Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

Международная школа “Функциональный анализ, дифференциальные уравнения и их приложения” (Мексика, Пуэбла, 18–23 мая 1995 г.),

Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех., 1996, номер 2, 99–101

https://www.mathnet.ru/vmumm2003

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.14.88
27 апреля 2025 г., 23:50:33

МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА

«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

(Мексика, Пуэбла, 18—23 мая 1995 г.)

Механико-математический факультет МГУ и физико-математический факультет Автономного университета г. Пуэбла организовали и провели первую международную школу в Латинской Америке по функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и их приложениям. Было заслушано и обсуждено 12 пленарных докладов и 35 научных сообщений по следующим секциям: «Функциональный анализ и его приложения», «Дифференциальные уравнения и их приложения», «Асимптотические и численные методы», «Оптимизация и оптимальное управление». Ниже приводятся резюме пленарных докладов. Полный текст этих докладов будет опубликован в журнале «Фундаментальная и прикладная математика».

Профессор В. В. Александров, МГУ

О. А. Олейник. Спектральные задачи теории усреднения дифференциальных операторов. Многие задачи физики, механики, новой механики приводят к рассмотрению краевых задач для уравнений с частными производными с быстро осциллирующими коэффициентами (теория композитов), а также краевых задач в перфорированных областях (теория материалов, содержащих мелкие полости, пористые среды). Вопросы колебания таких сред приводят к соответствующим спектральным задачам, численное решение которых затруднено ввиду нерегулярности области или быстрого изменения коэффициентов, даже для очень мощных машин. Поэтому необходим асимптотический анализ, что приводит к задаче усреднения дифференциальных операторов. На основе абстрактной теоремы о поведении спектра последовательности сингулярно возмущенных операторов, действующих в различных пространствах, получено усреднение (асимптотика по параметру задачи собственных функций и собственных значений) для различных задач математической физики.

О. Б. Лупанов. Об асимптотических оценках сложности схем. Рассматривается асимптотический подход к задаче синтеза схем. Вводятся основные классы схем: контактные схемы, схемы из функциональных элементов, формулы. Описываются асимптотически наилучшие методы синтеза схем из этих классов. Излагается общий метод синтеза схем для функций из специальных классов — метод локального кодирования. Приводятся также некоторые новые результаты.

А. С. Поздняк. Робастное управление линейными бесконечномерными нестационарными системами в гильбертовом пространстве. Рассматривается класс управляемых линейных бесконечномерных систем, задаваемых своим эволюционным (динамическим) оператором и содержащих сложную (mixed) неопределенность в описании: внешние неконтролируемые возмущения и внутренние неопределенности операторного описания. К таким системам относятся, например, динамические системы, модели которых описываются уравнениями в частных производных с внешними возмущениями и с неопределенными коэффициентами, принадлежащими заданным интервалам. В общем описании внутренняя неопределенность характеризуется «номинальным» оператором и «относительным» отклонением от него. В классе возможных нестационарных отклонений, допускающих «скачки», устанавливаются условия существования «слабых» (weak) решений, и для них развивается метод построения робастного управления, в основе которого лежит ляпуновский подход. С помощью нового операторного неравенства исследуется операторное уравнение Риккати, решение которого и определяет «робастную обратную связь». Для замкнутой системы выписывается соответствующий «уровень толерантности» и показывается, что для любой системы из рассматриваемого класса значения функционала качества, учитывающего возможные «потери на управление», не превосходят этого уровня. Приводятся примеры эллиптических, гиперболических и параболических эволюционных операторов, содержащих сложную неопределенность.

А. А. Шкаликов. Матричные операторные модели и их применение в задачах математической физики. В докладе сообщаются основные результаты, полученные в последние годы в теории операторов вида

$$L_0 = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

в банаховом пространстве $X_1 \times X_2$, где A_{ij} — неограниченные операторы, действующие из X_i в X_j, i, $j=1$, 2. Наиболее законченной теория выглядит в гильбертовом пространстве, в особенности для симметрического оператора L_0 или для симметрического с индефинитным скалярным произведением. В этом случае строится теория расширений и доказываются теоремы о существовании инвариантных подпространств специального вида, приводится факторизация характеристической оператор-функции. Полученные результаты применяются для различных конкретных задач, в частности для задач магнитогидродинамики, линеаризованного оператора Навье—Стокса, в теории управления.

Х. Ж. Лавона. Полиномиальная непрерывность. Отображение $f: X \to Y$ между банаховыми пространствами X и Y называется полиномиально непрерывным (П-непрерывным), если его ограничение на любое ограниченное множество является равномерно непрерывным на слабой полиномиальной топологии, т. е. если для любого $\varepsilon > 0$ и ограниченного множества $B \subseteq X$ существуют конечное множество $\{p_1, \ldots, p_n\}$ полиномов на X и $\delta > 0$, такие, что $\|(f(x) - f(y)\| < \varepsilon$ для любых x, $y \in B$, удовлетворяющих условиям $|p_j(x-y)| < \delta$, $1 \leqslant j \leqslant n$. Любой компактный (линейный) оператор является П-непрерывным. Построены полиномы $L^\infty[0, 1]$, $L^1[0, 1]$ и $C[0, 1]$, которые не являются П-непрерывными.

Доказывается, что каждый П-непрерывный оператор является слабо компактным и для любого $k \in N$ ($k \geqslant 2$) существует k-однородный скалярный полином на l_1, не являющийся П-непрерывным.

Также выделяются пространства, для которых равномерная непрерывность и П-непрерывность совпадают. Это пространства, содержащие разделяющий полином. Исследуются другие свойства П-непрерывных полиномов.

В. А. Морозов. Методы решения некорректно поставленных задач: теория и практика. Корректность математических задач. Некорректно поставленные задачи. Основные методы регуляризации. Формулировка основной задачи — задачи вычисления на решениях операторного уравнения. Метод L-псевдорешений. Аппроксимация решений основной задачи. Вариационное неравенство Эйлера для регуляризованной задачи, оценки точности, их неулучшаемость. Критерии выбора параметра регуляризации. Метод невязки. Метод квазирешений. Универсальность метода регуляризации. Понятие регулярности приближенного метода. Теория их точности. Оптимальность методов. Вычисление оценочных функций. Примеры регулярных методов. Регуляризация нелинейных задач. Связь с проблемой идентификации (обратными задами математической физики). Классификация обратных задач. Оценка точности регуляризации нелинейных задач идентификации.

Задача вычисления и теория сплайнов. Связь с проблемой идентификации. Сглаживающие семейства операторов. Оптимальность алгоритмов сглаживания. Приближенное решение специальных операторных уравнений методом сплайнов.

В. М. Тихомиров. Обзор по теории экстремальных задач. Доклад посвящен фундаментальным принципам теории экстремальных задач.

В первой части доклада дается обзор основных методов теории. Наиболее важными методами являются: принцип компактности Вейерштрасса—Лебескье, метод итераций Ньютона, некоторые топологические методы, принцип монотонности, вариационный принцип Исланда.

Во второй части обсуждаются основные идеи теории экстремальных задач: принцип Лагранжа для задач с ограничениями, принцип двойственности для выпуклых задач, принцип расширения вариационных задач, принцип выполнения ограниченных перемещений, принцип Гамильтона—Якоби и основные алгоритмические методы решения экстремальных задач.

В заключение рассматриваются приложения теории к математическому программированию, вычислениям вариаций и оптимального управления.

Ф. Ж. Сабина. Рассеивание волн в материалах с микроструктурой. К настоящему времени задача рассеивания волн в материалах с микроструктурой была изучена для широкого класса геометрий при помощи самосогласующегося метода. Несколько известных статических схем теперь может быть использовано в динамике. Представлен самосогласующийся анализ упругих волн в композитных материалах, состоящих из твердых частиц, включенных в твердую матрицу. Метод применялся к различным формам включений: сферическим, эллипсоидальным и круговым трещинам и волокнам, а также изотропным материалам. Сделанные аппроксимации являются достаточно простыми, так что конечные результаты представляют интерес для практических приложений при неразрушающем контроле, в материаловедении и сейсмологии. Экспериментальные данные хорошо согласуются с теорией. Обнаружено явление характеристического резонанса для скоростей и областей разрежения волн на конечных частотах. При помощи предлагаемых методов могут изучаться не только композитные материалы, но и волны в поликристаллах, где нет хорошо определенной матричной фазы.

А. Фрагелла. Некоторые оценки для спектра оператор-матриц и их применения к одной задаче гидромеханики. Пусть самосопряженный оператор T действует в ортогональной сумме $E=E_1\otimes E_2$ гильбертовых пространств E_1 и E_2 и представим в виде

$$T=\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}.$$

С помощью вариационных методов, основанных на свойствах функционалов Рэлея, доказывается следующий абстрактный результат.

Предположим, что операторы T_{11}, T_{12} и T_{21} ограничены, и определим

$$a=\min\sigma(T_{11}),\ b=\max\sigma(T_{11}),$$

где через σ обозначается спектр соответствующего оператора. Пусть выполняется условие: $\sigma(T_{22})\cap\{R\setminus[a,\ b]\}$ и $\sigma(T)\cap\{R\setminus[a,\ b]\}$ состоят из собственных значений конечной кратности с возможными точками накопления $\pm\infty$. Обозначим через $\lambda_n^-(T)$ и $\lambda_n^+(T)$ собственные значения оператора T левее a и правее b соответственно. Тогда существуют такие инвариантные подпространства $E_2^{(-)}$ и $E_2^{(+)}$ оператора T_{22}, что имеют место неравенства

$$\lambda_n^-(T)\leqslant\lambda_n(T_{22}^-),\ \lambda_n^+(T)\geqslant\lambda_n(T_{22}^+),\ n\in N,$$

где

$$T_{22}|_{E_2^{(-)}}=T_{22}^{(-)},\ T_{22}|_{E_2^{(+)}}=T_{22}^{(+)}.$$

В. Г. Болтянский. Метод шатров в теории экстремальных задач. Приводится редукция экстремальных задач к задачам об измерении множеств в топологическом пространстве. Излагаются метод Дубовицкого—Милютина, дающий необходимые условия для решения этой задачи, и результаты по ослаблению ограничений этого метода.

Б. Е. Победря. Модели механики сплошной среды. Для описания свойств сплошной среды используются ее кинематика (перемещения, скорости, деформации) и материальные особенности (плотность массы, взаимодействие между частицами, напряжения).

Обсуждается введение основных постулатов сплошной среды: сохранение массы вещества, изменение количества и момента количества движения, законы термодинамики. Рассматриваются следствия введения этих постулатов: уравнения неразрывности, движения и равновесия, уравнение притока тепла.

Вводятся понятия адекватной модели сплошной среды и материальных функций. Указывается на особенности микромеханики и структурной механики. Приводятся примеры классических моделей: химически реагирующие смеси, вязкоупругие среды, композиты.

Отмечается прогресс в области вычислительной механики, использование в механике достижений теории катастроф, теории фракталов и т. д.

Обсуждаются проблемы, связанные с будущим развитием механики сплошной среды.

В. А. Садовничий, В. В. Александров, Т. Б. Александрова, Л. И. Воронин. Динамическая имитация аэрокосмических полетов. Дается полное изложение математического обеспечения сквозного моделирования всех трех этапов аэрокосмического полета на динамическом стенде, состоящем из центрифуги с управляемым кардановым подвесом и кабины с подвижным креслом и полускафандром. Для имитации орбитального полета были разработаны линейная модель вестибулярного аппарата и билинейная модель перераспределения масс циркулирующей крови при перегрузках и в условиях невесомости. Задача динамической имитации управляемого спуска с орбиты формулируется как задача векторной оптимизации, где два скалярных функционала качества имеют физический смысл нормы разности траекторных перегрузок и нормы разности угловых ускорений. Алгоритм, решающий эту задачу, реализован в виде параллельно функционирующих программ построения имитирующих движений. С июня 1993 г. разработанное математическое обеспечение эксплуатируется в штатном режиме для тестирования, диагностики и тренировок кандидатов в космонавты космических агентств России, Европы и США.