МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ 2019 год, том 31, номер 12, стр. 71-85

ВЛИЯНИЕ СИНХРОТРОННОГО И ФОТОРЕКОМБИНАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЙ НА ПОГЛОЩЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ ДИССИПАТИВНОЙ ПЛАЗМОЙ

 ***М.Б. Гавриков*[1,2 а], *А.А. Таюрский*[1, б]**

[1]ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана
[а] gavrikov@yandex.ru; [б] tayurskiy2001@mail.ru

Исследование выполнено за счет гранта РНФ (проект №16-11-10278).

DOI: 10.1134/S0234087919120062

Предложена математическая модель затухания альфвеновской волны, в основу исследования которой положены уравнения двухжидкостной электромагнитной гидродинамики с полным учётом инерции электронов и их тормозного излучения. Особое внимание уделено изучению дополнительного влияния фоторекомбинационного и синхротронного излучений. Исследование выявило, в частности, конечность глубины проникновения альфвеновской волны в плазму. Другим важным эффектом является установление параметров поглощаемой альфвеновской волны и выход их на квазистационарный режим.

Ключевые слова: классическая МГД, электромагнитная гидродинамика (ЭМГД), альфвеновская волна, тормозное излучение, фоторекомбинационное излучение, синхротронное излучение.

INFLUENCE OF SYNCHROTRON AND PHOTORECOMBINATION RADIATION ON ABSORPTION OF ALFVEN WAVE BY DISSIPATIVE PLASMA

***M.B. Gavrikov*[1,2], *A.A. Taiurskii*[1]**

[1]Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences
[2]Bauman Moscow State Technical University

A mathematical model of the Alfven wave absorption is proposed, the study of which is based on the equations of two-fluid electromagnetic hydrodynamics with electron inertia and bremsstrahlung taking into account. Special attention is paid to the research of the additional effects of photorecombination and synchrotron radiation. The investigation revealed, in particular, the finite depth of the Alfven wave penetration into the plasma. Another important effect is the establishment of the parameters of the absorbed Alfven wave and their convergence to the quasi-stationary regime.

Keywords: classical MHD, electromagnetic hydrodynamics (EMHD), Alphen wave, bremsstrahlung, photorecombination radiation, synchrotron radiation.

1. Введение

Как известно, температура солнечной короны, достигающая ~$6{\cdot}10^6$ K, примерно в 10^3 раз выше температуры солнечных слоёв – фотосферы и хромосферы, расположенных ниже короны и ближе к центру Солнца. Наиболее разумная гипотеза [1], проанализированная в этой и нескольких предыдущих работах [2–4], видит причину аномального разогрева солнечной короны в теплоте, выделяемой в короне в результате нелинейного поглощения альфвеновских волн, генерируемых в фотосфере. При этом оказывается [3], что огромную роль играет тормозное излучение электронов в солнечной короне.

Альфвеновские волны в классической МГД были открыты Х. Альфвеном в 1942 г. [5]. Отличительная особенность альфвеновских волн состоит в том, что они являются точными решениями как линеаризованных в окрестности однородного состояния, так и нелинейных уравнений динамики плазмы (классическая МГД [6], двухжидкостная ЭМГД [7] и т.д.). Это открывает возможность их глубокого изучения и сравнения предсказаний линейной и нелинейной теорий.

Нелинейное поглощение альфвеновских волн, рассмотренное в настоящей и более ранних работах, обусловлено диссипативными процессами в плазме – магнитной и гидродинамическими вязкостями и теплопроводностями плазменных компонент, релаксацией температур электронов и ионов, а также излучением. В [3, 4] исследована роль тормозного излучения электронов. В этой работе дополнительно учтены синхротронное и фоторекомбинационное излучения. Поскольку диссипативные процессы относятся к мелкомасштабным, то изучение их для космической плазмы в рамках классической МГД наталкивается на очевидное препятствие – характерный масштаб длины L в классической МГД обязан удовлетворять условию (очевидно, справедливому для космической плазмы) $L \gg \ell_c = c/\omega_p$, где ℓ_c – скиновая длина, ω_p – плазменная частота, однако на длинах $\gg \ell_c$ диссипативные эффекты исчезающе малы. Из этого положения есть два выхода. Либо перейти к турбулентным МГД-теориям плазмы [8, 9], либо использовать двухжидкостное описание на базе теории электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) плазмы [7], справедливость которого не связана с соотношением $L \gg \ell_c$. Первый путь требует для замыкания уравнений турбулентного движения вычисления полуэмпирических коэффициентов турбулентности (вязкости и пр. [8]), что для астрофизических задач сделать весьма проблематично. Поэтому ниже отдано предпочтение второму пути.

Для построения математической модели нелинейного поглощения альфвеновской волны солнечной короной принят ряд допущений:

1) Существует строгая геометрическая граница, отделяющая фотосферу от солнечной короны, которая ниже предполагается неподвижной плоскостью, задаваемой в координатах уравнением x=0, слева от которой расположена фотосфера. В частности, солнечная корона заполняет область $0 \le x < +\infty$.

2) Плазма фотосферы считается однородной и неподвижной вдоль оси x ($\rho = \mathrm{const}$, $T_\pm = \mathrm{const}$, $U_x = 0$ – здесь и ниже индексы “$\pm$” относятся к параметрам электронов и ионов), вследствие чего ЭМГД-уравнения в фотосфере $x < 0$ допускают точное решение типа альфвеновской волны. В частности, волна, бегущая слева направо, определяет граничное условие на левой границе $x = 0$ солнечной короны. На правой границе $x = +\infty$ ставятся условия невозмущённой однородной покоящейся плазмы.

3) Плазма в солнечной короне предполагается квазинейтральной и несжимаемой, а в начальный момент времени – неподвижной и однородной с теми же параметрами, что у плазмы фотосферы.

4) При нагревании солнечной короны возникает поток тепла в область $x < 0$, занятую фотосферой. Ниже предполагается, что фотосфера мгновенно поглощает это тепло без изменения своей температуры.

Гипотеза о несжимаемости плазмы, как известно [10], справедлива, если

$$\mathrm{v}_\pm^2 \ll c_\pm^2, \tag{1}$$

где $\mathrm{v}_\pm$ – гидродинамические скорости электронов и ионов, $c_\pm$ – их звуковые скорости, $c_\pm = (k_B T_\pm / m_\pm)^{1/2}$, k_B – постоянная Больцмана. Как показывают расчёты, соотношения (1) в солнечной короне при нелинейном поглощении альфвеновской волны выполнены, несмотря на небольшую плотность плазмы – согласно [11], типичные значения плотности плазмы в солнечной короне равны $\rho = 10^{-12} - 10^{-15}$ г/см^3. Заметим, что в первой работе [2] плазма короны считалась сжимаемой, а $U_x \neq 0$. Как показали расчёты, плотность плазмы с течением времени остаётся практически постоянной во всей области, занятой солнечной короной, за исключением небольшой окрестности границы $x = 0$ с фотосферой, где отклонения от константного значения обусловлены гипотезой 1) о наличии строгой неподвижной границы между фотосферой и солнечной короной и являются, по сути, паразитическим эффектом. Простейший способ избавиться от этого эффекта – считать плазму несжимаемой. Для учёта сжимаемости плазмы необходимо либо считать границу фотосфера–корона подвижной (и тогда придётся выводить уравнение движения границы), либо считать эту границу проницаемой для плазмы фотосферы. Обе возможности ведут к усложнению модели нелинейного поглощения альфвеновских волн и нами не рассматривались.

В [3, 4] исследовано нелинейное поглощение альфеновских волн с учётом тормозного излучения электронов $p_T = \mathrm{const} \cdot n_+ \cdot n_- Z^2 \sqrt{T_-}$ (где const определяется единицами измерения величин, Z – степень ионизации ионов) и, в частности, зависимость поглощения от частоты альфвеновской волны и неоднородности плазмы короны. В настоящей работе дополнительно учитывается фоторекомбинационное излучение $p_{фр} = \mathrm{const} \cdot n_+ \cdot n_- Z^4 / \sqrt{T_-}$ (где const также определяется единицами измерения величин [12]) и синхротронное излучение p_c, зависящее от магнитного поля [13],

$$p_c = \frac{k_B T_-}{2\pi c^3} \omega_{pe}^2 \omega_{ce}^2 \Phi = \frac{4}{3} \frac{k_{\mathrm{B}} e^4}{m_-^3 c^5} H^2 T_- n_- \Phi, \tag{2}$$

где $\omega_{pe} = (4\pi n_- e^2 / m_-)^{1/2}$ – плазменная частота электронов, $\omega_{ce} = eH / (mc)$ – циклотронная частота электронов, H – напряжённость магнитного поля в гауссах, T_- – электронная температура в градусах Кельвина K, Φ – так называемый “форм-фактор” [13], показывающий, какая доля синхротронного излучения покидает плазму, $0 < \Phi < 1$. Для типичных параметров солнечной короны [11] $H = 1 - 100\,\text{Гс}$, $T_- \simeq 6 \cdot 10^6\,\mathrm{K}$ для любого $0 < \Phi < 1$ имеем $p_c \ll p_T$, и, таким образом, определяющим является фоторекомбинационное и тормозное излучения. Согласно [12], имеем

$$p_{фр} / p_T = 32 Z^2 / T_-, \tag{3}$$

где T_- измеряется в электронвольтах. Для невысоких температур порядка нескольких тысяч градусов формула (3) даёт завышенное значение отношения $p_{фр} / p_T$. В этом случае для вычисления $p_{фр} / p_T$ следует воспользоваться более простыми аппроксимациями для p_T и $p_{фр}$ [14]

$$p_T = 1.54 \cdot 10^{-23} n_+ n_- Z^2 T_-^{1/2} (\text{эрг} / (\text{см}^3 \cdot \text{сек})),$$

$$p_{фр} = 4.4 \cdot 10^{-24} n_+ n_- Z^4 T_-^{-1/2} (\text{эрг} / (\text{см}^3 \cdot \text{сек})),$$

где n_+, n_- измеряются в см^{-3}, а T_- – в электронвольтах. Из приведённых формул следует равенство

$$p_{фр} / p_T = 3.33 \cdot 10^3 Z^2 / T_- (\text{град}). \tag{3'}$$

Равенством (3′) следует пользоваться для небольших амплитуд падающей альфвеновской волны. Для конечных амплитуд следует использовать соотношение (3). Из (3) и (3′) с учётом равенства $T_-(\text{эв}) = T_-(\text{K})/11600$ следует, что при $T_- \geq 10^7\,\text{K}$ имеем $p_{\phi p} \ll p_T$. Таким образом, в прогретой до значений $\sim 6\cdot 10^6\,\text{K}$ солнечной короне фоторекомбинационным излучением можно пренебречь. Однако сам процесс разогрева солнечной короны при поглощении альфвеновских волн (а значит, финальная температура короны) существенно зависит от фоторекомбинационного излучения. Как показало наше исследование, зависимость поглощения альфвеновской волны от $p_{\phi p}$ чисто количественная. Основные качественные выводы работы [3] остаются в силе: (а) поглощённая альфвеновская волна проникает в солнечную корону на конечную глубину d, которая существенно меньше глубины проникновения без учёта $p_{\phi p}$, (б) параметры поглощённой альфвеновской волны стабилизируются, выходя с течением времени на квазистационарный режим, параметры которого можно найти решением некоторой краевой задачи на полупрямой для специальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, (в) при учёте фоторекомбинационного излучения электронная и ионная температуры заметно уменьшаются по сравнению с температурами без учёта $p_{\phi p}$ и наличием только тормозного излучения p_T.

2. Основные уравнения

Для исследования динамики электронов и ионов используются уравнения несжимаемой электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) [3, 7]:

$$\operatorname{div}\mathbf{U} = 0, \quad \rho = \text{const}, \quad \frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \text{Div}\Pi = \text{Div}\text{P},$$
$$\mathbf{E} + \frac{c^2\lambda_+\lambda_-}{4\pi\rho}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c}[\mathbf{U},\mathbf{H}] + \frac{1}{\rho}\text{Div}\text{W}, \tag{4}$$
$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \operatorname{rot}\mathbf{E} = 0, \qquad \operatorname{div}\mathbf{E} = 0, \qquad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi}\operatorname{rot}\mathbf{H}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{H} = 0.$$

Тензоры плотности потока импульса Π, вязких напряжений P и “холловских слагаемых” W имеют вид

$$\Pi = \Pi^h + \Pi^p + \Pi^c, \quad \text{P}=\Pi_*^{(c)} + \Pi^{(U)},$$
$$\text{W}=(\lambda_- - \lambda_+)(\Pi^p + \Pi^c)+(\lambda_- p_+ - \lambda_+ \text{p}_-)\text{I}_3 + \lambda_+\lambda_-(\mathbf{jU} + \mathbf{Uj}) - \Pi_*^{(U)} - \Pi^{(c)},$$
$$\Pi^h = \rho\mathbf{UU} + p_\Sigma \text{I}_3, \quad \Pi^p = \frac{H^2}{8\pi}\text{I}_3 - \frac{\mathbf{HH}}{4\pi}, \quad \Pi^c = \lambda_+\lambda_-\frac{\mathbf{jj}}{\rho}. \tag{5}$$

Здесь и далее индексы $\pm$ относятся к параметрам ионов и электронов $\lambda_{\pm}=$ $=m_{\pm}/e_{\pm}$, $\lambda_{\Sigma}=\lambda_{+}+\lambda_{-}$, $p_{\Sigma}=p_{+}+p_{-}$, $m_{\Sigma}=m_{+}+m_{-}$, $\rho=\rho_{+}+\rho_{-}$, $\mathbf{U}=(\rho_{+}\mathbf{v}_{+}+\rho_{-}\mathbf{v}_{-})/\rho$, I_3 – – единичный трёхмерный тензор, σ – проводимость плазмы. Тензоры вязких напряжений с учётом несжимаемости плазмы равны:

$$\Pi^{(U)}=2\mu_{\Sigma}\mathrm{D}^{U},\quad \Pi_{*}^{(U)}=2\mu_{*}\mathrm{D}^{U},\quad \Pi^{(c)}=2\mu^{*}\mathrm{D}^{c},$$

$$\Pi_{*}^{(c)}=2\mu_{*}\mathrm{D}^{c},\quad \Pi_{\pm}=2\mu_{\pm}\mathrm{D}_{\pm},\tag{6}$$

где $\mathrm{D}^{U}=\mathrm{def}\mathbf{U}$, $\mathrm{D}^{c}=\mathrm{def}(\mathbf{j}/\rho)$, $\mathrm{D}_{\pm}=\mathrm{def}\mathbf{v}_{\pm}$ – тензоры деформаций, $\mu_{\Sigma}=\mu_{+}+\mu_{-}$, $\mu_{*}=\lambda_{-}\mu_{+}-\lambda_{+}\mu_{-}$, $\mu^{*}=\lambda_{-}^{2}\mu_{+}+\lambda_{+}^{2}\mu_{-}$, $\mu_{\pm}$ – гидродинамические вязкости электронов и ионов. При этом вторые вязкости электронов и ионов считаются равными нулю. Учитывая зависимость (см. ниже) проводимости плазмы σ, гидродинамических вязкостей $\mu_{\pm}$ и других коэффициентов переноса от температур электронов и ионов $T_{\pm}$, систему (4)–(6) необходимо дополнить уравнениями для температур [10]

$$\begin{aligned}\rho_{\pm}c_{p}^{\pm}\left[\partial T_{\pm}/\partial t+\mathbf{v}_{\pm}\cdot\mathrm{grad}T_{\pm}\right]&=\mathrm{div}(\chi_{\pm}\nabla T_{\pm})+\mathrm{tr}(\Pi_{\pm}\mathrm{D}_{\pm})+\\&+\frac{m_{\mp}}{m_{\Sigma}}\frac{j^{2}}{\sigma}\pm b(T_{-}-T_{+})-p^{\pm},\end{aligned}\tag{7}$$

где $p^{\pm}=p_{T}^{\pm}+p_{фр}^{\pm}+p_{c}^{\pm}$, $c_{p}=T(\partial S/\partial T)_{p}$ – теплоёмкость при постоянном давлении, $\chi_{\pm}$ – теплопроводности электронов и ионов, $Q=\pm b(T_{-}-T_{+})$ – тепло, передаваемое компонентами плазмы друг другу при упругих столкновениях, $p_{T}^{\pm}$, $p_{фр}^{\pm}$, $p_{c}^{\pm}$ – потери на тормозное, фоторекомбинационное, синхротронное излучения электронов и ионов. Для идеального политропного газа с общим показателем адиабаты γ имеем $c_{p}=k_{B}/((\gamma-1)m)=\mathrm{const}$, где k_{B} – постоянная Больцмана, m – масса частицы газа. Именно этим случаем мы ниже ограничимся, считая $c_{p}^{\pm}=k_{B}/\left((\gamma-1)m_{\pm}\right)$ и учитывая выражения гидродинамических параметров электронов и ионов через ρ, $\mathbf{U}$, $\mathbf{j}$:

$$\mathbf{v}_{\pm}=\mathbf{U}\pm\frac{\lambda_{\mp}}{\rho}\mathbf{j},\qquad \rho_{\pm}=\frac{\lambda_{\pm}}{\lambda_{\Sigma}}\rho.\tag{8}$$

С учётом зависимостей σ, $\mu_{\pm},\chi_{\pm}$, b, $p_{T}^{\pm}$ от остальных параметров плазмы, прежде всего температур $T_{\pm}$, приводимых ниже, уравнения (4)–(7) образуют замкнутую определённую систему уравнений относительно ρ, $p_{\pm}$, $T_{\pm}$, $\mathbf{U}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$.

Коэффициенты переноса $\mu_{\pm}, \chi_{\pm}$, σ, b получаются приближённым решением кинетических уравнений [15] и для $Z=1$ считаются равными [15, 18–20]

$$\mu_+ = 3.44\cdot 10^{-18}(m_+/m_-)^{1/2}T_+^{5/2}, \quad \mu_- = 1.857\cdot 10^{-18}T_-^{5/2},$$
$$\sigma = 0.906\cdot 10^7 T_-^{3/2}, \quad b = 1.353\cdot 10^{40}(m_-/m_+)^3\rho^2 / T_-^{3/2},$$
$$\chi_- = 0.244\cdot 10^{-5}T_-^{5/2}, \quad \chi_+ = 0.429\cdot 10^{-5}\left(m_-/m_+\right)^{1/2}T_+^{5/2},$$
$$p_T^- = 6.777\cdot 10^{-21}n_i n_e T_-^{1/2}, \quad p_c^- = \frac{4}{3}\frac{k_{\mathrm{B}}e^4}{m_-^3 c^5}H^2 T_- n_- \Phi,$$

где $p_T^+ = p_{фр}^+ = p_c^+ = 0$, $T_{\pm}$ вычисляются в градусах Кельвина, p_T^-, p_c^- – в эрг/$(\text{с}\cdot\text{см}^3)$, а $p_{фр}^- / p_T^-$ вычисляется по формулам (3) и (3′).

В представленных ниже результатах считалось $\mu_- = 0$, поскольку теоретическое значение электронной вязкости, приведённое в данном пункте оказалось завышенным. Поглощение альфвеновской волны для реального значения электронной вязкости μ_- требует дополнительных исследований.

Более подробные формулы для диссипативных коэффициентов см. в [7].

3. Альфвеновские волны в ЭМГД

В бездиссипативном случае и плоской геометрии ЭМГД-уравнения имеют точные решения вида [2]

$$U_\perp = u(t)e^{i\kappa x}, \quad H_\perp = h(t)e^{i\kappa x}, \quad E_\perp = e(t)e^{i\kappa x},$$
$$T_{\pm} = \text{const}, \quad \rho = \text{const}, \quad U_x = 0, \tag{9}$$

которые называются *плоскими альфвеновскими волнами*. В (9) $\kappa > 0$ – произвольное и использованы комплексные обозначения $U_\perp = U_y + iU_z$, $H_\perp = H_y + iH_z$, $E_\perp = E_y + iE_z$. При этом $H_x = \text{const}$, а $e(t)$ выражается в явном виде через $u(t)$ и $h(t)$:

$$e(t) = \left(\frac{iH_x}{c}u(t) + \frac{i\kappa\Lambda v_A}{\omega_p}h(t)\right)(1+r^2)^{-1},$$
$$\Lambda = \sqrt{\lambda_+/\lambda_-} - \sqrt{\lambda_-/\lambda_+}, \quad v_A = H_x/\sqrt{4\pi\rho}. \tag{10}$$

Функции $u(t)$, $h(t)$ имеют вид

$$u(t) = C_1 e^{i\omega_+ t} + C_2 e^{i\omega_- t}, \quad h(t) = \frac{(4\pi\rho)^{1/2}}{\kappa v_A}\{C_1\omega_+ e^{i\omega_+ t} + C_2\omega_- e^{i\omega_- t}\}. \tag{11}$$

Здесь $r = \kappa c / \omega_p$, $\omega_p = (4\pi\rho)^{1/2}(\lambda_+\lambda_-)^{-1/2}$ – плазменная частота, C_1, C_2 – произвольные комплексные константы. Поперечная компонента плотности тока $j_\perp = j_y + ij_z$ также изменяется по закону $j_\perp = j(t)e^{i\kappa x}$, а $j_x = 0$, где $j(t) = -(\kappa c / (4\pi))h(t)$. Наконец,

$$\omega_\pm = \omega_\pm(\kappa) = \frac{\kappa v_A}{2}\left\{\frac{r\Lambda}{1+r^2} \pm \left[\frac{r^2\Lambda^2}{(1+r^2)^2} + \frac{4}{1+r^2}\right]^{1/2}\right\}. \quad (12)$$

Обратная к формуле (12):

$$\kappa = \kappa(\omega) = \frac{\omega_p}{c} \cdot |\omega| \left(\frac{v_A^2\omega_p^2}{c^2} + \frac{\omega_p v_A}{c}\Lambda\omega - \omega^2\right)^{-1/2}, \quad (13)$$

где $-\omega_c^+ < \omega < \omega_c^-$ для $H_x > 0$ и $-\omega_c^- < \omega < \omega_c^+$ для $H_x < 0$.

4. Постановка задачи о пространственном поглощении

Пусть плоская альфвеновская волна, бегущая слева направо в области $x < 0$, набегает на границу $x = 0$ диссипативной плазмы, заполняющей полупространство $x > 0$. Дальнейшее распространение альфвеновской волны в области $x > 0$ сопряжено с её поглощением, которое и является предметом изучения. Из результатов предыдущего пункта следует, что если продольное магнитное поле $H_x < 0$, то частота набегающей альфвеновской волны ω меняется в диапазоне $-\omega_c^- = H_x/\lambda_- c < \omega < 0$, а если $H_x > 0$ – то в диапазоне $-\omega_c^+ = -H_x/\lambda_+ c < \omega < 0$. Ниже рассматривается первый случай. Плазма в области $x \geq 0$ считается замагниченной покоящейся изотермической с заданной плотностью ρ. Таким образом, в начальный момент времени в области $x > 0$ имеем

$$U_\perp\big|_{t=0} = 0, \quad U_x\big|_{t=0} = 0, \quad T_\pm\big|_{t=0} = T^0, \quad \rho\big|_{t=0} = \rho, \quad H_\perp\big|_{t=0} = 0, \quad (14)$$

где константа ρ и продольное магнитное поле $H_x = \mathrm{const}$ такие же, как и в области $x \leq 0$, откуда набегает альфвеновская волна.

Значения параметров диссипативной плазмы на границе $x = 0$ совпадают со значениями на границе $x = 0$ параметров альфвеновской волны, которые, согласно формулам (9)–(13), равны:

$$\begin{gathered} U_\perp\big|_{x=0} = U_0 e^{i\omega t}, \quad H_\perp\big|_{x=0} = U_0\frac{\sqrt{4\pi\rho}}{\kappa v_A}\omega e^{i\omega t}, \\ E_\perp\big|_{x=0} = \frac{iU_0}{1+(\kappa c/\omega_p)^2}\left(\frac{H_x}{c} + \Lambda\sqrt{\lambda_+\lambda_-}\,\omega\right)e^{i\omega t}, \quad j_\perp\big|_{x=0} = -U_0\frac{\omega c\rho}{H_x}e^{i\omega t}. \end{gathered} \quad (15)$$

На бесконечности параметры диссипативной плазмы совпадают с параметрами невозмущённой плазмы:

$$U_{\perp}\big|_{x=+\infty}=0,\;\; H_{\perp}\big|_{x=+\infty}=0,\;\; T_{\pm}\big|_{x=+\infty}=T^{0},\;\; E_{\perp}\big|_{x=+\infty}=0,\;\; j_{\perp}\big|_{x=+\infty}=0. \qquad (15)$$

Запишем систему (4)–(8) в безразмерном виде в случае плоской симметрии ($\partial/\partial y=\partial/\partial z=0$), используя обозначения $U=U_{\perp}=U_y+iU_z$, $H=H_{\perp}=H_y+iH_z$, $E=E_{\perp}=E_y+iE_z$, $j=j_{\perp}=j_y+ij_z$,

$$\rho\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(H_xH-\mu_{\Sigma}\frac{\partial U}{\partial x}-\xi\mu_*\frac{\partial}{\partial x}\frac{j}{\rho}\right)=0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}+i\frac{\partial E}{\partial x}=0, \qquad j=i\frac{\partial H}{\partial x},$$

$$E-\frac{\xi^2}{\rho}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=\xi\zeta\frac{j}{\sigma}+iH_xU+\frac{\xi}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left[\Lambda H_xH-\mu_*\frac{\partial U}{\partial x}-\xi\mu^*\frac{\partial}{\partial x}\frac{j}{\rho}\right], \qquad (16)$$

$$\frac{\partial T_{\pm}}{\partial t}=\frac{2Z_{\pm}(\gamma-1)}{\rho}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\chi_{\pm}\frac{\partial T_{\pm}}{\partial x}\right)+\frac{m_{\mp}}{m_{\Sigma}}\frac{\xi\zeta}{\sigma}|j|^2+\frac{\zeta}{\xi}C_0\rho^2\frac{T_{\mp}-T_{\pm}}{T_{-}^{3/2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{T_{\pm}^{5/2}}{R_{\pm}}\left[\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right|^2+\frac{\lambda_{\mp}}{\lambda_{\pm}}\frac{\xi^2}{\rho^2}\left|\frac{\partial j}{\partial x}\right|^2\pm 2\frac{\xi}{\rho}\sqrt{\frac{\lambda_{\mp}}{\lambda_{\pm}}}\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\overline{\partial j}}{\partial x}\right)\right]\right\}-$$

$$-\frac{(1\mp 1)}{2}\frac{\xi_T}{\xi}(\gamma-1)Z\rho T_{-}^{1/2}\left(1+\frac{k_r}{T_{-}}\right),$$

где $Z_+=Z$, $Z_-=1$, $\mu_{\Sigma}=\mu_++\mu_-$, $\mu_*=(\lambda_-/\lambda_+)^{1/2}\mu_+-(\lambda_+/\lambda_-)^{1/2}\mu_-$, $\mu^*=(\lambda_-/\lambda_+)\mu_++(\lambda_+/\lambda_-)\mu_-$, $\mu_{\pm}=T_{\pm}^{5/2}/R_{\pm}$, $\sigma=\sigma_0T_{-}^{3/2}$, $\chi_{\pm}=C_{\pm}(\xi/\zeta)T_{\pm}^{5/2}$,

а значения σ_0, C_0, $R_{\pm}$, $C_{\pm}$ для $Z=1$ равны:

$$\sigma_0=2.59, \quad C_0=0.563\cdot\frac{m_-}{m_+}, \quad R_+=1.108\cdot\frac{\zeta}{\xi}\left(\frac{m_-}{m_+}\right)^{1/2}, \quad R_-=2.053\cdot\frac{\zeta}{\xi},$$

$$C_-=2.11\frac{m_+}{m_-}, \quad C_+=3.7\left(\frac{m_+}{m_-}\right)^{1/2}.$$

Наконец, ξ, ζ, ξ_T – числа подобия, равные

$$\xi=\frac{\ell_c}{L_0}=\frac{c\sqrt{\lambda_+\lambda_-}}{\sqrt{4\pi\rho_0}L_0},\quad \zeta=\frac{(4\pi\rho_0)^{5/2}}{H_0^4}\cdot\frac{ce^3}{m_+^2}LZ^3\left(1+Z\frac{m_-}{m_+}\right)^{-3/2},$$

$$\xi_T=\frac{\rho_0^{3/2}}{H_0^2}\frac{10^7e^5}{c^2\hbar m_+m_-}\frac{64\sqrt{\pi}}{3^{3/2}}\left(1+Z\frac{m_-}{m_+}\right)^{-3/2},$$

где $\ell_c=c/\omega_p$ – скиновая длина, L_0, ρ_0, H_0 и т.д. – характерные масштабы длины плотности, напряжённости магнитного поля и т.д. При обезразмеривании считалось $t_0=L_0/\mathrm{v}_0$, $\mathrm{v}_0=\mathrm{v}_A=H_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$, $E_0=\mathrm{v}_0H_0/c$, $j_0=cH_0/(4\pi L_0)$, $T_0=v_A^2\lambda_\Sigma e/(2k_B)$. Для амплитуд $U_0<1$ надо считать $k_r=3.33$, для $U_0\ge 1$ следует положить $k_r=371.2$

Итак, требуется решить начально-краевую задачу для системы (16) на полупрямой $x\ge 0$: найти функции $H(t,x)$, $E(t,x)$, $U(t,x)$, $T_\pm(t,x)$, удовлетворяющие для $x\ge 0$, $t\ge 0$ уравнениям системы (16), при $t=0$ – безразмерным начальным условиям

$$U\big|_{t=0}=0,\quad H\big|_{t=0}=0,\quad E\big|_{t=0}=0,\quad T_\pm\big|_{t=0}=T^0,\quad x\ge 0, \tag{17}$$

а при $x=0$ и $x=+\infty$ – безразмерным краевым условиям

$$U\big|_{x=0}=U_0e^{i\omega t},\quad H\big|_{x=0}=\frac{\rho U_0\omega}{\kappa H_x}e^{i\omega t},\quad j\big|_{x=0}=-\frac{\rho U_0\omega}{H_x}e^{i\omega t},$$

$$E\big|_{x=0}=\frac{iU_0}{1+\kappa^2\xi^2}(H_x+\xi\Lambda\omega)e^{i\omega t}=\frac{iU_0}{H_x}(H_x^2+H_x\Lambda\xi\omega-\xi^2\omega^2)e^{i\omega t}, \tag{18}$$

$$U\big|_{x=+\infty}=0,\quad H\big|_{x=+\infty}=0,\quad E\big|_{x=+\infty}=0,\quad j\big|_{x=+\infty}=0,\quad T_\pm\big|_{x=+\infty}=T^0,$$

причём при $H_x>0$ имеем $-H_x(\lambda_-/\lambda_+)^{1/2}<\omega\xi<0$, при $H_x<0$ имеем $H_x(\lambda_+/\lambda_-)^{1/2}<\omega\xi<0$. Здесь $\omega,\rho,H_x\in R$, $U_0\in C$ – безразмерные параметры задачи, и в безразмерном виде

$$\kappa=\kappa(\omega)=\frac{|\omega|\sqrt{\rho}}{\sqrt{H_x^2+H_x\Lambda\xi\omega-\xi^2\omega^2}}.$$

Численный метод решения задачи (16)–(18) подробно изложен в [7], и на нём мы останавливаться не будем.

5. Анализ результатов расчёта

Рассмотрим результаты расчётов процесса нелинейного поглощения альфвеновской волны применительно к параметрам солнечной короны

$\rho_0=10^{-12}$ г/см^3, $H_0=1$гс, $Z=1$, тогда, согласно п.4, $\zeta=3\cdot 10^3$, $\xi_T=3$, скиновая длина $\ell_c=c/\omega_p\approx 1$см. Желая учесть мелкомасштабные ($\sim\ell_c$) процессы при поглощении альфвеновской волны, положим $L_0=\ell_c$, тогда $\xi=1$. Учитываем оценку толщины плазменной части солнечной короны [3] $\approx 300–400$км, тем самым действительно будет учтена мелкомасштабная динамика плазмы. Для указанных параметров фоновой диссипативной плазмы альфвеновская скорость $v_A=H_0/\sqrt{4\pi\rho_0}=2.8\cdot 10^5$ см/сек, $t_0=L_0/v_A=c\sqrt{\lambda_+\lambda_-}/H_0=3.45\cdot 10^{-6}$сек, $T_0\approx 10^3$K. Дебаевский радиус $r_D=(kT_0)^{1/2}\big/(2\pi^{1/2}\rho_0 n_0^{1/2})\approx 2\cdot 10^{-4}$см$\ll L_0$ и много меньше шагов использованной разностной сетки, поэтому условие квазинейтральности выполнено с высокой точностью. Здесь и ниже $n_0=$ $=\rho_0/m_+$, $m_+=2m_p$.

Рассмотрим результаты расчётов для амплитуды U_0 поперечной скорости падающей альфвеновской волны, равной $|U_0|=0.1$, при этом $\omega=-30$, $H_x=-1$, $k_r=3.33$. Частота ω выбрана в середине интервала возможных частот $-(\lambda_+/\lambda_-)^{1/2}<\omega<0$. Как видно из представленных графиков (рис.1, 2), во-первых, альфвеновская волна проникает в диссипативную плазму на конечную глубину. Во-вторых, параметры альфвеновской волны выходят с течением времени на квазистационарный режим. В частности, происходит стабилизация со временем профилей температур электронов и ионов.

Наличие квазистационарного режима объясняется существованием у системы (16) квазистационарных решений вида $T_\pm=T_\pm(x)$, $U=e^{i\omega t}U(x)$, $H=e^{i\omega t}H(x)$, $E=e^{i\omega t}E(x)$, $j=e^{i\omega t}j(x)$, где ω – частота падающей альфвеновской волны. Подставляя указанные функции в систему (16) и сокращая на $e^{i\omega t}$, получаем систему ОДУ на функции $T_\pm(x)$, $U(x)$, $E(x)$ вида

$$i\rho\omega U+\frac{H_x}{\omega}\frac{d^2E}{dx^2}-\frac{d}{dx}\left(\mu_\Sigma\frac{dU}{dx}\right)+\frac{i\xi}{\rho\omega}\frac{d}{dx}\left(\mu_*\frac{d^3E}{dx^3}\right)=0,$$

$$E-\left(\frac{\xi^2}{\rho}-\frac{i\zeta\xi}{\omega\sigma}-\frac{\xi\Lambda H_x}{\omega\rho}\right)\frac{d^2E}{dx^2}-iH_xU+\frac{\xi}{\rho}\frac{d}{dx}\left(\mu_*\frac{dU}{dx}\right)-\frac{i\xi^2}{\omega\rho^2}\left(\mu^*\frac{d^3E}{dx^3}\right)=0,$$

$$\frac{d}{dx}\left(\chi_\pm\frac{dT_\pm}{dx}\right)+\frac{m_\mp}{m_\Sigma}\frac{\zeta\xi}{\omega^2\sigma_0T_-^{3/2}}\left|\frac{d^2E}{dx^2}\right|^2\pm\frac{\zeta}{\xi}C_0\rho^2\frac{T_--T_+}{T_-^{3/2}}+ \qquad (19)$$

$$+\frac{T_\pm^{5/2}}{R_\pm}\left[\left|\frac{dU}{dx}\right|^2+\frac{\lambda_\mp}{\lambda_\pm}\frac{\xi^2}{\omega^2\rho^2}\left|\frac{d^3E}{dx^3}\right|^2\pm\frac{\xi}{\rho\omega}\sqrt{\frac{\lambda_\mp}{\lambda_\pm}}\mathrm{Re}\left(i\frac{dU}{dx}\overline{\frac{d^3E}{dx^3}}\right)\right]-$$

$$-\frac{(1\mp 1)}{4}\frac{\xi_T}{\xi}Z^2\rho^2 T_-^{1/2}\left(1+\frac{k_r}{T_-}\right)=0$$

с граничными условиями в точках $x=0$ и $x=+\infty$:

$$T_\pm(0)=T^0,\quad U(0)=U_0,\quad H(0)=\frac{\rho U_0\omega}{\kappa H_x},\quad E(0)=\frac{iU_0}{1+\kappa^2\xi^2}\left(H_x+\xi\Lambda\omega\right),$$
$$T_\pm(+\infty)=T^0,\quad U(+\infty)=0,\quad H(+\infty)=0,\quad E(+\infty)=0. \qquad (20)$$

При этом $H=-(dE/dx)/\omega$. Квазистационарные решения, получаемые установлением по времени, вероятно, можно получить, решая краевую задачу (19), (20) на $(0,+\infty)$. Однако проверка этой гипотезы и обсуждение результатов расчётов выходит за рамки настоящей работы, поскольку система (19), (20) из-за малости μ_- является "жёсткой" и её численное решение требует особого внимания.

На рис.3,4 для U_0=0.1 проведено сравнение установившихся профилей температур электронов и ионов в случае учёта только тормозного излучения (сплошная линия) и в случае учёта тормозного и фоторекомбинационного излучений (пунктирная линия). Синхротронное излучение, как показано во введении, существенного вклада не даёт. Из рис.3,4 видно, что глубина проникновения для электронов и ионов во втором случае на 40% меньше, чем в первом. А максимальная температура электронов и ионов при учёте двух видов излучения на 15% меньше.

Отметим ещё один эффект: уменьшается скорость процесса установления профиля температуры электронов для $U_0=0.1$. В случае тормозного и фоторекомбинационного излучений на процесс стабилизации затрачено в 40 раз больше времени, чем в случае учёта только тормозного излучения.

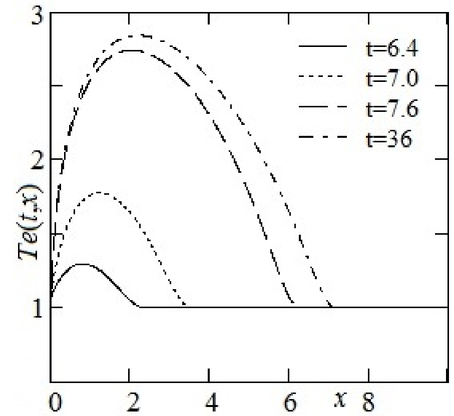

Рис.1. Процесс установления с течением времени профиля температуры электронов для U_0=0.1.

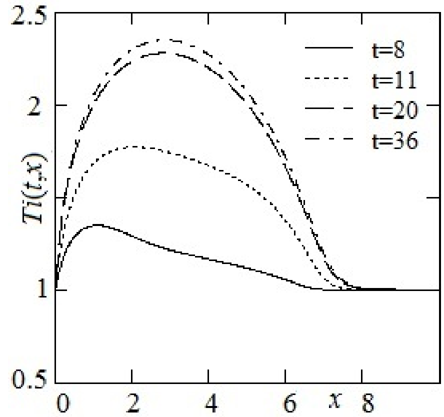

Рис.2. Процесс установления с течением времени профиля температуры ионов для U_0=0.1.

На рис.5 представлен процесс установления электронной температуры для амплитуды падающей альфвеновской волны U_0=1 и отношения $p_{фр}/p_T$, вычисляемого по формуле (3). Как показывают расчёты, установление электронной температуры происходит намного быстрее чем ионной, а величина максимума T_e на 16% меньше аналогичной величины в случае отсутствия фоторекомбинационного излучения [3]. Кроме того, фоторекомбинационное излучение существенно в ~6.5 раз уменьшает глубину проникновения альфвеновской волны.

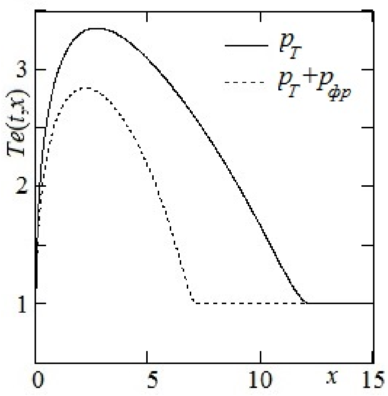

Рис.3. Установившиеся профили температур электронов с учётом излучений для U_0=0.1.

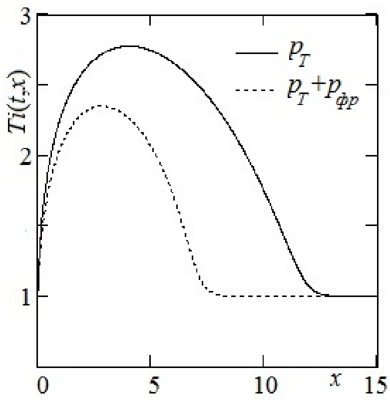

Рис.4. Установившиеся профили температур ионов с учётом излучений для U_0=0.1.

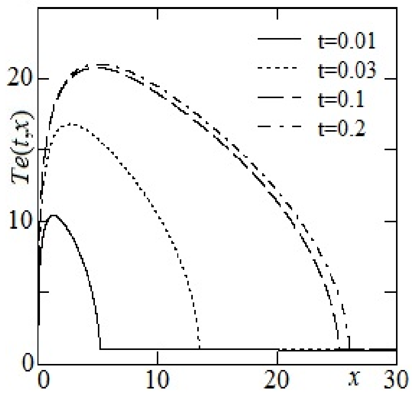

Рис.5. Процесс установления с течением времени профиля температуры электронов для U_0=1.

6. Заключение

В работе показано, что синхротронное излучение не влияет на глубину проникновения альфвеновской волны и степень прогрева электронов и ионов диссипативной плазмой. Фоторекомбинационное излучение, напротив, с ростом амплитуды падающей волны существенно уменьшает глубину проникновения волны и приводит к заметному снижению максимальных температур электронов и ионов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Scott W. McIntosh, Bart Pe Pontien, Marts Carlsson, Viggo Hansteen, Paul Boerner & Marsel Goossens.* Alfvenic waves with sufficient energy to power the quiet solar corona and fast solar wind // Nature, 2011, v.475, p.478–480.
2. *М.Б. Гавриков, А.А. Таюрский.* Пространственное нелинейное затухание альфвеновских волн в диссипативной плазме // Матем. моделирование, 2013, т.25, № 8, с.65-79;
M.B. Gavrikov, A.A. Taiurskii. Prostranstvennoe nelineinoe zatukhanie al'fvenovskikh voln v dissipativnoi plazme // Matematicheskoe modelirovanie, 2013, t.25, № 8, s.65-79.
3. *М.Б. Гавриков, А.А. Таюрский.* Пространственное нелинейное поглощение альфве-

новской волны диссипативной плазмой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки, 2017, № 2, с.40–59;
M.B. Gavrikov, A.A. Taiurskii. Prostranstvennoe nelineinoe pogloshchenie al'fvenovskoi volny dissipativnoi plazmoi // Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Yestestvennye nauki, 2017, № 2, s.40–59.

4. *М.Б. Гавриков, А.А. Таюрский.* Влияние плазменной неоднородности и частоты альфвеновской волны на её нелинейное пространственное поглощение диссипативной плазмой // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естеств. науки, 2018, № 3, с.82–96;
M.B. Gavrikov, A.A. Taiurskii. Vliianie plazmennoi neodnorodnosti i chastoty al'fvenovskoi volny na ee nelineinoe prostranstvennoe pogloshchenie dissipativnoi plazmoi // Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Yestestvennyye nauki, 2018, № 3, s.82–96.
5. *Х. Альфвен.* Космическая электродинамика. – М.: ИЛ, 1952;
H. Alfven. Cosmical electrodynamics. – Oxford University Press, 1950.
6. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. 620с.; англ. пер.: *L.D. Landau, E.M. Lifshits, L.P. Pitaevskii.* Electrodynamics of Continuous Media, v.8 (2nd ed.), Butterworth-Heinemann, 1984.
7. *М.Б. Гавриков.* Двухжидкостная электромагнитная гидродинамика. – М.: КРАСАНД, 2018, 584 с.;
M.B. Gavrikov. Dvukhzhidkostnaia elektromagnitnaia gidrodinamika. – M.: KRASAND, 2018, 584 s.
8. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц*. Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986; англ. пер.: *L.D. Landau, E.M. Lifshits.* Fluid Mechanics, 1987, v.6 (2nd ed.), Butterworth-Heinemann.
9. *К.У. Аллен.* Астрофизические величины. – М.: Мир, 1977;
K.U. Allen. Astrophysical quantities. – Athlone Press, University of London, 1973.
10. *К.В. Чукбар.* Лекции по явлениям переноса в плазме. – Долгопрудный: Издат. дом “Интеллект”, 2008, 256с.;
K.V. Chukbar. Lektsii po iavleniiam perenosa v plazme. – Dolgoprudnyi: Izdat. dom “Intellekt”, 2008, 256s.
11. *Б.А. Трубников.* Универсальный коэффициент выхода циклотронного излучения из плазменных конфигураций // Вопросы теории плазмы. Вып.7 / Под ред. Б.Б. Кадомцева. – М: Энергоатомиздат, 1973, с.274-300;
B.A. Trubnikov. Universalnyi koeffitsyent vykhoda tsiklotronnogo izlucheniia iz plazmennykh konfiguratsyi // Voprosy teorii plazmy. Vyp.7. / Pod red. B.B. Kadomtseva. – M: Energoatomizdat, 1973, s.274-300.
12. *А.И. Морозов.* Введение в плазмодинамику. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006, 576 с.;
A.I. Morozov. Vvedenie v plazmodinamiku. – M.: FIZMATLIT, 2006, 576 s.
13. *С.И. Брагинский.* Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. Под ред. М.А. Леонтовича. – М.: Госатомиздат, 1963, Вып. 1, с.183-272;
S.I. Braginskii. In Reviews of Plasma Physics, v.1, edited by M.A. Leontovich. Consultants bureau. – New York, 1965, p.205.
14. *М.Б. Гавриков.* Основные уравнения двухжидкостной магнитной гидродинамики. Ч. I // Препринт № 59, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2006, 28 с.
M.B. Gavrikov. Osnovnye uravneniia dvukhzhidkostnoi magnitnoi gidrodinamiki. Ch.I //

Preprint № 59, IPM im. M.V. Keldysha RAN, 2006, 28 s.
15. *M.B. Gavrikov, A.A. Taiurskii.* Electron inertia effect on incompressible plasma flow in a planar channel // J. Plasma Phys., 2015, v.81, 495810506.
16. *Л. Спитцер.* Физика полностью ионизованного газа. – М.: Мир, 1965, 212с.;
L. Spitzer. Physics of FullyIonized Gases, 2nd edn., Interscience. – New York, 1962, 170p.
17. *С. Чэпмен, Т. Каулинг.* Математическая теория неоднородных газов. – М.: ИЛ, 1960;
S. Chapman, T.G. Cowling. The Mathematical Theory of Non-uniform Gase. – Cambridge: University Press, 1952.
18. *В.С. Имшенник.* // Астрономический журнал, 1961, № 38, с. 652;
V.S. Imshennik. // Astronomy Reports, № 38, p. 652.
19. *Л.Д. Ландау.* // ЖЭТФ, 1937, № 7, с. 203;
L.D. Landau. // JETP, № 7, 1937, p. 203.
20. *Г. Грим.* Процессы излучения в плазме / В сб. Основы физики плазмы. Т.1. – М.: Энергоатомиздат, 1983, 641 с.;
G. Grim. Protsessy izlucheniia v plazme / V sb. Osnovy fiziki plazmy. T.1. – M.: Energoatomizdat, 1983, 641 s.

Поступила в редакцию 16.05.2019
После доработки 16.05.2019
Принята к публикации 01.07.2019