П., Петров О.Ф., Ходатаев Я.К., Храпак С.А. Динамика формирования упорядоченных структур в термической плазме с макрочастицами // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. № 3. С. 837.
9. Smirnov V.M. // Phys. Scripta. 1998. V. 58. P. 595.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1970.