V. V. Voevodin, Информация о стандартных подпрограммах для решения задач алгебры, разработанных в ВЦ МГУ, *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, 1961, Volume 1, Number 1, 180–181

ЖУРНАЛ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ и МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Том I Январь 1961 Февраль № 1

# НАУЧНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

## ИНФОРМАЦИЯ О СТАНДАРТНЫХ ПОДПРОГРАММАХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЛГЕБРЫ, РАЗРАБОТАННЫХ В ВЦ МГУ

В Вычислительном центре МГУ проводится большая работа по исследованию численных методов решения алгебраических задач и составлению стандартных подпрограмм, реализующих эти методы. Ниже приводится перечень и краткие характеристики отдельных подпрограмм, составленных в ВЦ для машины «Стрела», которые хорошо зарекомендовали себя в практической работе.

1. Программа для определения корней алгебраического многочлена 3-й степени с действительными коэффициентами.

Корни многочлена определяются по формуле Кардано. Программа занимает 0113 ячеек памяти и выполняется за 120—210 тактов работы машины.

2. Программа для определения корней алгебраического многочлена 4-й степени с действительными коэффициентами.

Корни многочлена определяются по формуле Феррари. Программа занимает 0154 ячейки памяти и выполняется за 235—300 тактов работы машины.

3. Программа для определения корней алгебраического многочлена $P_n(z)$ произвольной степени с комплексными коэффициентами.

Корни многочлена определяются методом, обобщающим метод Ньютона и метод скорейшего спуска. Основная итерационная формула

$$z_{k+1} = z_k - t_k \frac{P_n(z_k)}{P_n'(z_k)},$$

где $0 < t_k \leqslant 1$ находится из условия $|P_n(z_{k+1})| < |P_n(z_k)|$. Метод позволяет находить некоторый случайный корень, который затем выделяется; далее метод применяется к многочлену меньшей степени. Программа занимает 0252 ячейки памяти и требует $8n + 0046$ рабочих ячеек. В программе имеется возможность находить корни многочлена как исходя из заданных начальных значений корней, так и без них. Для вычисления всех корней многочленов до 10-й степени с относительной точностью $10^{-9}$ требуется 7—15 сек. работы машины и 40—60 сек. для многочленов 20-й степени. Кратные и близкие корни удается определить по этой программе лишь с 3—4 верными знаками.

4. Программа для определения всех корней алгебраического многочлена $P_n(z)$ произвольной степени с комплексными коэффициентами.

Корни определяются методом Мюллера, основная идея которого заключается в следующем. Берем три произвольные точки $z_1$, $z_2$, $z_3$, по которым строим интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $P_n(z)$. Находим $z_4$ — корень многочлена Лагранжа, ближайший к точкам $z_1$, $z_2$, $z_3$. Получаем следующую тройку чисел $z_2$, $z_3$, $z_4$, с которыми поступаем так же, как с точками $z_1$, $z_2$, $z_3$. Таким образом получаем последовательность точек $\{z_k\}$, сходящуюся к случайному корню, который затем выделяется; далее метод применяется к многочлену меньшей степени. Программа занимает 0465 ячеек памяти и требует $4n + 0044$ рабочие ячейки. В программе нет возможности задавать начальные значения корней. Время работы несколько меньшее. чем у предыдущей программы, но иногда результаты получаются с меньшей точностью.

5. Программа вычисления характеристического многочлена матрицы.

Коэффициенты характеристического многочлена находятся методом окаймления. Этот метод обладает такой же универсальностью, как метод Леверрье, но позволяет вести вычисления в несколько раз быстрее и, кроме того, требует хранения лишь одной матрицы. Программа занимает 0112 ячеек памяти, требует $n^2 + 5n$ рабочих ячеек и позволяет определять характеристический многочлен матрицы до 42-го порядка.

6. Программа для определения всех собственных значений и собственных векторов симметрических матриц.

Собственные значения и собственные векторы симметрической матрицы находятся методом Якоби путем последовательных вращений координатных плоскостей. Этот метод очень прост, быстро сходится, наличие кратных и близких собственных значений не вызывает никаких трудностей. Единственным недостатком метода является необходимость выбора на каждом шаге наибольшего по модулю недиагонального элемента матрицы. В данной программе применен специальный прием, позволяющий выбирать почти наибольший по модулю недиагональный элемент матрицы путем просмотра не $n(n-1)/2$ элементов, а всего лишь $2n$. Программа занимает 0300 ячеек памяти, требует $2n^2 + 3n$ рабочих ячеек и позволяет решать указанную выше задачу для матриц до 29-го порядка. Для определения всех собственных значений и векторов симметрических матриц 10-го порядка с относительной точностью $10^{-9}$ требуется 40—45 сек. работы машины и 100—140 сек. для матриц 18-го порядка.

7. Программа для определения всех собственных значений и собственных векторов произведения двух симметрических матриц, одна из которых является положительно определенной.

Эта задача решается путем двукратного применения метода Якоби. Программа занимает 0425 ячеек памяти, требует $4n^2 + 3n$ рабочих ячеек и позволяет решать указанную задачу для матриц до 20-го порядка.

8. Программа для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Решение системы уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ сводится к решению эквивалентной системы $\mathbf{Qx} = \mathbf{p}$, где $\mathbf{Q}$ — ортогональная матрица. Тогда $\mathbf{x} = \mathbf{Q}'\cdot\mathbf{P}$. Матрица $\mathbf{Q}$ получается из матрицы $\mathbf{A}$ путем ортогонализации строк. Решение получается за $2n^3$ тактов работы машины. Программа занимает 0114 ячеек памяти, требует $2n$ рабочих ячеек и позволяет решать системы до 43-го порядка.

9. Программа для решения систем линейных алгебраических уравнений, обращения матрицы и вычисления определителя матрицы.

В основу решения всех этих задач положен метод исключения Гаусса с выбором главного элемента. Программа требует $2n$ рабочих ячеек. При вычислении определителя она занимает 0166 ячеек памяти, при обращении матрицы 0245 и при решении системы 0262 ячейки памяти. Решение любой из этих задач получается за $6n^3$ тактов работы машины и возможно для матриц до 41-го порядка.

***В. В. Воеводин***

## СИМПОЗИУМ ПО ДИФРАКЦИИ ВОЛН

С 26 сентября по 1 октября 1960 г. в г. Одессе проходил симпозиум по теории дифракции, созванный Комиссией по акустике АН СССР совместно с Акустическим институтом АН СССР и Одесским электротехническим институтом связи.

Программа симпозиума была очень обширной. Обсуждались исследования по теории дифракции, проводимые в радиофизике, акустике, теории упругости и гидродинамике.

Основные математические проблемы были посвящены разработке асимптотических методов решения дифракционных задач, связанных с разложением строгих решений по характерному для данной задачи параметру.

Наряду с разработкой и дальнейшим развитием асимптотических методов, доклады, прочитанные на симпозиуме, свидетельствовали о возрастающей роли в теории дифракции вычислительных методов, использующих быстродействующие счетные машины. При этом в ряде докладов было дано не только численное решение конкретных задач,