

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

V. N. Troyan, G. A. Ryzhikov, Diffraction tomography: construction and interpretation of tomographic functionals, *Zap. Nauchn. Sem. POMI*, 1994, Volume 218, 176–196

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

February 12, 2025, 23:58:52



В. Н. Троян, Г. А. Рыжиков

**ДИФРАКЦИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ:
ПОСТРОЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ
ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ**

ВВЕДЕНИЕ.

Восстановление коэффициентов – функций пространственных координат, описывающих локальные свойства среды, – по известным характеристикам поля зондирующего сигнала составляет предмет обратной задачи в математической физике [1, 2–4, 5, 6, 7, 8]. При постановке соответствующих обратных задач исходными данными служат поля, детерминированным образом заданные на пространственно-временном континууме. В реальном физическом эксперименте, в том числе в дистанционном зондировании, наблюдения проводятся в конечном числе “точек” пространства. При цифровой записи осуществляется временное квантование регистрируемого сигнала, при этом сам зарегистрированный сигнал представляет собой трансформацию физического поля на входе приемного устройства. Свести реальный эксперимент к традиционной математической постановке можно в том случае, если считать приборную запись непрерывной во времени и сначала осуществить так называемую “редукцию к идеальному прибору” что представляет собой широко известную некорректную задачу [9, 10], а затем провести пространственно-временную интерполяцию. Подобная процедура приводит к потере информации, хотя и применяется в ряде случаев [11].

Чтобы сформулировать математическую модель и поставить обратную задачу, адекватную реальному физическому эксперименту (дистанционному зондированию, в частности), необходимо учесть основные факторы, определяющие формирование модели. Естественной математической моделью интерпретации физического эксперимента является восстановление полей искомым параметров среды по значениям набора функционалов – “функционалов” измерений. Так в интерпретационных задачах возникает сопряженное пространство линейных функционалов, являющихся математической моделью линейных приборных устройств, регистрирующих зондирующий сигнал. Как будет показано в этой главе, это сопряженное пространство позволяет дать прозрачную фи-

зическую интерпретацию структуры функционалов, действующих непосредственно на поля искоемых параметров. Эти функционалы названы нами томографическими [11–14].

1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ

Первый этап решения обратной задачи дистанционного зондирования есть построение модели связи между данными измерений и неизвестными полями параметров среды. В качестве исходных данных используются, как правило, цифровые записи, регистрируемые приемниками, локализованными в пространстве. Искомые параметры, описывающие свойства среды, являются элементами $(\theta(x))$ функциональных пространств (θ) : $\theta(x) \in \theta$, например поля магнитных и гравитационных аномалий, поля проводимости $\sigma(x)$, поля упругих параметров Ламе $\lambda(x), \mu(x)$, плотности $\rho(x)$ и т.д. Пространство измерений – это пространство функционалов (h_n) над полями зондирующих сигналов $\varphi \in \Phi$; модель измерений

$$U_n : U_n = H_n(\varphi) \triangleq \langle h_n | \varphi \rangle,$$

$n = 1 \div N$ – число цифровых отсчетов приемной системы, $(h_n) \in \Phi^*$.

Томографический эксперимент определяется отображением функционального пространства в пространство измерений: $\theta(R^3) \rightarrow R^N$. Здесь экспериментальные данные, содержащие шум ε , являются функционалами искоемых полей параметров:

$$U_n = \mathcal{P}_n(\theta) + \varepsilon_n \quad (1)$$

Пусть процесс распространения описывается линейным оператором, L_θ :

$$L_\theta \vec{\varphi} = \vec{s}, \quad (2)$$

где $\vec{\varphi}$ – поле зондирующего сигнала; \vec{s} – поле источника,

$$L_\theta : L_\theta(\alpha\varphi + \beta\psi) = \alpha L_\theta\varphi + \beta L_\theta\psi.$$

Оператор L_θ определяет свойства среды θ . Проблема интерпретации томографического эксперимента с математической точки зрения сводится к восстановлению оператора L_θ по измеренным данным. Чтобы получить решение, необходимо построить функционалы $\mathcal{P}_n \in \theta^*$, опираясь на связь $H_n(\varphi(\theta)) = \mathcal{P}_n(\theta)$ и закон распространения (2).

Будем считать, что поле $\vec{\varphi}$ генерируется группой источников и регистрируется приемником с диаграммой направленности Ω и фиксированной ориентацией главного лепестка диаграммы \vec{e} . Полагая размеры приемника малыми по сравнению с характерными

размерами задачи (длиной волны зондирующего сигнала, характерными масштабами неоднородности), будем считать приемник локализованным в точке. Так, например, при интерпретации сейсмических данных полный набор экспериментальных значений мы получим, если учтем, что в условиях эксперимента участвуют J групп источников, $3 \times K$ (K – число точек приема) трасс от каждой группы и обрабатываемых отсчетов цифровой записи сейсмотрассы: $N = 3KJL$ отсчетов. Нужно отметить, что фиксируется не непосредственно поле $\vec{\varphi}$, а его трансформация аппаратной функцией регистрирующего канала H , который включает временное и амплитудное квантование. Самая общая модель трансформации зондирующего сигнала, регистрируемого каналом, представляется линейным оператором свертки. Вводя сквозную нумерацию отсчетов (индекс $n = 1 \div N$), отдельный отсчет цифровой записи можно представить в виде

$$U_n = H_n L_\theta^{-1} \vec{s} + \varepsilon_n,$$

$$H : H_n \varphi = \iiint dx d\tau d\Omega h_n(\vec{e}_n, \vec{e}; t_n - \tau, x_n - x) \cdot \varphi(x, \vec{e}, \tau), \quad (3)$$

$$\vec{e}: \vec{e} \in R^3.$$

Здесь все неизвестные свойства среды включены в оператор L_θ^{-1} ; экспериментальные данные – результат свертки поля $\vec{\varphi}$ с аппаратной функцией h . Только в идеализированной постановке (когда $h_n(t_n - t) = \delta(t - t_n)$, что соответствует бесконечной спектральной полосе пропускания приемника – физически не реализуемой, и когда диаграмма направленности $h(\vec{e}_n, \vec{e}) = h(\vec{e}_n^T, \vec{e})$) экспериментальное значение, не отягощенное случайной ошибкой ε , совпадает с проекцией поля $\vec{\varphi}(x, t)$ на направление \vec{n} . В качестве реальной модели детерминированной части конкретного измерения может быть принят функционал $h_n = h_n(\vec{\varphi})$, который можно считать непрерывным по физическому смыслу задачи, и линейным по техническим требованиям. В связи с нелинейностью функционала $\mathcal{P}_n(\theta)$ из (1) (даже при наличии явного выражения его действия на поле θ и при осуществлении условия $\varepsilon_n \rightarrow 0$) решение с необходимостью имеет интерпретационную форму. Как правило, основным элементом на каждом шаге итерации является линеаризация функционала \mathcal{P}_n . Пусть среда описывается полем $\theta_0 = \theta_0(x)$, тогда модель измерений (1) переходит в

$$U_n = \mathcal{P}_n(\theta_0) + \frac{\delta}{\delta\theta} \Big|_{\theta_0} \mathcal{P}_n(\theta) + \tilde{\varepsilon}_n,$$

где $\tilde{\epsilon}_n$ включает как случайную ошибку ϵ_n , так и ошибку, обусловленную детерминированной частью модели и связанную с линеаризацией.

Для поля θ_0 реализуется уравнение распространения $L_0 \vec{\varphi} = \vec{s}$. Будем считать, что искомое поле θ является близким к полю θ_0 , т.е. $\theta = \theta_0 + \delta\theta$, $\delta\theta \ll \theta_0$. Решение φ_0 может быть получено иногда в аналитической форме, если используется один из приближенных методов, например, геометрической оптики. Формальное решение для среды с полем параметров θ записывается как

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + L_0^{-1} \delta L_\theta \vec{\varphi} \quad (4)$$

($\delta L_\theta = L_0 - L_\theta$ - возмущающий оператор). Равенство (4) есть следствие операторного тождества:

$$L_\theta^{-1} \equiv L_0^{-1} + L_0^{-1} (L_0 - L_\theta) L_\theta^{-1}$$

представления $\vec{\varphi} = L_\theta^{-1} \vec{s}$.

Отметим, что представленная конструкция (4) может быть получена, если поле $\vec{\varphi}_0$ удовлетворяет однородному уравнению $L_0 \vec{\varphi}_0 = 0$. Записав оператор $L = L_0 - \delta L$, а решение φ в виде $\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \delta \vec{\varphi}$, получим уравнение

$$L_0 \delta \vec{\varphi} = \delta L \vec{\varphi},$$

т.е. поправка возмущенного поля описывается тем же уравнением, что и поле φ_0 в опорной среде, но уже с эффективным источником: $\vec{s}_\theta = \delta L \vec{\varphi}$, включающим в себя помимо поля φ_0 еще и поправку $\delta \varphi$.

Полная модель (3) с учетом (4) будет записана как

$$U_n = H_n [\varphi_0 + L_0^{-1} \delta L_\theta \varphi] + \epsilon_n. \quad (5)$$

Здесь свойства среды отражаются как членом δL_θ , так и множителем φ . Из-за наличия зависимости φ от $\delta\theta$ детерминированная часть модели измерений оказывается нелинейной относительно $\delta\theta$. Если $\delta\theta$ достаточно мало, т.е. если выполняется условие

$$\frac{\|H_n L_0^{-1} \delta L_\theta (\varphi - \varphi_0)\|^2}{E(\epsilon_n^2)} \ll 1 \quad (6)$$

(E - оператор математического ожидания), то φ в (5) может быть заменено на $\vec{\varphi}_0$. С физической точки зрения выполнение неравенства (6) определяет адекватность модели $U(\varphi)$ реальным измерениям; в результате замены φ на φ_0 модельная ошибка в (5) много меньше, чем ошибка измерений.

Проанализируем норму ошибки линеаризации, используя следующее неравенство

$$\|HL_0^{-1}\delta L_\theta(\varphi - \varphi_0)\| \leq \|HL_0^{-1}\delta L_\theta\| \|\varphi - \varphi_0\|.$$

Норма разности полей φ и φ_0 ограничена, что вытекает из физических соображений (физические поля не обладают бесконечной энергией): $\|\varphi - \varphi_0\| \leq C < \infty$. Оператор $HL_0^{-1}\delta L_\theta$ компактен, что связано с компактностью оператора H (интегрального оператора свертки), определяющего пространственно-временную дискретизацию. При $\delta\theta \rightarrow 0$ $\|HL_0^{-1}\delta L_\theta\| \rightarrow 0$ и условие (6) заведомо удовлетворяется. Учитывая (6) запишем модификацию модели (5):

$$U_n = H_n [\varphi_0 + L_0^{-1}\delta L_\theta\varphi_0] + \tilde{\varepsilon}_n. \quad (7)$$

Ошибки, включающие ошибки линеаризации, подавляются действием оператора H_n . Запишем модель (7), введя билинейную форму:

$$U_n = \langle h_n | \varphi_0 \rangle_{V,T,\Omega} + \langle h_n | L_0^{-1}\delta L_\theta\varphi_0 \rangle_{V,T,\Omega} + \tilde{\varepsilon}_n,$$

где:

$$\langle \xi | \eta \rangle_{V,T,\Omega} = \iint_{\Omega V} \xi(\vec{e}, x, t) * \eta(\vec{e}, x, t) dx d\theta$$

(* - знак свертки по времени; V - область зондирования; T - временной интервал измерений).

Редуцируя экспериментальные данные на известное значение:

$$U_n^0 = \mathcal{P}_n(\theta_0) \equiv \langle h_n | \varphi_0 \rangle_{V,T,\Omega},$$

получим

$$\tilde{U}_n = \langle h_n | L_0^{-1}\delta L_\theta\varphi_0 \rangle_{V,T,\Omega} + \tilde{\varepsilon}_n, \quad (8)$$

где $\tilde{U}_n = U_n - U_n^0$.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОМОГРАФИЧЕСКОГО ФУНКЦИОНАЛА

Выделим в возмущающем операторе δL_θ монотонную функцию $\nu(\delta\theta)$. Принимая во внимание тот факт, что во многих томографических задачах оператор δL_θ близок к локальному, например, является дифференциальным оператором, запишем (8) как

$$\begin{aligned} \tilde{U}_n &= \langle (L_0^{-1})^* h_n | \delta L_\theta\varphi_0 \rangle_{V,T,\Omega} + \tilde{\varepsilon}_n = \\ &= \langle G_0^* h_n \left| \frac{\delta}{\delta\nu} \delta L_\theta \right| G_0 \vec{S} \rangle_{T,\Omega} | \nu(\delta\theta) \rangle_V + \tilde{\varepsilon}_n, \end{aligned} \quad (9)$$

где $G_0 = L_0^{-1}$; $\frac{\delta}{\delta \nu} \delta L_\theta : \frac{\delta U}{\delta \nu} = \langle G_0^* h_n | \frac{\delta}{\delta \nu} \delta L_\theta | \varphi_0 \rangle_{T, \Omega}$. Интегральное ядро функционала относительно $\nu(\delta \theta)$ будем называть томографическим функционалом:

$$P_n^\nu = \langle \varphi_{out} | S^\nu | \varphi_{in} \rangle_{T, \Omega}, \quad (10)$$

где $\vec{\varphi}_{in} = \vec{\varphi}_0$ - падающее поле в известной опорной среде θ_0 ; $\vec{\varphi}_0 : L_0 \vec{\varphi}_0 = \vec{s}$, $\vec{\varphi}_{out} : L_0^* \vec{\varphi}_{out} = \vec{h}_n$ - обращенное поле, "генерированное" приемником; $S^\nu = \frac{\delta}{\delta \nu} \delta L_\theta$ - оператор взаимодействия полей φ_{in} и φ_{out} .

Учитывая (10), запишем модель (9) как

$$\tilde{U} = P\nu + \tilde{\epsilon},$$

$$\tilde{U} = \|\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_n, \dots, \tilde{U}_N\|^T, \quad \tilde{\epsilon} = \|\tilde{\epsilon}_1, \dots, \tilde{\epsilon}_n, \dots, \tilde{\epsilon}_N\|^T$$

$$P = \left\| \begin{array}{cccc} \langle P_{11} | & \dots & \langle P_{1m} | & \dots & \langle P_{1M} | \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle P_{n1} | & \dots & \langle P_{nm} | & \dots & \langle P_{nM} | \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle P_{N1} | & \dots & \langle P_{Nm} | & \dots & \langle P_{NM} | \end{array} \right\|, \quad \nu = \left\| \begin{array}{c} |\nu_1 \rangle \\ \dots \\ |\nu_m \rangle \\ \dots \\ |\nu_M \rangle \end{array} \right\|$$

Томографический функционал определяет влияние всех элементов пространственной области на n -й отсчет экспериментальных данных. Нужно отметить, что в традиционной лучевой томографии томографический функционал является сингулярным и локализуется вдоль луча, соединяющего источник и приемник; вес его вдоль луча постоянен, в дифракционной томографии даже при условии применимости лучевого описания полей φ_{in} , φ_{out} каждый элемент объема исследуемой области связан двумя лучевыми траекториями: от приемника и источника (причем каждый элемент пространственной области имеет собственный вес, который определяется взаимодействием полей φ_{in} , φ_{out}). Нужно заметить, что математические методы вычислительной томографии базируются на методах решения задач интегральной геометрии, когда данные (проекции) представлены интегралами от параметрических функций на многообразиях меньшей размерности (лучи, двумерные поверхности), в то время как в дифракционной томографии носители томографического функционала принадлежат пространству R^3 . Отметим, что основное содержание томографического эксперимента связано с перекрытием носителей томографических функционалов, т.е. информация об одном и том же элементе объема содержится во всей последовательности измерений. Измерения связаны как с изменениями локализации группы источников

(φ_{in} в (10)), так и с локализацией ориентаций приемника и отсчетов (φ_{out} в (10)) динамических полей.

Априорные данные могут быть представлены как в вероятностной, так и детерминированной форме, например, задается определенный тип пространственной симметрии. Детерминированная форма задания априорной информации позволяет перевести томографический функционал в пространство меньшей размерности. Если априори среда предполагается горизонтально однородной, то носитель томографического функционала является одномерным, а соответствующий томографический функционал является проекцией Радона обобщенного томографического функционала на вертикальное направление. В случае сферической симметрии параметр ядра томографического функционала является радиальной координатой.

3. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Рассмотрим примеры построения и интерпретации томографических функционалов.

Скалярное волновое уравнение. Операторы L_0 и L_θ имеют вид

$$L_0 = -\Delta + c_0^{-2}(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$L_\theta = -\Delta + c^{-2}(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$\theta_0 = c_0(x), \quad \theta = c(x), \quad x \in R^3, \quad \nu = \nu(x) = \frac{1}{c_0^2} \left(1 - \frac{c_0}{c^2} \right),$$

$$s^\nu = \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \rho = \langle \varphi_{out} \left| \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right| \varphi_{in} \rangle_T.$$

В этом случае сопряженный оператор Грина

$$G^* : G^*(x, x'; t - t') = G(x', x; -(t - t'))$$

определяет распространение волны от приемника в обратном времени. Носитель томографического функционала в однородной опорной среде локализуется в параболическом слое, когда падающее поле является плоской волной, и в эллиптическом слое, когда падающее поле является сферической волной (при условии точности приемника). На рис. 1а показано сечение носителя томографического функционала, проходящее через ось симметрии: слой параболоида образован кинематически эквивалентными точками ($c_0 = \text{const}$). На рис. 1б схематически дана конфигурация

носителя томографического функционала, если источник (s) точечный, а приемник (r) с аппаратной функцией $h(t) = \delta(t)$, причем σ – пространственно-временное представление полей φ_{in} , φ_{out} , \mathcal{V} – носитель томографического функционала.

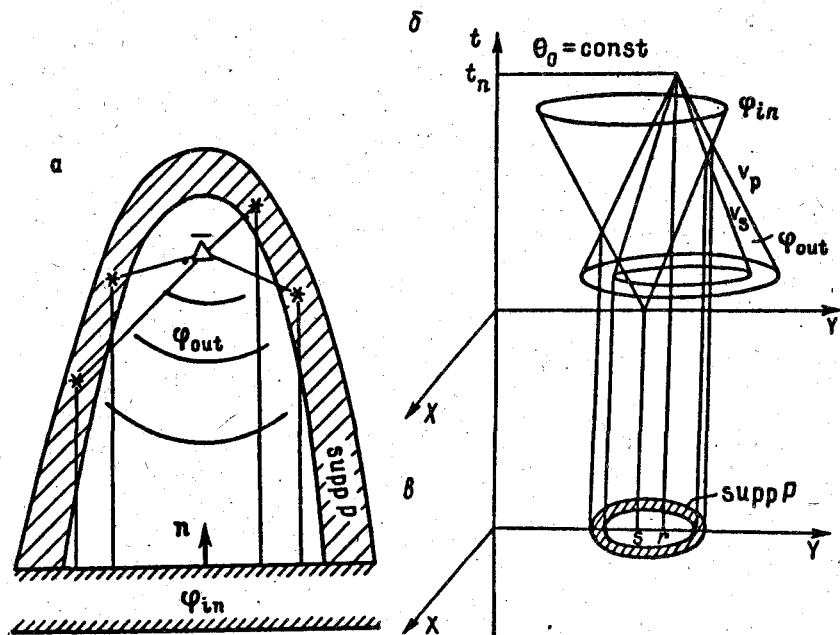


Рис. 1

Уравнение Ламе для однородной изотропной безграничной среды. Операторы распространения волнового поля в опорной (L_0) и возмущенной (L_θ) средах записываются в виде

$$L_0 \vec{\varphi} = \rho \frac{\partial^2 \vec{\varphi}}{\partial t^2} - \left[(\lambda_0 + \mu_0) \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \mu_0 \Delta \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \lambda_0 \vec{\nabla} \varphi + \vec{\nabla} \mu_0 \times \vec{\varphi} + 2(\vec{\nabla} \mu_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi} \right],$$

$$L_\theta \vec{\varphi} = \frac{\partial^2 \vec{\varphi}}{\partial t^2} \rho - \left[(\lambda + \mu) \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \mu \Delta \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \mu \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} + 2(\vec{\nabla} \mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi} \right].$$

Здесь

$$\theta_0 = \left\| \begin{array}{l} |\lambda_0(x) \rangle \\ |\mu_0(x) \rangle \\ |\rho_0(x) \rangle \end{array} \right\|, \quad \theta = \left\| \begin{array}{l} |\lambda(x) \rangle \\ |\mu(x) \rangle \\ |\rho(x) \rangle \end{array} \right\|,$$

$$\nu(\delta\theta) = \delta\theta, \quad \lambda(x) = \lambda_0(x) + \delta\lambda(x),$$

$$\mu(x) = \mu_0(x) + \delta\mu(x),$$

$$\rho(x) = \rho_0(x) + \delta\rho(x).$$

Структура оператора P в данном случае будет описываться как

$$\langle P^\nu | = \| \langle P^\lambda | \langle P^\mu | \langle P^\rho \|.$$

Возмущающий оператор $\delta L = L_0 - L_\theta$ из (7) равен

$$\delta L = \delta L_\lambda + \delta L_\mu + \delta L_\rho,$$

$$\delta L_\lambda : \delta L_\lambda \vec{\varphi} = \delta\lambda \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} = \vec{\nabla} (\delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta L_\mu : \delta L_\mu \vec{\varphi} &= \\ &= \delta\mu (\vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}) + \delta\mu \Delta \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \delta\mu \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} + 2(\vec{\nabla} \delta\mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi} = \\ &= 2\delta\mu \Delta \vec{\varphi} + \delta\mu \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \delta\mu \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} + 2(\vec{\nabla} \delta\mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\delta L_\rho : \delta L_\rho \vec{\varphi} = -\delta\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}.$$

Выражение $(\vec{\nabla} \delta\mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi}$ в координатной форме с единичными векторами \vec{e}_i можно записать как

$$\sum_i (\vec{\nabla} \delta\mu \cdot \vec{\nabla} \varphi_i) \vec{e}_i.$$

Используя тождество

$$\vec{\nabla} \cdot (\eta \vec{\nabla} \xi) = \eta \Delta \xi + \vec{\nabla} \eta \cdot \vec{\nabla} \xi,$$

трансформируем выражение

$$2\delta\mu \Delta \vec{\varphi} + 2(\vec{\nabla} \delta\mu \cdot \vec{\nabla}) \vec{\varphi}$$

так, что оно примет вид

$$2 \sum_i \vec{\nabla} (\delta\mu \vec{\nabla} \varphi_i) \vec{e}_i.$$

Используя тождество

$$\vec{\nabla} \cdot (\xi \vec{f}) = \vec{\nabla} \xi \times \vec{f} + \xi \vec{\nabla} \times \vec{f},$$

мы получаем

$$\delta\mu \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} + \vec{\nabla} \delta\mu \times \vec{\nabla} \times \vec{\varphi} = \vec{\nabla} \times \delta\mu \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}.$$

Окончательно запишем действие оператора δL_μ в форме

$$\delta L_\mu = \vec{\nabla} \times (\delta\mu \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}) + 2\vec{\nabla} \cdot (\delta\mu \vec{\nabla} \vec{\varphi}).$$

Напомним, что значения томографических функционалов (10) можно записать в виде

$$\langle \rho^\theta | \delta\theta \rangle_V = \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\theta \vec{\varphi}_{in} dx$$

Для вариаций любого поля параметров $\delta\theta$ (символ \otimes означает свертку по времени и суммирование по всем индексам входящих векторных либо тензорных выражений, символ $*$ оставлен для обычной свертки по времени. Например:

$$\psi_{ik} \otimes \varphi_{lm} \triangleq \psi_{ik} * \delta_{il} \delta_{km} \varphi_{lm}.$$

Детерминированную часть $U_n^d = \tilde{U}_n - \tilde{\varepsilon}_n$ модели (9) можно представить как

$$U_n^d = \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\lambda \vec{\varphi}_{in} dx + \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\mu \vec{\varphi}_{in} dx + \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\rho \vec{\varphi}_{in} dx. \quad (13)$$

Выделим дивергентную часть первого слагаемого (13) с учетом выражения для δL_λ (11):

$$\begin{aligned} \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\lambda \vec{\varphi}_{in} &= \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} (\delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}) \equiv \\ &\equiv \vec{\nabla} \cdot (\vec{\varphi}_{out} \otimes \delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}) - \delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in} \end{aligned}$$

и применим теорему Гаусса-Остроградского:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot (\vec{\varphi}_{out} \otimes \delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}) dx = \int_{\partial V} d\vec{\sigma} \cdot (\vec{\varphi}_{out} \otimes \delta\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}),$$

затем выбираем объем интегрирования достаточно большим, так, что можно принять $\delta\lambda|_{\partial V} \equiv 0$, тогда соответственно, интеграл по

поверхности исчезает, первое слагаемое в (13) можно записать как

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\lambda \vec{\varphi}_{in} dx &= \int_V \delta \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\varphi}_{in} dx = \\ &= \int_V \rho^\lambda(x) \delta \lambda(x) dx = \langle \langle \vec{\varphi}_{out} | S^\lambda | \vec{\varphi}_{in} \rangle \rangle_T | \delta \lambda \rangle_V, \\ S^\lambda : \rho^\lambda &= \langle \langle \vec{\varphi}_{out} | S^\lambda | \vec{\varphi}_{in} \rangle \rangle = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}, \end{aligned} \quad (14)$$

т.е. действие оператора взаимодействия S^λ полей $\vec{\varphi}_{out}$ и $\vec{\varphi}_{in}$ сводится к симметричной трансформации полей $\vec{\varphi}_{out}$ и $\vec{\varphi}_{in}$ в поле их дивергенций: $\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_{out}$. Чтобы определить действие оператора S^μ , воспользуемся тождеством

$$\vec{\nabla} \cdot (\xi \vec{f}) = \vec{\nabla} \xi \cdot \vec{f} + \xi \vec{\nabla} \cdot \vec{f},$$

с учетом которого, а также и выражения для δL_μ из (12), получим

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \cdot (\delta \mu \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{in}) dx &= \int_V \vec{\nabla} \cdot (\vec{\varphi}_{out} \otimes \delta \mu \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{in}) dx - \\ &- \int_V \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta \mu \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{in} dx. \end{aligned} \quad (15)$$

Применение теоремы Гаусса-Остроградского, учет условия $\delta \mu|_{\partial V} = 0$ приводит к исчезновению первого интеграла в правой части (15), а во втором интеграле $\delta \mu$ входит множителем.

Аналогично, взаимодействие $\vec{\varphi}_{out}$ со вторым слагаемым в (15) дает

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \times (\delta \mu \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{in}) dx &= \\ &= \int_V \vec{\nabla} \cdot \int_T dt' \vec{\varphi}_{out}(t-t') \times \delta \mu \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{in}(t') dx + \\ &+ \int_V (\delta \mu \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{in}) dx \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь первый интеграл в правой части имеет дивергентную форму и исчезает: $\delta \mu|_{\partial V} = 0$. Окончательно, используя (15) и (16),

находим:

$$\begin{aligned} & \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\mu \vec{\varphi}_{in} dx = \\ & \int_V dx \left[\vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{in} - 2\vec{\nabla} \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{in} \right] \delta\mu = \\ & = \int_V dx \rho^\mu(x) \delta\mu(x) = \ll \vec{\varphi}_{out} | S^\mu | \vec{\varphi}_{in} \gg_\tau | \delta\mu \gg_\mu, \end{aligned} \quad (17)$$

т.е.

$$S^\mu : \rho^\mu = \langle \vec{\varphi}_{out} | S^\mu | \vec{\varphi}_{in} \rangle = \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_{in} - 2\vec{\nabla} \vec{\varphi}_{out} \otimes \vec{\nabla} \vec{\varphi}_{in}.$$

Действие оператора S^ρ с учетом (12) определяется выражением

$$\int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \delta L_\rho \vec{\varphi}_{in} dx = \int_V \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_{in} dx, \quad (18)$$

которое можно записать в явно симметричной относительно полей $\vec{\varphi}_{out}$ и $\vec{\varphi}_{in}$ форме. Проводя интегрирование в (18) по частям

$$\begin{aligned} \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_{in} &= \int_{-\infty}^{\infty} dt \vec{\varphi}_{out}(T-t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_{in}(t) = \\ &= \vec{\varphi}_{out} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in} \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{out} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in} dt \end{aligned}$$

и принимая во внимание, что

$$\vec{\varphi}_{out} \Big|_{+\infty} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in} \Big|_{-\infty} = 0,$$

получим

$$S^\rho : \rho^\rho = \langle \vec{\varphi}_{out} | S^\rho | \vec{\varphi}_{in} \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in}. \quad (19)$$

Итак, формулы (14), (17) и (19) определяют операторы взаимодействия S^λ , S^μ и S^ρ полей $\vec{\varphi}_{out}$ и $\vec{\varphi}_{in}$. Физическая интерпретация томографических функционалов заключается в том, что их интегральные ядра представляют собой пространственные функции влияния вариаций полей искомым параметров среды на отсчетные экспериментальные значения волнового поля зондирующего сигнала. Носитель томографического функционала определяется

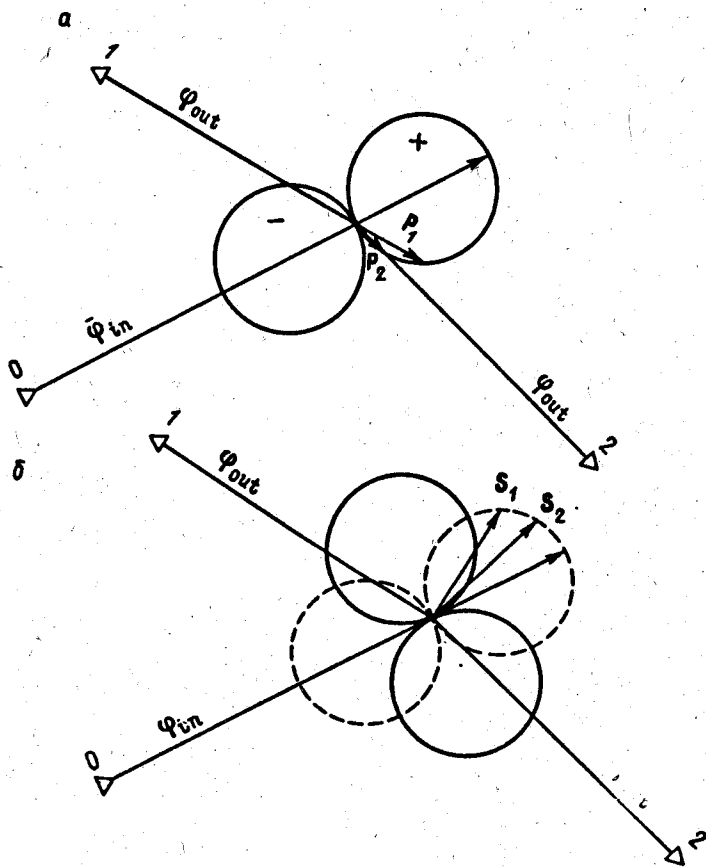


Рис. 2

областью взаимодействия полей $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$, заведомо ограниченной в силу физических условий томографического эксперимента (конечный временной интервал измерений и конечная скорость распространения поля $\vec{\varphi}_{out}$).

Норма томографического функционала обусловлена амплитудой функции влияния, связанной с оператором взаимодействия. На рис. 2 приведены диаграммы амплитуды воздействия полей φ_{in} и φ_{out} в однородной опорной среде: рис. 2а – оба поля – продольные волны. рис. 2б – поле φ_{in} является продольной, а поле φ_{out} – поперечной волнами (пунктирные окружности на рис. 2б определяют эквивалентные амплитуды φ_{out} – волны). Поле генерируется “источником” с временной зависимостью, опре-

деляемой аппаратной функцией сейсморегирующего канала. Вследствие ограниченной полосы частот аппаратной функции при взаимодействии полей $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$, которое во всех случаях носит характер свертки во временной области (соответственно произведения в спектральной области), выписываются лишь перекрывающиеся спектральные компоненты полей $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$.

Анализ томографических функционалов позволяет провести математическое планирование томографического эксперимента, управляя входящими в структуру томографического функционала параметрами (пространственной локализацией источников и приемников $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$, формой зондирующего сигнала $\vec{\varphi}_{in}$, выбором временного интервала регистрации $\vec{\varphi}_{out}$). При этом характер взаимодействия определяется только влиянием параметров среды на физику распространения зондирующего сигнала: например, если поле является чисто вихревым (поперечная волна в опорной однородной среде), то томографический функционал ρ^λ становится нулевым, соответственно такой томографический эксперимент заведомо обладает нулевой информативностью по отношению к полю параметра λ . Физически содержательный томографический эксперимент определяется не только нормой томографических функционалов, но и областью пересечения носителей.

Отдельно рассмотрим ситуацию, при которой опорную среду можно считать однородной.

Пусть вариации упругих параметров в однородной изотропной среде таковы, что $|\vec{\nabla}\lambda|$, $|\vec{\nabla}\mu|$ и $\delta\rho$ достаточно малы. Рассмотрим две ситуации, когда поле $\vec{\varphi}_{in}$ является частью продольной волны и когда $\vec{\varphi}_{in}$ — чисто поперечная волна. В первом случае введем функцию

$$\nu_\rho(v_\rho^2) = \rho_0 \left[\frac{v_\rho^2}{v_{\rho_0}^2} - 1 \right],$$

при этом $\rho_0 \delta(v_\rho^2) = \delta(\lambda + 2\mu)$. Записав действие оператора возмущения на поле $\vec{\varphi}_{in} \equiv \vec{\varphi}_\rho$, где $\varphi_\rho : \vec{\nabla} \times \vec{\varphi}_\rho \equiv 0$, получим:

$$\delta L \vec{\varphi}_\rho = \delta \lambda \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_\rho + 2\delta \mu \Delta \vec{\varphi}_\rho = (\delta \lambda + 2\delta \mu) \Delta \vec{\varphi}_\rho = \delta(\lambda + 2\mu) \Delta \vec{\varphi}_\rho. \quad (20)$$

Замечая, что в точках пространства, где отсутствует источник, справедливо уравнение

$$\left(\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (\lambda_0 + 2\mu_0) \Delta \right) \vec{\varphi}_\rho = 0,$$

заменим в (20) $\Delta\varphi_\rho$ на $\frac{\rho_0}{\lambda_0+2\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_\rho$. Тогда

$$\delta L \vec{\varphi}_\rho = \delta \nu_\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_\rho.$$

Соответствующий томографический функционал и оператор взаимодействия имеют вид

$$S^{\nu_\rho} : \rho^{\nu_\rho} = \langle \vec{\varphi}_{out} | S^{\nu_\rho} | \vec{\varphi}_{in} \rangle = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in}. \quad (21)$$

Во втором случае введем функцию

$$\nu_s(v_s^2) = \rho_0 \left[\frac{v_s^2}{v_{s_0}^2} - 1 \right],$$

тогда

$$\rho \delta(v_s^2) = \delta \mu.$$

Запишем действие возмущающего оператора на поле $\vec{\varphi}_{in} \equiv \vec{\varphi}_s$, где $\vec{\varphi}_s : \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}_s \equiv 0$:

$$\delta L \vec{\varphi}_s = \delta \mu \Delta \vec{\varphi}_s.$$

Используя уравнение для соленоидального поля $\vec{\varphi}_s$:

$$\left(\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu \Delta \right) \vec{\varphi}_s = 0,$$

получаем

$$\delta L \vec{\varphi}_s = \delta \nu_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\varphi}_s.$$

Томографический функционал для ν_s имеет вид

$$S^{\nu_s} : \rho^{\nu_s} = \langle \vec{\varphi}_{out} | S^{\nu_s} | \vec{\varphi}_{in} \rangle = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in}. \quad (22)$$

Несмотря на то, что операторы S^{ν_ρ} (21) и S^{ν_s} (22), определяющие взаимодействие полей $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$, идентичны, носители соответствующих томографических функционалов различны, что связано с разными скоростями распространения волн сжатия (v_ρ) и сдвига (v_s). Чтобы проиллюстрировать конфигурацию носителя томографического функционала, рассмотрим плоскую падающую волну. На рис. За изображены характеристические конусы, соответствующие полю точечного источника $\vec{\varphi}_{out}$, генерированному приемником в момент t_n и распространяющемуся в обратном времени. Внешняя каноническая поверхность соответствует распространению со скоростью волны сжатия внутренней волны сдвига. В трехмерном пространстве R^3 поле сосредоточено между этими

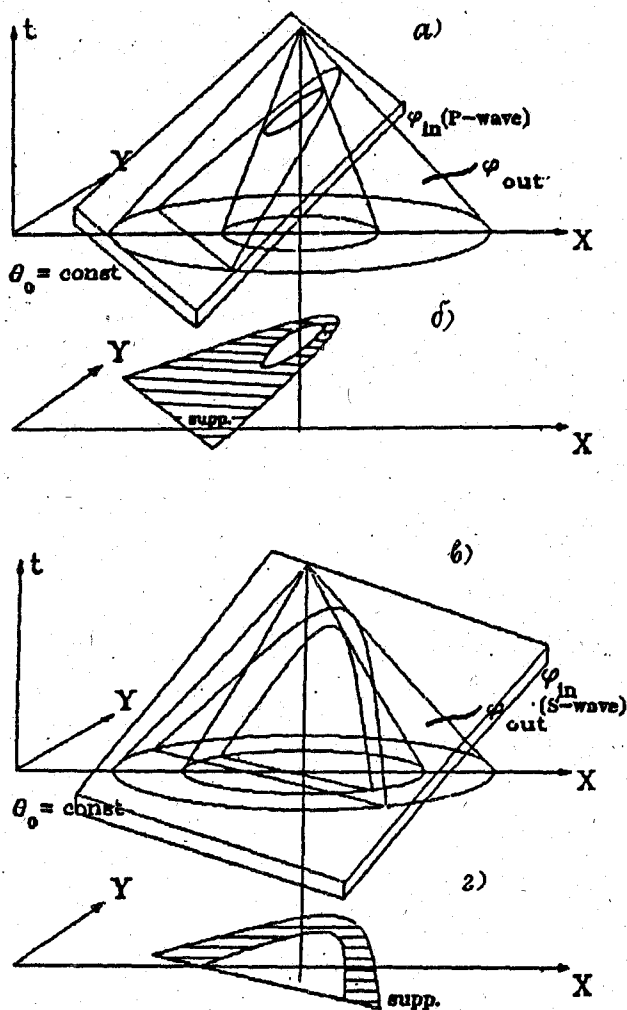


Рис. 3

коническими поверхностями (для упрощения на рис. За опущено действие свертки по времени, в предположении, что "источник" моделируется δ -функцией по времени). Нормаль к фронту плоской волны ориентирована в направлении, противоположном \vec{e}_2 .

На этом рисунке поле φ_{in} представляет собой плоскую волну сжатия с конечной длительностью сигнала. Носитель томо-

графического функционала (рис. 3б) ограничен в пространстве двумя поверхностями: внешняя – параболоид вращения, являющийся пространственной проекцией сечения внешнего характеристического конуса (v_p) плоскостью фронта падающей P -волны. Внутренняя поверхность – эллипсоид вращения, соответствующий пространственной проекции сечения внутреннего конуса (v_s) плоскостью падающего поля P -волны. Оси симметрии обеих поверхностей, ограничивающих носитель томографического функционала, совпадают с \vec{e}_2 .

На рис. 3в падающее поле – плоская S - волна. В этом случае внешняя поверхность, ограничивающая носитель функционала (рис. 3г) – гиперboloид вращения, внутренняя – параболоид вращения, ось симметрии та же: \vec{e}_2 .

Уравнение переноса стационарного зондирующего сигнала.

При исследовании пространственной структуры атмосферы Земли и других планет, плазменных объектов – в широком классе физических экспериментов, где измеряемые величины являются квадратичными функциями волновых полей, а также при описании прохождения потоков частиц в среде, возникает уравнение переноса.

Пусть поле зондирующего сигнала будет:

$$\varphi(x, \vec{n}), \quad \vec{n} \in \Omega = \{ \vec{n} : \vec{n} \in R^3, |\vec{n}| = 1 \}.$$

Запишем операторы уравнения переноса для опорной (L_0) и возмущенной (L_θ) средах в случае изотропного рассеяния:

$$L_0\varphi = (\vec{n}, \vec{\nabla}\varphi) + \alpha_0(x)\varphi - \sigma_0(x) \int_{\Omega} \varphi(x, \vec{n}) d\vec{n}, \quad (23)$$

$$L_\theta\varphi = (\vec{n}, \vec{\nabla}\varphi) + \alpha(x)\varphi - \sigma(x) \int_{\Omega} \varphi(x, \vec{n}) d\vec{n} \quad (24)$$

α – коэффициент абсорбции; β – коэффициент рассеяния; $\theta_0 = \|\alpha_0(x)\beta_0(x)\|$, $\nu(\delta\theta) = \delta\theta$. Оператор взаимодействия имеет два компонента $S^\nu = [S^\alpha, S^\sigma]$, а томографический функционал представляется как $\langle \rho^\nu | = [\langle \rho^\alpha |, \langle \rho^\sigma |]$. Операторы взаимодействия S^α и S^σ легко находятся из представления оператора возмущения для уравнений (23) и (24):

$$\begin{aligned} \delta L &= \delta L_\alpha + \delta L_\sigma, \\ \delta L_\alpha : \delta L_\alpha \varphi &= \delta \alpha \varphi, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\delta L_\sigma : \delta L_\sigma \varphi = \sigma \delta \int_{\Omega} \varphi(x, \vec{n}') d\vec{n}' \quad (26)$$

Томографические функционалы записываются в виде

$$\langle \rho^\alpha | \delta \alpha \rangle_\Omega = \int_{\Omega} \varphi_{out} \delta L_\alpha \varphi_{in} d\vec{n},$$

$$\langle \rho^\sigma | \delta \sigma \rangle_\Omega = \int_{\Omega} \varphi_{out} \delta L_\sigma \varphi_{in} d\vec{n}.$$

Подставив δL_α и δL_σ в форме (25), (26), получим

$$S^\alpha : \langle \rho^\alpha | = \langle \varphi_{out} | S^\alpha | \varphi_{in} \rangle_\Omega = \langle \varphi_{out} | S^\alpha | \varphi_{in} \rangle_\Omega, \quad (27)$$

$$S^\sigma : \langle \rho^\sigma | = \langle \varphi_{out} | S^\sigma | \varphi_{in} \rangle_\Omega = \langle \varphi_{out} | \int_{\Omega} \varphi_{in}(x, \vec{n}') d\vec{n}' \rangle_\Omega. \quad (28)$$

Анализ формул (27) и (28) показывает, что в изотропном случае действие томографического функционала, соответствующего коэффициенту поглощения α , сводится к интегрированию произведения полей φ_{out} и φ_{in} по полному телесному углу, а действие томографического функционала коэффициента рассеяния определяется произведением интегралов по полному телесному углу полей φ_{in} и φ_{out} . Отметим, что поле φ_{in} , входящее в выражение томографических функционалов, является решением уравнения переноса в опорной среде (23). Поле φ_{out} удовлетворяет сопряженному уравнению

$$-(\vec{n}, \vec{\nabla} \varphi) + \alpha_0(x) - \sigma_0(x) \int_{\Omega} \varphi(x, \vec{n}') d\vec{n}' = h,$$

где h – поле, “генерированное” приемником.

Уравнение диффузии. В задачах геоэлектрики, как правило рассматривают квазистационарные поля \vec{E} и \vec{H} , которые при отсутствии зарядов удовлетворяют однородным уравнениям диффузии:

$$\Delta \vec{\varphi} - \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi} = 0,$$

где $\vec{\varphi}$ является вектором \vec{E} или \vec{H} . Эволюционные операторы в опорной (L_0) и возмущенной (L_θ) средах имеют вид

$$L_0 = \Delta - \sigma_0(x) \frac{\partial}{\partial t},$$

$$L_\theta = \Delta - \sigma(x) \frac{\partial}{\partial t},$$

где $\sigma(x) = \sigma_0(x) + \delta\sigma(x)$. Оператор возмущения δL_σ можно записать $\delta L_\sigma = \delta\sigma \frac{\partial}{\partial t}$, тогда томографический функционал будет выражаться как

$$\rho^\sigma = \vec{\varphi}_{out} \otimes \frac{\partial}{\partial t} \vec{\varphi}_{in}. \quad (29)$$

Заметим, что $\vec{\varphi}_{in}$ и $\vec{\varphi}_{out}$ в (29) удовлетворяют уравнениям соответственно

$$L_0 \vec{\varphi}_{in} = 0,$$

$$L_0^* \vec{\varphi}_{out} = \vec{h},$$

где $L^* = \Delta + \sigma_0(x) \frac{\partial}{\partial t}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Томографические функционалы имеют смысл функций влияния различных пространственных областей среды на отсчетное значение сейсмограммы при выбранном плане томографического эксперимента. Анализ томографических функционалов дает возможность понять каким образом конкретный отсчет на сейсмограмме связан с возможными вариациями параметров среды в различных пространственных точках, что позволяет оценить пространственную область, относительно которой выбранная система наблюдений является информативной. В общем случае функция влияния является знакопеременной, в отличие от случая прямого преобразования Радона, где она является постоянной. При фиксированном падающем поле φ_{in} динамика функции влияния определяется сопряженным уравнением распространения зондирующего сигнала в опорной среде.

Норма томографического функционала (амплитуда функции влияния) при фиксированной системе наблюдений определяется интенсивностью взаимодействия между падающим полем φ_{in} , индуцированным источником и обращенным полем φ_{out} , генерируемым приемником. Оператор взаимодействия полей φ_{in} и φ_{out} определяется исключительно влиянием вариаций поля параметров среды на динамику распространяющегося сигнала и не зависит от модели опорной среды.

Томографический функционал управляется выбором поля φ_{out} (системы наблюдений), в то время как оператор взаимодействия определяется только физикой распространения зондирующего сигнала. Содержательность томографического эксперимента

характеризуется перекрытием носителей томографических функционалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Проект No. 93059961.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Белишев, *Уравнение типа Гельфанда-Левитана в многомерной обратной задаче для волнового уравнения*. — Зап. научн. семина. ЛОМИ 156, № 17 (1987), 15–20.
2. А. С. Благовещенский, *О локальном методе решения нестационарной обратной задачи для неоднородной среды*. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР. т. 115, Л., 1971, с. 28–38.
3. А. С. Благовещенский, *Обратные задачи теории распространения упругих волн*. — Изв. АН СССР Сер. Физика Земли No.12 (1978).
4. А. С. Благовещенский, *Об обратной задаче теории распространения сейсмических волн. Проблемы математической физики*. Л., 1966, с. 18–31.
5. В. Г. Романов, *Обратные задачи математической физики*. М., 1984.
6. В. Г. Романов, *Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа*. Новосибирск, 1972.
7. Л. Д. Фаддеев, *Обратная задача квантовой теории рассеяния*. — Современные проблемы математики (Итоги науки и техники). т. 3, М., 1974, с. 93–181.
8. А. Л. Бухгейм, *Введение в теорию обратных задач*. Новосибирск, 1988.
9. А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, *Методы решения некорректных задач*. М., 1986.
10. В. Н. Троян, Ю. М. Соколов, *Методы аппроксимации геофизических данных на ЭВМ*. Л., 1989.
11. Г. А. Рыжиков, В. Н. Троян, *Томография и обратные задачи дистанционного зондирования*. С.-Петербург, 1994.
12. Г. А. Рыжиков, В. Н. Троян, *Томографические функционалы в интерпретационных задачах зондирования упругими волнами*. — В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Л., вып. 28., 1989, с. 87–90.
13. G. A. Ryzhikov, V. N. Troyan, *Diffraction tomography and backprojection Proc. of the 9-th International Seminar on Model Optimization in Exploration Geophysics, Berlin, 1991, Vieweg, 47–52.*
14. G. A. Ryzhikov, V. N. Troyan, *On regularization methods in 3-D tomography Proc. of the 9-th International Seminar on Model Optimization in Exploration Geophysics, Berlin, 1991, Vieweg. 53–61.*

Troyan V. N., Ryzhikov G. A. Diffraction tomography: construction and interpretation of tomographic functionals.

On the basis of a linearized model of the seismic wave fields propagation the notion of tomographic functionals is introduced. The physical interpretation of tomographic functionals lies in the fact that its integral kernels are the spatio-temporal functions of the influence of the variations of the medium parameters sought for on the particular measurement of the sounding

signal wave field. The tomographic functional norm is determined by the intensity of the influence function connected with the interaction operator. The field is generated by the "source" with the temporal dependence determined by the apparatus function of the seismic channel. The analysis of the tomographic functionals makes it possible to carry out the mathematical design of the tomographic experiment for the monitoring of the seismic active zones controlling the tomographic functionals parameters. The richness of the content of a tomographic experiment is determined not only by the norm of the tomographic functionals, but the region of the overlapping of the tomographic functionals. It is carried out the analysis of the tomographic functionals for the wave equation and Lamé equation.

С.-Петербургский государственный
университет

Поступило 10 мая 1994 г.

С.-Петербургский государственный
университет