



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. В. Бухенский, А. Б. Дюбуа, А. Н. Конюхов, С. И. Кучерявый, С. Н. Машнина,
А. С. Сафошкин, Особенности решения интегро-дифференциальных уравнений
Максвелла и возбуждения поверхностного поляритона на планарной структуре,
Журнал СВМО, 2017, том 19, номер 3, 73–81

<https://www.mathnet.ru/svmo675>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

18 апреля 2025 г., 20:19:41



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАТИКА

DOI 10.15507/2079-6900.19.201703.73-81

УДК 621.315.592

Особенности решения интегро-дифференциальных уравнений Максвелла и возбуждения поверхностного поляритона на планарной структуре© К. В. Бухенский¹, А. Б. Дюбуа², А. Н. Конюхов³, С. И. Кучерявый⁴,
С. Н. Машнина⁵, А. С. Сафoshкин⁶

Аннотация. В работе рассмотрен процесс дифракции электромагнитной волны на границе раздела вакуум-металл-нелинейная плёнка - полупроводник с возбуждением поверхностной волны. В рамках теории развит модовый метод расчета процесса взаимодействия излучения со структурой, позволяющий рассчитывать для фиксированного потока энергии возмущения потоки энергий, возникающих в процессах дифракции.

Ключевые слова: интегро-дифференциальные уравнения, поверхностный поляритон, уравнения Максвелла

Процессы перераспределения энергии в результате дифракции электромагнитного излучения в диэлектрических средах представляют собой одну из важнейших задач интегральной оптики. По сравнению с процессами распространения электромагнитного излучения вдоль многослойных структур с параллельными (или коаксиальными) границами раздела, которые хорошо изучены и систематизированы к настоящему времени [1,2], дифракционные задачи изучены гораздо слабее. Основная проблема заключается в больших математических сложностях, связанных с решением уравнений Максвелла в средах, где границы раздела между средами суть не параллельные плоскости. Условия непрерывности в совокупности с уравнениями Максвелла для таких задач связаны с решением сложных интегро-дифференциальных уравнений [3], которые имеют аналитическое решение только для определенных геометрий [4]. Привлекательность планарной геометрии объясняется, во-первых, относительной простотой возникающих здесь теоретических моделей распространения электромагнитного излучения вдоль таких структур, во-вторых, фундаментальность получаемых здесь результатов позволяет обобщить их с теми или

¹ Бухенский Кирилл Валентинович, доцент, заведующий кафедрой высшей математики, ФГБОУ ВО "РГРТУ" (390005, Россия, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59.), кандидат физико-математических наук, bukhensky.k.v@rsreu.ru

² Дюбуа Александр Борисович, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО "РГРТУ" (390005, Россия, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59.), кандидат физико-математических наук, abd-69@mail.ru

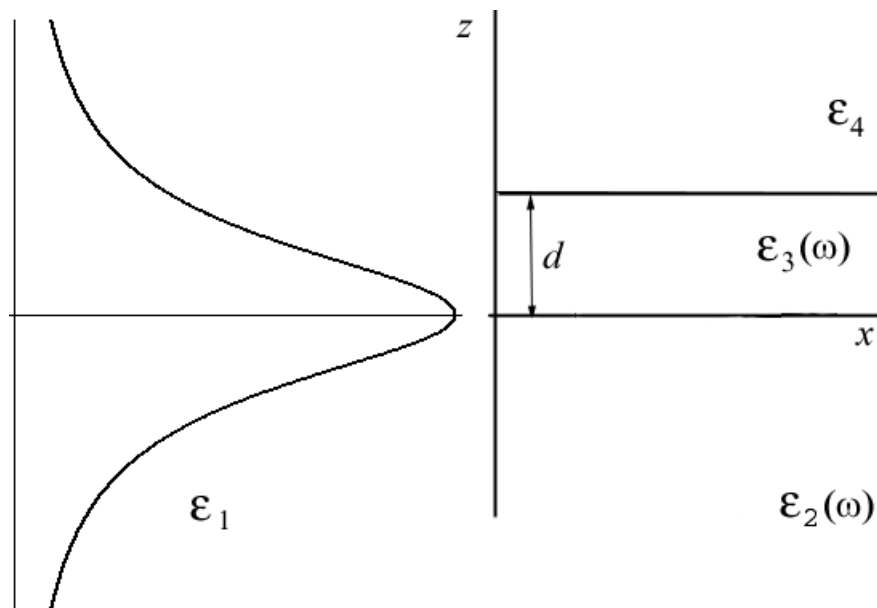
³ Конюхов Алексей Николаевич, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО "РГРТУ" (390005, Россия, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59.), кандидат педагогических наук

⁴ Кучерявый Сергей Иванович, доцент кафедры Общей и Специальной Физики, ИАТЭ НИЯУ МИФИ (249040, Калужская область, г. Обнинск, Студгородок, д. 1), кандидат физико-математических наук, kucheryavyu@iate.obninsk.ru

⁵ Машнина Светлана Николаевна, старший преподаватель кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО "РГРТУ" (390005, Россия, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59.)

⁶ Сафoshкин Алексей Сергеевич, ассистент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО "РГРТУ" (390005, Россия, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59.), safoshkin.a.s@rsreu.ru

уточнениями на более сложные модели структур, и, в-третьих, планарная геометрия в достаточной степени близка к действительности. В работе [5] был развит модовый метод исследования задач дифракции электромагнитного излучения на диэлектрическом барьере, где границы раздела между средами описываются параллельными или перпендикулярными плоскостями. Основным достоинством этого метода является сведение интегральных дифракционных уравнений к системе алгебраических, которые дают информацию как о поверхностных, так и об объемных полях, возбуждаемых в структуре. В работе [6] этот метод был использован для расчета процессов отражения поверхностной волны от вертикального диэлектрического барьера. В данной работе этот метод использован для расчета процесса отражения гауссова пучка от вертикального диэлектрического барьера. Последний представляет собой четыре разделенные плоскостями $x = 0$, $z = 0$ и $z = d$ области с диэлектрическими проницаемостями: ϵ_1 – вакуум, $\epsilon_2(\omega)$ – металл, $\epsilon_3(x)$ – нелинейная тонкая полупроводниковая пленка, ϵ_4 – полупроводник, с возбуждением поверхностных и объемных электромагнитных полей (Рис. 1.2). Перечислим основные виды излучения при дифракции. Так как среда при $x < 0$ не обладает волноведущим эффектом для поляритона, то там будет присутствовать только объемное отраженное излучение. При $x > 0$ это, прежде всего, мода поверхностного поляритона [7], распространяющегося вдоль оси x (при нормальном падении пучка поток поверхностной волны вдоль оси z будет отсутствовать), и объемное прошедшее излучение. Как отраженное, так и прошедшее объемные поля представляются по модам излучения. Поэтому исследование процесса дифракции подразумевает анализ нескольких моментов: исследование собственных мод при $x < 0$ и $x > 0$, разложение дифрагированного излучения по собственным модам и сшивание этих полей при $x = 0$ для нахождения соответствующих амплитуд.



Р и с у н о к 1.2

Процесс дифракции при нормальном падении электромагнитной волны на диэлектрический барьер

Запишем уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{H}} &= \frac{\epsilon_i(\omega)}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{E}} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Ищем решения (1.1) в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t) &= \mathbf{E}(x, y, z) e^{-i\omega t}, \\ \tilde{\mathbf{H}}(x, y, z, t) &= \mathbf{H}(x, y, z) e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Подставляя (1.2) в (1.1) и сокращая на общий множитель $e^{-i\omega t}$ получим:

$$\begin{aligned} i\omega \mathbf{H}(x, y, z) &= \text{rot} \mathbf{E}(x, y, z), \\ i\omega \varepsilon_i(\omega) \mathbf{E}(x, y, z) &= -\text{rot} \mathbf{H}(x, y, z). \end{aligned} \quad (1.3)$$

В соответствии с выбранной геометрией (рис. 1.2) компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} не зависят от координаты y , т. е. $E(x, y, z) \equiv E(x, z)$ и $H(x, y, z) \equiv H(x, z)$.

Тогда, в соответствии с гармоническим характером вдоль оси x [8], получим:

$$\{\mathbf{H}(x, z), \mathbf{E}(x, z)\} = \{\mathbf{H}(z), \mathbf{E}(z)\} e^{ik_x x}. \quad (1.4)$$

Как будет показано ниже, наибольший интерес вызывает процесс дифракции ЭМВ с возбуждением поверхностной волны (поляритона). Данный процесс возможен лишь в случае Н-волны (так называемое ТМ-поляризованное излучение), для которой с учетом выбранной геометрии структуры отличны от нуля проекции E_x , E_z , H_y , и при $\varepsilon_2(\omega) < 0$.

Тогда из (1.1) с учетом (1.2) получаем

$$\text{rot} \mathbf{H} = \left(-\frac{\partial H_y}{\partial z}, 0, \frac{\partial H_y}{\partial x} \right), \quad (1.5)$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = \left(0, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, 0 \right). \quad (1.6)$$

Так как E_z и E_x не зависят от y , а $E_y = H_x = H_z = 0$ по условию задачи.

С учетом (1.4) получаем

$$E_x(x, z) = E_x(z) e^{ik_x x}; E_z(x, z) = E_z(z) e^{ik_x x}; H_y(x, z) = H_y(z) e^{ik_x x}.$$

Приравнивая соответствующие компоненты (1.5)

$$-\frac{i\omega\varepsilon(\omega)}{c} E_x(z) e^{ik_x x} = \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial z} = e^{ik_x x} \frac{dH_y(z)}{dz},$$

$$-\frac{i\omega\varepsilon(\omega)}{c} E_z(z) e^{ik_x x} = \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial x} = ik_x e^{ik_x x} H_y(z).$$

Откуда следует

$$E_x(x, z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon(\omega)} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial z}; E_x(z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon(\omega)} \frac{dH_y(z)}{dz}, \quad (1.7)$$

$$E_z(x, z) = \frac{ic}{\omega\varepsilon(\omega)} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial x}; E_z(z) = -\frac{c}{\omega\varepsilon(\omega)} k_x H_y(z). \quad (1.8)$$

Огибающие моды $H(z)$, $E(z)$, а также волновое число k_x определяются из волнового уравнения и граничных условий. Волновое уравнение вытекает из (1.1) и дает зависимость поля $H_y(z)$ для каждой из сред на рис. 1.2

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i - k_x^2 \right] H_y = 0 \quad (1.9)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} H_y(z = -0) &= H_y(z = +0), & E_x(z = -0) &= E_x(z = +0), \\ H_y(z = d^-) &= H_y(z = d^+), & E_x(z = d^-) &= E_x(z = d^+), \end{aligned} \quad (1.10)$$

которые полностью определяют структуру каждой моды при $x < 0$ и $x > 0$.

Как нетрудно убедиться решение уравнения (5) при $x < 0$ имеет вид

$$H_{1y}(z) = B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z), \quad (1.11)$$

$$E_{1z}(z) = -\frac{ck_x^{(1)}}{\omega\varepsilon_1} [B_1 \exp(i\beta z) + B_2 \exp(-i\beta z)], \quad (1.12)$$

где β — поперечное волновое число, для которого

$$\beta^2 + (k_x^{(1)})^2 = k_0^2\varepsilon_1, \quad (1.13)$$

$k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме, λ — длина волны падающего излучения.

Два волновых числа β и k_x определяются из одного уравнения. Примем β в качестве независимой переменной. Очевидно, что набор функций (4) будет полным, если мы переберем все возможные β . Видно, что в средах 1 и 3 будет по две гармоники (такое излучение будем называть вырожденным и для определенности обозначим их $+$ и $-$ гармониками) и, соответственно, две неопределенные константы для одного значения k_x . Поэтому определение связи между двумя свободными коэффициентами остается произвольным. Этот произвол устраняется наложением на собственные моды условий ортогональности и нормировки:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{1z}^{\beta\mp} dz &= 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{1y}^{\beta\pm'} dz &= -\frac{c}{\omega} k_x^{(1.1)} \delta(\beta - \beta'), \end{aligned} \quad (1.14)$$

где $\delta(\beta - \beta')$ — дельта-функция.

Найдем коэффициенты B_1 и B_2 . Подставив в условие нормировки значения электрического и магнитного полей получим:

$$B_1 = B_2^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{2\pi}} (1 \pm i). \quad (1.15)$$

Таким образом, в среде 1 магнитное поле будет

$$H_{1y}^{\beta\pm}(z) = \frac{1}{2} B_{1\beta} [(1 \mp i) \exp(-i\beta z) + (1 \pm i) \exp(i\beta z)], \quad (1.16)$$

где $B_{1\beta} = (\varepsilon_1/2\pi)^{1/2}$ — нормировочная постоянная.

Учитывая вышеизложенное, запишем падающее и отраженное излучение в виде

$$\tilde{H}_{1y}^i(x, z) = \int_0^{\infty} [I_{\beta}^+ H_{1y}^{\beta+} + I_{\beta}^- H_{1y}^{\beta-}] \exp(ik_x^{(1)}x) d\beta, \quad (1.17)$$

$$\tilde{H}_{1y}^r(x, z) = \int_0^{\infty} [R_{\beta}^+ H_{1y}^{\beta+} + R_{\beta}^- H_{1y}^{\beta-}] \exp(-ik_x^{(1)}x) d\beta, \quad (1.18)$$

где I_{β}^{\pm} и R_{β}^{\pm} — амплитуды падающей и отраженной волн.

Падающее излучение можно определить из предпоследнего уравнения. Для этого представим магнитное поле как $\tilde{H}(x, z) = G(z) \exp(-ik_x x)$, где $G(z) = C_0 / (1 + z^2/W_0^2)$, а C_0 и

W_0 – параметры пучка. С учетом вышесказанного, умножим (1.17) сначала на $E_{1z}^{\beta+}(z)$, затем на $E_{1z}^{\beta-}(z)$ и поочередно проинтегрируем по z . Принимая во внимание условия ортогональности и нормировки (1.14), получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(z) E_{1z}^{\beta\pm} dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} I_{\beta}^{\pm}. \quad (1.19)$$

Интегрирование последнего выражения дает:

$$I_{\beta}^{+} = I_{\beta}^{-} \equiv I_{\beta} = C_0 W_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\varepsilon_1}} \exp(-\beta W_0). \quad (1.20)$$

Запишем выражения для потоков мощности падающего и отраженного излучений. Они будут определяться векторами Пойтинга

$$P_x = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tilde{\mathbf{E}}_{1z} \tilde{\mathbf{H}}_{1y}^* \right]_x dz \right\}. \quad (1.21)$$

Учет условий нормировки приводит к тому, что потоки будут зависеть только от амплитуд:

$$P_x^i = \frac{c^2}{4\pi\omega} \int_0^{\infty} I_{\beta} I_{\beta}^* k_x^{(1)} d\beta = \frac{A}{8\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} C_0^2 W_0 \frac{\pi}{2}, \quad (1.22)$$

$$P_x^R = \frac{c^2}{8\pi\omega} \int_0^{\infty} (R_{\beta}^{+} R_{\beta}^{+*} + R_{\beta}^{-} R_{\beta}^{-*}) k_x^{(1)} d\beta. \quad (1.23)$$

При $x > 0$ решение уравнения (5) можно представить как

$$H_{2y}^{\beta}(z) = \begin{cases} D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z), & z > 0, \\ D_3 \exp(-\rho z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.24)$$

$$E_{2z}^{\beta}(z) = -\frac{c}{\omega} k_x^{(2)} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_3} [D_1 \exp(-i\beta z) + D_2 \exp(i\beta z)], & z > 0, \\ \frac{1}{\varepsilon_2} D_3 \exp(-\rho z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.25)$$

где β и ρ – поперечные волновые числа, связанные в каждой из сред уравнениями

$$\beta^2 + (k_x^{(2)})^2 = k_0^2 \varepsilon_3 - \rho^2 + (k_x^{(2)})^2 = k_0^2 \varepsilon_2. \quad (1.26)$$

Теперь мы имеем две комплексно-сопряженные гармоники в среде 3 и одну гармонику в среде 2. Всего получается, три гармоники и, соответственно три неопределенные константы, которые находятся из граничных условий. Эти граничные условия и соответствующие условия нормировки в конечном итоге приводят к трем уравнениям для трех неизвестных.

Решая полученную систему, получаем

$$\begin{aligned} D_3 &= D_{2\beta}, \\ D_1 &= D_2^* = \frac{1}{2} D_{2\beta} \left(1 + i \frac{\rho}{\beta} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \right), \end{aligned} \quad (1.27)$$

где $D_{2\beta} = \sqrt{\frac{(\varepsilon_2 \beta)^2 \varepsilon_3}{\pi[(\varepsilon_2 \beta)^2 + (\varepsilon_3 \rho)^2]}}$ – нормировочная постоянная.

Таким образом, для магнитного поля справедливо:

$$H_{2y}^{\beta}(z) = \frac{1}{2} D_{2\beta} \begin{cases} \left(1 - i \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right) \exp(-i\beta z) + \left(1 + i \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right) \exp(i\beta z), & z > 0, \\ 2 \exp(-\rho z), & z < 0. \end{cases} \quad (1.28)$$

Аналогичные соотношения получаются для границ сред с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_3(\omega, x)$ и ε_4 .

Возбуждение поверхностного поляритона. Представим собственные моды поверхностной волны как

$$H_{2y}^\tau(z) = \begin{cases} S_1 \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ S_2 \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.29)$$

$$E_{2z}^\tau(z) = -\frac{c}{\omega} k_s \begin{cases} \frac{S_1}{\varepsilon_3} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \frac{S_2}{\varepsilon_2} \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.30)$$

где k_1 и k_2 — поперечные волновые числа, а k_s — продольное, которые связаны друг с другом соотношениями:

$$\begin{aligned} k_1 &= \sqrt{k_s - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3}, \\ k_2 &= \sqrt{k_s + \frac{\omega^2}{c^2} |\varepsilon_2|}. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Условие нормировки для поверхностной волны

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{2z}^\tau H_{2z}^{\tau*} dz = -\frac{A}{\omega} k_s \quad (1.32)$$

приводит нас к следующим значениям для неизвестных коэффициентов

$$S_1 = S_2 = S_{2\tau} = \left[\frac{1}{2k_2 \varepsilon_2} + \frac{1}{2k_1 \varepsilon_3} \right]^{-1/2}. \quad (1.33)$$

То есть, для магнитного и электрического полей получаем

$$H_{2y}^\tau(z) = S_{2\tau} \begin{cases} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.34)$$

$$E_{2z}^\tau(z) = -\frac{c}{\omega} S_{2\tau} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_3} \exp(-k_1 z), & z > 0, \\ \frac{1}{\varepsilon_2} \exp(k_2 z), & z < 0, \end{cases} \quad (1.35)$$

Учитывая вышесказанное, прошедшая волна представляется как

$$\tilde{H}_{2y}^t(x, z) = T H_{2y}^\tau \exp(ik_s x) + \int_0^\infty [T_\beta H_{2y}^\beta] d\beta \exp(ik_x^{(2)} x), \quad (1.36)$$

где T_β и T — соответственно амплитуды объемного излучения и поверхностной волны.

По аналогии с (1.16) и (1.17) запишем выражение для прошедшего потока

$$P_x^T = \frac{c^2}{8\pi\omega} \left[T T^* k_s + \int_0^\infty T_\beta T_\beta^* k_x^{(2)} d\beta \right]. \quad (1.37)$$

Приступим к следующему этапу — «сшиванию» уравнений (13), (14) и (32) при $x = 0$ (условие непрерывности).

Данные уравнения для магнитных и электрических полей:

$$\int_0^\infty \left[(I_\beta + R_\beta^+) H_{1y}^{\beta+} + (I_\beta + R_\beta^-) H_{1y}^{\beta-} \right] d\beta = T H_{2y}^\tau + \int_0^\infty T_\beta H_{2y}^\beta d\beta, \quad (1.38)$$

$$\int_0^\infty \left[(I_\beta - R_\beta^+) E_{1z}^{\beta+} + (I_\beta - R_\beta^-) E_{1z}^{\beta-} \right] d\beta = T E_{2z}^\tau + \int_0^\infty T_\beta E_{2z}^\beta d\beta. \quad (1.39)$$

Умножим (1.38) на $E_{1z}^{\beta\pm'}$ и проинтегрируем по z в пределах $(-\infty; \infty)$. Учитывая условия ортогональности, а также свойство δ -функции, получим

$$-\frac{c}{\omega}k_x^{(1)}(I_\beta + R_\beta^\pm) = T \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^\tau dz + \int_0^\infty T_\beta \int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm'} H_{2y}^\beta dz d\beta. \quad (1.40)$$

Теперь сделаем ту же операцию с (1.39), только умножать уже будем сначала на $H_{2y}^{\beta'}$, а во второй раз на H_{2y}^τ и, учитывая условия ортогональности, получим еще два уравнения

$$-\frac{c}{\omega}k_x^{(2)}T_\beta = \int_0^\infty \left[(I_\beta - R_\beta^+) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta+} dz + (I_\beta - R_\beta^-) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta, \quad (1.41)$$

$$-\frac{c}{\omega}k_s T = \int_0^\infty \left[(I_\beta - R_\beta^+) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^\tau E_{1z}^{\beta+} dz + (I_\beta - R_\beta^-) \int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^\tau E_{1z}^{\beta-} dz \right] d\beta. \quad (1.42)$$

Вычисление интегралов в (1.41), (1.42) не вызывает трудностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_{2y}^{\beta'} E_{1z}^{\beta\pm} dz = -k_x^{(1)} \frac{c}{\omega} \left\{ H_{2y}^{\beta'}, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} \delta(\beta - \beta'), \quad (1.43)$$

где $\left\{ H_{2y}^\beta, E_{1z}^{\beta\pm} \right\} = B_{1\beta} D_{2\beta} \frac{\pi}{2\varepsilon_1} \left[1 \pm \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\rho}{\beta} \right],$

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{1z}^{\beta\pm} H_{2y}^\tau dz = -\frac{c}{\omega} k_x^{(1)} \left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^\tau \right\}, \quad (1.44)$$

где $\left\{ E_{1z}^{\beta\pm}, H_{2y}^\tau \right\} = B_{1\beta} S_{2\tau} \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{k_2 \pm \beta}{k_2^2 + \beta^2} + \frac{k_1 \mp \beta}{k_1^2 + \beta^2} \right).$

Решение системы (36-38) есть

$$T_\beta = I_\beta T' - T T'' R_\beta^\pm = I_\beta R'_\pm - T R''_\pm, \quad (1.45)$$

$$T = \frac{\int_0^\infty k_x^{(1)} I_\beta \left[(1 - R'_+) \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\tau \right\} + (1 - R'_-) \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\tau \right\} \right] d\beta}{k_s + \int_0^\infty k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\tau \right\} R''_+ + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\tau \right\} R''_- \right] d\beta},$$

где введены обозначения:

$$T' = \frac{2k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\beta \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\beta \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\beta \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\beta \right\}^2 \right]}, \quad (1.46)$$

$$T'' = \frac{k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\beta \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\tau \right\} + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\beta \right\} \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\tau \right\} \right]}{k_x^{(2)} + k_x^{(1)} \left[\left\{ E_{1z}^{\beta+}, H_{2y}^\beta \right\}^2 + \left\{ E_{1z}^{\beta-}, H_{2y}^\beta \right\}^2 \right]}. \quad (1.47)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д. Маркузе, *Оптические волноводы: пер. с англ. / под ред. В.В. Шевченко.*, Мир, М., 1974, 571 с.

2. Е. И. Нефедов, *Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах*, Наука, М., 1978, 272 с.
3. В. А. Киселев, “Резонансное преобразование и отражение поверхностных волн в тонкопленочном волноводе с синусоидально гофрированной поверхностью”, *Квантовая электроника*, **1(2)** (1974), 329.
4. В. В. Шевченко, *Плавные переходы в открытых волноводах*, Наука, М., 1978, 192 с.
5. В. М. Агранович, В. Е. Кравцов, Т. А. Лескова, “Дифракция поверхностных поляритонов на шаге импеданса в области резонанса с колебаниями в переходном слое”, *ЖЭТФ*, **81(5)** (1981), 1828.
6. A. I. Voronko, L. G. Klimova, G. N. Shkerdin, “Reflection of surface polaritons at a dielectric barrier”, *Solid State Comm.*, **6** (1987), 361.
7. В. М. Аграновича, Д. Миллса, *Поверхностные поляритоны*, Наука, М., 1986, 525 с.
8. А. Б. Дюбуа, М. А. Зилотова, С. И. Кучерявый, А. С. Сафoshкин, “Кинетические процессы в умеренно легированном гетеропереходе”, *Вестник РГРТУ*, **3(45)** (2013), 88-92.

Поступила 2.08.2017

MSC2010 35Q61

Peculiarities of solving the integro-differential Maxwell equations and excitation of the surface polariton on the planar structure

© K. V. Bukhensky⁷, A. B. Dubois⁸, A. N. Konukhov⁹, S. I. Kucheryavyu¹⁰, S. N. Mashnina¹¹, A. S. Safoshkin¹²

Abstract. The paper deals with the diffraction of an electromagnetic wave at the vacuum-metal-nonlinear film-semiconductor interface with the excitation of a surface wave. Within the framework of the theory, the mode method for calculating the interaction of radiation with a structure is developed, which makes it possible to calculate the energy fluxes arising in diffraction processes for a fixed energy flux of the perturbation.

Key Words: integro-differential equations, surface polariton, Maxwell equations.

⁷ **Kirill V. Bukhensky**, Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Ryazan State Radioengineering University (59 Gagarina Str., Ryazan, 390005, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), bukhenky.k.v@rsreu.ru

⁸ **Alexander B. Dubois**, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Ryazan State Radioengineering University (59 Gagarina Str., Ryazan, 390005, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), abd-69@mail.ru

⁹ **Alexey N. Konukhov**, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Ryazan State Radioengineering University (59 Gagarina Str., Ryazan, 390005, Russia), Ph.D. (Pedagogic sciences)

¹⁰ **Sergei Iv. Kucheryavyu**, Associate Professor, Department of General and Special Physics, IATE МЕРФИ (1 Studgorodok, Obkinsk, 249040, Kaluga region, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), kucheryavyu@iate.obninsk.ru

¹¹ **Svetlana N. Mashnina**, Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics, Ryazan State Radioengineering University (59 Gagarina Str., Ryazan, 390005, Russia)

¹² **Alexey S. Safoshkin**, assistant, Department of Higher Mathematics, Ryazan State Radioengineering University (59 Gagarina Str., Ryazan, 390005, Russia), safoshkin.a.s@rsreu.ru

K. V. Bukhensky, A. B. Dubois, A. N. Konukhov, S. I. Kucheryavyu, . . .

REFERENCES

1. D. Markuze, *Opticheskie volnovody: per. c angl. / pod red. V.V. Shevchenko [Optical waveguides: translation from English. Ed. V.V. Shevchenko]*, "Mir" Publ., Moscow, 1974 (In Russ.), 571 p.
2. E. I. Nefedov, *Difrakciya elektromagnitnyh voln na dielektricheskikh strukturah [Diffraction of Electromagnetic Waves on Dielectric Structures]*, "Nauka" Publ., Moscow, 1978 (In Russ.), 272 p.
3. V. A. Kiselev, "Resonansnoe preobrazovanie i otrazhenie poverhnostnyh voln d tonkoplenochnom volnovode s sinusoidalno gofrirovannoi poverhnost'yu [Resonant transformation and reflection of surface waves in a thin-film waveguide with a sinusoidally corrugated surface]", *Quantum Electronics*, **1(2)** (1974), 329 (In Russ.).
4. V. V. Shevchenko, *Plavnyye perehody b otkrytyh volnovodah [Smooth transitions in open waveguides.]*, "Nauka" Publ., Moscow, 1978 (In Russ.), 192 p.
5. V. M. Agranovich, V. E. Kravtsov, T. A. Leskova, "Diffraction of the surface polaritons by an impedance step in the region of resonance with oscillations in a transition layer", *JETP*, **81(11)** (1981), 1828.
6. A. I. Voronko, L. G. Klimova, G. N. Shkerdin, "Reflection of surface polaritons at a dielectric barrier", *Solid State Comm.*, **6** (1987), 361.
7. V. M. Agranovich, D. Mills, *Poverhnostnye polyaritony [Surface polaritons]*, "Nauka" Publ., Moscow, 1986 (In Russ.), 525 p.
8. A. B. Dubois, M. A. Zilotova, S. I. Kucheryavyy, A. S. Safoshkin, "Kineticheskie processy v umerenno legirovannyh geteroperehodah [Kinetic processes in moderately doped heterojunction]", *Vestnik of RSREU*, **3(45)** (2013), 88-92 (In Russ.).

Submitted 2.08.2017