

© 1993 г. Р. ГАБАСОВ, д-р физ.-мат. наук
(Белорусский государственный университет, Минск),

Ф.М. КИРИЛЛОВА, д-р физ.-мат. наук,
О.И. КОСТЮКОВА, д-р физ.-мат. наук
(Институт математики АН Республики Беларусь, Минск)

АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ НЕ ПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

II. Постоянно действующие возмущения

Проводится синтез регулятора для динамических систем, испытывающих в процессе функционирования действие неизвестных возмущений.

1. Введение

В первой части работы [1] исследовалась задача гарантированной оптимизации систем управления с неопределенностью в начальном состоянии. Для практики характерны, помимо возмущенных начальных условий, возмущения, действующие на систему постоянно в процессе ее функционирования. Вероятностные модели постоянно действующих возмущений интенсивно рассматриваются в рамках стохастического оптимального управления [2–4]. Начиная с работ [5–9], стала разрабатываться теория оптимального управления с учетом множественных возмущений.

В данной работе для линейной задачи оптимального управления динамической системы в условиях постоянно действующих возмущений строятся алгоритмы функционирования эстиматоров и регулятора, вырабатывающих в режиме реального времени оптимальные управления.

2. Постановка задачи

В классе кусочно-непрерывных управлений $u(t)$, $t \in T = [0, t^*]$ рассмотрим задачу

- (1) $J(u) = h'_0 x(t^*) \rightarrow \max$,
- (2) $\dot{x} = Ax + bu + \mu(t), \quad x(0) = x_0$,
- (3) $x(t^*) \in X^* = \{x \in R^n: h'_i x \geq g_i, i = \overline{1, m}\}$,
- (4) $|u(t)| \leq 1, t \in T$
 $(x \in R^n, u \in R)$.

Задача (1)–(4) отличается от классической линейной задачи оптимального управления [10] наличием в математической модели (2) оптимизируемой системы специфических n -мерных возмущений $\mu(t)$, $t \in T$. Априорная информация о последних такова: 1) функции $\mu(t)$, $t \in T$ допускают представление

- (5) $\mu(t) = \mu(t, w) = w_1 \omega_1(t) + \dots + w_q \omega_q(t), t \in T$,

где $\omega_1(t), \dots, \omega_q(t)$, $t \in T$, – известные (базовые) функции, w_1, \dots, w_q – постоянные числа;

2) вектор $w = (w_1, \dots, w_q)$ точно не известен, он может принять любое значение из ограниченного множества

$$\overset{\vee}{W} = \{w \in R^q: f_* \leq Gw \leq f^*\} \quad (G \in R^{v \times q}).$$

Как и в [1, 11], ниже задача (1)–(4) исследуется в рамках принципа получения гарантированного результата. Будем различать оптимизацию программную и позиционную, априорную и апостериорную.

Апостериорная оптимизация связана с введением дополнительной процедуры наблюдения, состоящей в обработке выходных сигналов измерительного устройства

$$(6) \quad y = k'x + \xi,$$

$$(7) \quad |\xi(t)| \leq \xi^*, \quad t \in T \quad (\xi(t) \in C^2, t \in T).$$

Требуется по непрерывно поступающим сигналам $y(t), t \in T$ организовать вычисление в режиме реального времени оптимальных управлений $u^*(t), t \in T$ (точный смысл последних указан ниже).

3. Априорно-оптимальные программные управления

Кусочно-непрерывную функцию $\overset{\vee}{u}(t), t \in T$ назовем априорно-допустимым программным управлением, если она удовлетворяет ограничению (4) и каждая траектория $\overset{\vee}{x}(t), t \in T$ системы (2), порождаемая ею и любым возмущением $\mu(t, w), t \in T, w \in \overset{\vee}{W}$, в терминальный момент t^* попадает на терминальное множество X^* (3).

Число $\overset{\vee}{J}(u) = \min J(u) = \min h'_0 x(t^* | u(\cdot), w), w \in \overset{\vee}{W}$ будем называть гарантированным значением критерия качества на априорно-допустимом управлении $\overset{\vee}{u}(\cdot) = (\overset{\vee}{u}(t), t \in T)$. Априорно-оптимальное программное управление $\overset{\vee}{u}^0(t), t \in T$ определяется как априорно-допустимое управление, на котором гарантированное значение критерия качества достигает максимального значения

$$\overset{\vee}{J}(u^0) = \max_{u(\cdot)} \overset{\vee}{J}(u).$$

Следуя [1], нетрудно показать, что $\overset{\vee}{u}^0(t), t \in T$ – решение детерминированной задачи оптимального управления

$$\overset{\vee}{J}_0 + h'_0 x(t^*) \rightarrow \max, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0,$$

$$(8) \quad h'_i x(t^*) \geq g_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T,$$

где $\overset{\vee}{g}_i = g_i - \overset{\vee}{\gamma}_i, i = \overline{1, m}; \overset{\vee}{\gamma}_i$ – значение априорной задачи наблюдения

$$(9) \quad \overset{\vee}{\gamma}_i = \min \sum_{j=1}^q w_j \rho_{ij}, \quad w = (w_1, \dots, w_q) \in \overset{\vee}{W},$$

$$\rho_{ij} = \int_0^{t^*} h_i^* F(t^*, t) \omega_j(t) dt, \quad j = \overline{1, q}, \quad i = \overline{0, m},$$

$$F(t, \tau) = F(t) F^{-1}(\tau), \quad \dot{F} = AF, \quad F(0) = E.$$

Согласно [12] оптимальное управление $\check{u}^0(t)$, $t \in T$ имеет вид

$$\check{u}^0(t) = \text{sign} \check{\Delta}^0(t), \quad t \in T,$$

где $\check{\Delta}^0(t) = \psi'(t)b$, $\dot{\psi} = -A'\psi$, $\psi(t^*) = h_0 - \sum_{i \in I_*} h_i \check{v}_i^0$, $I_* = \{i \in \{1, \dots, m\} : h_i^* x^0(t^*) = g_i\}$; $\check{x}^0(t)$, $t \in T$ – оптимальная траектория, $\check{v}^0 = (\check{v}_i^0, i \in I_*)$ – оптимальный вектор потенциалов.

Таким образом, программное решение задачи априорного управления определяется вектором потенциалов \check{v}^0 и совокупностью

$$t_1^{\check{v}}, \dots, t_p^{\check{v}}$$

нулей коуправления $\check{\Delta}^0(t)$, $t \in T$.

4. τ -апостериорно-оптимальное программное управление

Предположим, что процесс управления уже осуществлен на промежутке $[0, \tau]$, $\tau < t^*$. Обозначим через $y_\tau^*(\cdot) = (y^*(t), t \in T(\tau) = [0, \tau])$ записанный к моменту τ сигнал измерительного устройства (6), через $u^{*\tau}(\cdot) = (u^*(t), t \in T(\tau))$ – использованное в течение этого промежутка времени управление.

Пусть $\hat{W}(\tau)$ – множество всех элементов $w \in \check{W}$, которые составляют такие возмущения $\mu(t, w)$, $t \in T(\tau)$ (5), что соответствующие им и управлению $u^*(t)$, $t \in T(\tau)$ траектории $x^*(t) = x^*(t|w)$, $t \in T(\tau)$ системы (2) вместе с некоторыми ошибками измерений $\xi(t)$, $t \in T(\tau)$ (7) способны породить наблюдаемый сигнал $y^*(t)$, $t \in T(\tau)$.

Введем вспомогательную задачу

$$(9') \quad h_0' x(t^*) \rightarrow \max, \quad \dot{x} = Ax + bu + \mu(t, w), \quad x(\tau) = x^*(\tau|w),$$

$$w \in \hat{W}(\tau); \quad h_i' x(t^*) \geq g_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T_\tau = [\tau, t^*].$$

Кусочно-непрерывную функцию $\hat{u}_\tau(\cdot) = (\hat{u}(t), t \in T_\tau)$, $|\hat{u}(t)| \leq 1$, $t \in T_\tau$ назовем τ -апостериорно-допустимым программным управлением, если все траектории системы (9'), порожденные этим управлением, всевозможными начальными состояниями $x^*(\tau|w)$ и всевозможными возмущениями $\mu(t|w)$, $t \in T_\tau$, $w \in \hat{W}(\tau)$, попадают в момент t^* на множество X^* .

τ -апостериорно-гарантированным значением критерия качества на управлении $\hat{u}_\tau(\cdot)$ назовем число $\hat{J}_\tau(\hat{u}_\tau) = \min h_0' x(t^* | x^*(\tau|w), \hat{u}_\tau(\cdot), w)$, $w \in \hat{W}(\tau)$.

τ -апостериорно-оптимальное программное управление $\hat{u}_\tau^0(\cdot)$ определим равенством

$$(10) \quad \hat{J}_\tau(\hat{u}_\tau^0) = \max_{\hat{u}_\tau(\cdot)} \hat{J}_\tau(\hat{u}_\tau).$$

Следуя [1], можно показать, что $\hat{u}_\tau^0(\cdot)$ – решение детерминированной задачи оптимального управления

$$(11) \quad \begin{aligned} & -\hat{g}_0(\tau) + h'_0 x(t^*) \rightarrow \max, \\ & \dot{x} = Ax + bu, \quad x(\tau) = 0, \\ & h'_i x(t^*) \geq \hat{g}_i(\tau), \quad i = \overline{1, m}; \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T_\tau, \end{aligned}$$

где $\hat{g}_i(\tau) = g_i - h'_i(F(t^*, 0)x_0 + \int_0^\tau F(t^*, t)bu^*(t) dt) - \hat{\gamma}_i(\tau)$,

$$(12) \quad \begin{aligned} \hat{\gamma}_i(\tau) &= \min \sum_{j=1}^q \rho_{ij} w_j, \quad w = (w_1, \dots, w_q) \in \hat{W}(\tau); \\ i &= \overline{0, m}; \quad g_0 = 0. \end{aligned}$$

Как и в [1], решения задач (11), (12) далее (раздел 5) используются для построения обратной связи, которая теперь состоит из одного регулятора и $(m + 1)$ эстиматора возмущений.

5. Определяющие уравнения и алгоритмы работы регулятора и эстиматоров возмущений

Алгоритм работы регулятора совпадает с приведенным в [1]: в текущий момент τ управляющее воздействие строится по правилу

$$u^*(\tau) = \begin{cases} u^*(\tau(\tau) + 0), & \text{если } \tau - \tau(\tau) < \varepsilon, \\ \hat{u}_\tau^0(\tau), & \text{если } \tau - \tau(\tau) > \varepsilon. \end{cases}$$

Здесь $\tau(\tau)$ – ближайшая к τ точка переключения управления $u^*(t)$, $t \in T(\tau)$; $\varepsilon > 0$ – параметр регулятора.

Определяющие уравнения регулятора, с помощью которых вычисляется управление $\hat{u}_\tau^0(\cdot)$, совпадают с уравнениями¹ (I.14).

Для получения в режиме реального времени параметров $\hat{g}_i(\tau)$, $i = \overline{1, m}$ задачи (11) определяющие уравнения регулятора, как и в [1], решаются параллельно с системой определяющих уравнений эстиматоров возмущений. Последние совпадают с уравнениями (I.21), если в них заменить $x \in R^n$ на $w \in R^q$ и положить

$$\begin{aligned} a(t) &= (a_j(t), j \in J), \quad J = \{1, \dots, q\}; \\ a_j(t) &= k' \int_0^t F(t, s) \omega_j(s) ds, \quad j \in J; \\ \alpha^*(t) &= \xi^* + z(t), \quad \alpha_*(t) = -\xi^* + z(t), \end{aligned}$$

¹ Здесь и в дальнейшем для ссылок на формулы из [1] – первой части статьи – используется двойная нумерация.

$$z(t) = y(t) - k'F(t, 0)x_0 - k' \int_0^t F(t, s)bu^*(s) ds, \quad t \in T(\tau), \quad \tau \in T^0;$$

$$\check{W} = \{w \in R^q: d_* \leq w \leq d^*, Dw = d\}, \quad D = (D_j, j \in J), \quad D_j \in R^l.$$

Из сказанного видно, что для рассматриваемой в данной статье задачи и численные методы решения определяющих уравнений совпадают с описанными в [1].

Оптимальность построенной обратной связи понимается в том же смысле, который указан в [1].

Замечания. 1. Результаты, полученные в данной части статьи, можно объединить с результатами первой части [1] и рассмотреть задачи оптимизации динамических систем с неопределенностями как в начальном состоянии, так и в уравнениях движения. Несложный анализ показывает, что изменения сводятся к тому, что обратная связь теперь будет состоять из $(m + 1)$ эstimатора начального состояния, из $(m + 1)$ эstimатора возмущений и одного регулятора. Определяющие уравнения для них легко получить из приведенных выше.

2. Принятую в данной статье модель возмущений можно без существенных осложнений результатов несколько обобщить, считая, что возмущения на разных промежутках времени представлены различными выражениями типа (5) (возмущения переменной структуры). Техника исследования существенно усложняется, если перейти к произвольным кусочно-непрерывным возмущениям. Эта проблема будет исследована в будущем после экспериментальной проверки упрощенных моделей.

3. Работа, как видно из ее содержания, посвящена гарантированной оптимизации динамических систем в условиях неопределенности. Естественно возникает мысль о снабжении множества \check{X}_0 вероятностной мерой $\eta(x)$, $x \in \check{X}_0$, что позволило бы исследовать различные стохастические варианты допустимых и оптимальных управлений. Несложные выкладки показывают, что уже оптимизация по простейшим характеристикам в предположении самых простых мер ведет к чрезвычайно большим объемам вычислений. Можно сказать, что "овчинка не стоит выделки" или, другими словами, такие поставки задач оптимального управления неестественны.

Вместе с тем изложенная техника позволяет исследовать другой тип "усредненных" задач.

Кусочно-непрерывную функцию $u(t)$, $t \in T$, удовлетворяющую неравенству (4), назовем априорно-допустимым в среднем управлении, если

$$\frac{1}{2} \left(\max_{x_0 \in \check{X}_0} h_i' x(t^* | x_0, u(\cdot)) + \min_{x_0 \in \check{X}_0} h_i' x(t^* | x_0, u(\cdot)) \right) \geq g_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

Усредненным значением критерия качества на допустимом в среднем управлении $u(\cdot)$ назовем число

$$\tilde{J}(u) = \frac{1}{2} \left(\max_{x_0 \in \check{X}_0} h_0' x(t^* | x_0, u(\cdot)) + \min_{x_0 \in \check{X}_0} h_0' x(t^* | x_0, u(\cdot)) \right).$$

Усредненно-оптимальное управление $u^0(\cdot)$ определяется равенством $\tilde{J}(u^0) = \max \tilde{J}(u)$, где максимум берется по всем допустимым в среднем управлениям.

Возможно обобщение введенного понятия. Кусочно-непрерывное управление $u(\cdot)$ назовем α -допустимым ($-1 \leq \alpha \leq 1$), если

$$\frac{1}{2} \left[(1 + \alpha) \max_{x_0 \in \check{X}_0} h_i' x(t^* | x_0, u(\cdot)) + (1 - \alpha) \min_{x_0 \in \check{X}_0} h_i' x(t^* | x_0, u(\cdot)) \right] \geq g_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

При $\alpha = 1$ получаем гарантированный результат, при $\alpha = 0$ – усредненный, при $\alpha = -1$ – "возможный".

Понятно, что за счет увеличения числа эстиматоров можно синтезировать оптимальные системы и по введенным принципам.

6. Алгоритм вычисления стартового управления

Выше описан алгоритм работы обратной связи для моментов $\tau > 0$. Обратная связь в момент $\tau = +0$ рассматриваемой в данной статье задачи использует решение априорной задачи наблюдения (9) и априорной задачи управления (8). Конечные алгоритмы решения задач (8), (9) приведены в [12, 13].

Сложнее дело обстоит с началом функционирования обратной связи (в момент $\tau = +0$) в задаче, исследованной в [1]. Опишем для нее стартовую процедуру.

Положим $y^* = \max_{x \in X_0} k'x + \xi^*$, $y_* = \min_{x \in X_0} k'x - \xi^*$ и обозначим через $z^{(i)}(y) = (z_j^{(i)}(y))$, $j \in J$ решение задачи

$$(13) \quad h_i'z \rightarrow \max_z, \quad z \in \check{X}_0, \quad |k'z - y| \leq \xi^*,$$

где y – некоторое число из отрезка $[y_*, y^*]$, $i = \overline{0, m}$. Положим $c^{(i)}(y) = k'z^{(i)}(y) - y$, если $|k'z^{(i)}(y) - y| = \xi^*$, $c^{(i)}(y) = 0$, если $|k'z^{(i)}(y) - y| < \xi^*$; $J^{(i)+} = \{j \in J: z_j^{(i)}(y) = d_j^*\}$, $J^{(i)-} = \{j \in J: z_j^{(i)}(y) = d_{*j}\}$. Совокупность

$$c^{(i)}(y), \quad J^{(i)+}(y), \quad J^{(i)-}(y)$$

назовем структурой решения задачи (13).

Изменяя непрерывно параметр y от y_* до y^* и используя метод коррекции, аналогичный описанному в п.5 из [1], можно эффективно построить функцию $z^{(i)}(y)$ за один "проход" параметра y .

Решениям $z^{(i)}(y)$, $i = \overline{1, m}$ задач (13) поставим в соответствие функции $\hat{g}_i(y, 0) = g_i - h_i'z^{(i)}(y)$, $i = \overline{1, m}$ и задачу оптимального управления

$$h_0'x(t^*) \rightarrow \max, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = 0,$$

$$(14) \quad h_i'x(t^*) \geq \hat{g}_i(y, 0), \quad i = \overline{1, m}; \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T.$$

Обозначим через $u^0(y, t)$, $x^0(y, t)$, $t \in T$ оптимальное управление и траекторию задачи (14), через $\eta_i(y)$, $i = \overline{1, r(y)}$; ($\eta_i(y) < \eta_{i+1}(y)$, $\eta_0(y) = 0$, $\eta_{r(y)+1} = t^*$) – точки переключения управления $u^0(y, t)$, $t \in T$; $\tilde{I}_*(y) = \{i \in I: h_i'x^0(y, t^*) = \hat{g}_i(y, 0)\}$, $\xi(y) = (\xi_i(y), i \in \tilde{I}_*(y))$ – оптимальный вектор потенциалов. Положим $K^+(y) = \{i \in \{0, 1, \dots, r(y)\}: u^0(y, t) = 1, t \in [\eta_i(y), \eta_{i+1}(y)]\}$, $K^-(y) = \{0, 1, \dots, r(y)\} \setminus K^+(y)$. Число $r(y)$ и множества $\tilde{I}_*(y)$, $K^+(y)$, $K^-(y)$ назовем структурой решения задачи (14).

Пусть $y_j^{(i)}$, $j = \overline{1, q_i}$ – точки смены структуры решения i -й задачи (13), $i = \overline{0, m}$; y_j^* , $j = \overline{1, q_*}$ – точки смены структуры решения задачи (14) при изменении y от

y_* до y^* . Выберем параметр метода $\varepsilon_0 > 0$ и на отрезок $[y_*, y^*]$ наложим сетку: y_s , $s = \overline{1, M}$, обладающую свойствами:

$$y_1 = y_*; 0 < y_{s+1} - y_s \leq \varepsilon_0, \quad s = \overline{1, M-1}; \quad y_M = y^*;$$

$$\{y_j^{(i)}, j = \overline{1, q_i}; i = \overline{1, m}; y_j^*, j = \overline{1, q_*}\} \subset \{y_s, s = \overline{1, M}\}.$$

Считаем, что до момента $\tau = +0$ включения обратной связи заготовлена следующая информация:

$$z^{(i)}(y_s), c^{(i)}(y_s), J^{(i)+}(y_s), J^{(i)-}(y_s);$$

$$\eta_i(y_s), i = \overline{1, r(y_s)}; \xi_i(y_s), i \in \overline{I_*(y_s)}, K^+(y_s), K^-(y_s), s = \overline{1, M}.$$

Опишем алгоритм вычисления стартовых значений эstimаторов и регуляторов (т.е. решений задач (I.10), (I.17) в момент $\tau = +0$).

Пусть в момент $\tau = +0$ выходное устройство записало сигнал $y(0) = \bar{y}$. Если $\bar{y} = y_{\bar{s}}, \bar{s} \in \{1, \dots, M\}$, то положим

$$x^i(0) = z^i(y_{\bar{s}}), \hat{g}_i(0) = g_i - h_i' x^i(0), \quad i = \overline{0, m};$$

$$t_i(0) = \eta_i(y_{\bar{s}}), \quad i = \overline{1, p(0)}, \quad p(0) = r(y_{\bar{s}}); \quad v_i(0) = \xi_i(y_{\bar{s}}),$$

$$(15) \quad i \in I_*(0) = \overline{I_*(y_{\bar{s}})};$$

$$\hat{u}_{\tau=0}^0(t) = 1, t \in [t_i(0), t_{i+1}(0)[, \quad i \in K^+(y_{\bar{s}});$$

$$\hat{u}_{\tau=0}^0(t) = -1, t \in [t_i(0), t_{i+1}(0)[, \quad i \in K^-(y_{\bar{s}}).$$

Предположим, что $\bar{y} \notin \{y_s, s = \overline{1, M}\}$, $\bar{y} \in]y_{\bar{s}}, y_{\bar{s}+1}[$. Если $c^{(i)}(y_{\bar{s}}) = 0$, то положим $x^{(i)}(0) = x^*$, где x^* — решение задачи $h_i' x \rightarrow \max, x \in \overset{\vee}{X}_0$. В случае $c^{(i)}(y_{\bar{s}}) \neq 0$ решение $x^{(i)}(0)$ задачи (I.9) при $\tau = +0$ найдем из соотношений

$$x_j^{(i)}(0) = d_j^*, \quad j \in J^{(i)+}(y_{\bar{s}}); \quad x_j^{(i)}(0) = d_{*j}, \quad j \in J^{(i)-}(y_{\bar{s}});$$

$$Dx^{(i)}(0) = d, \quad k' x^{(i)}(0) - \bar{y} = x^{(i)}(u_{\bar{s}}).$$

Для построения решения задачи (I.10) при $\tau = +0$ найдем элементы

$$(16) \quad t_j(0), \quad j = \overline{1, p(0)} \quad (p(0) = r(y_{\bar{s}}));$$

$$v_i(0), \quad i \in I_*(0) \quad (I_*(0) = \overline{I_*(y_{\bar{s}})})$$

из уравнений (I.14), полагая $\tau = 0$, $\hat{g}_i(0) = g_i - h_i' x^{(i)}(0)$, $i = \overline{1, m}$; $p = r(y_{\bar{s}})$, $I_* = \overline{I_*(y_{\bar{s}})}$; $k_j = 1, j \in K^+(y_{\bar{s}})$; $k_j = -1, j \in K^-(y_{\bar{s}})$.

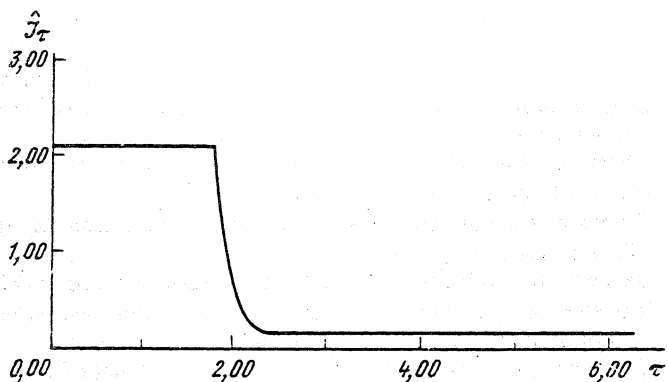
Уравнения (I.14) решаем методом Ньютона, исходя из начального приближения

$$\eta_j(y_{\bar{s}}), \quad j = \overline{1, p}; \quad \xi_i(y_{\bar{s}}), \quad i \in I_*.$$

Зная элементы (16), оптимальное управление $\hat{u}_{\tau=0}^0(t)$, $t \in T$ задачи (14) при $\tau = +0$ найдем по правилу (15).

7. Пример

Полученные результаты проиллюстрируем на задаче приведения колебательной системы из заданного начального состояния на заданное множество за фиксированное время с минимальными затратами топлива. При этом будем считать, что на систему



постоянно действует неизвестное возмущение и информация о текущем состоянии, поступающая от измерительного устройства, является неточной и неполной.

Математическая модель задачи имеет вид

$$\int_0^{t^*} u(t) dt \rightarrow \min, \quad \dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_1 + u + \mu,$$

$$x_1(0) = x_2(0) = 0, \quad x_1(t^*) \geq \sqrt{3} - \pi, \quad x_2(t^*) \geq -3\pi,$$

$$0 \leq u(t) \leq 1, \quad t \in [0, t^*], \quad t^* = 2\pi.$$

Эта задача является частным случаем задачи (1)–(4) при следующих значениях параметров $n = 3$, $h_0 = (0, 0, 1)$, $h_1 = (1, 0, 0)$, $h_2 = (0, 1, 0)$, $k = (1, 1, 0)$, $b = (0, 1, 1)$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{В примере было выбрано следующее возмущение: } \mu(t) = \frac{1}{2}$$

$(\sin t - \cos t) = w_1 \sin t - w_2 \cos t$, $t \in [0, t^*]$; $w_1 = -w_2 = \frac{1}{2}$. В качестве множества \check{W} выбрано множество $\check{W} = \{w \in R^2: |w_i| \leq 1, i = \overline{1, 2}\}$.

Априорно-оптимальное программное управление имеет вид $\check{u}^0(t) = 0$, $t \in [0, t^*] \setminus [t_1^{\check{v}}, t_2^{\check{v}}]$; $\check{u}^0(t) = 1$, $t \in [t_1^{\check{v}}, t_2^{\check{v}}]$, $t_1^{\check{v}} = 3,6651914$, $t_2^{\check{v}} = 5,7595865$. На нем гарантированное значение критерия качества равно $\check{J}(\check{u}^0) = 2,0943951$.

Если бы возмущение было известно регулятору, то оптимальное управление имело бы вид $u^0(t) = 0$, $t \in [0, t^*] \setminus [t_1^0, t_2^0]$; $u^0(t) = 1$, $t \in [t_1^0, t_2^0]$, $t_1^0 = 4,6316741$, $t_2^0 = 4,7931038$ и критерий качества на нем равнялся бы $J^0(u^0) = 0,16142971$.

В качестве функции ошибки измерительного устройства была взята функция $\xi(t) = \sin 2t$, $t \in [0, t^*]$. Для эстиматора был выбран интервал работы $[0, t^0] = [0, 2\pi]$. Используя информацию, поступающую от эстиматора, регулятор выбрал управление $u^*(t)$, $t \in T$: $u^*(t) = 0$, $t \in [0, t^*] \setminus [t_1^*, t_2^*]$; $u^*(t) = 1$, $t \in [t_1^*, t_2^*]$, $t_1^* = 4,6316710$, $t_2^*(t) = 4,7931070$. График поведения гарантированного значения критерия качества $\hat{J}_c(\hat{u}_c^0)$ в процессе управления приведен на рисунке. К концу процесса управления гарантированное значение критерия качества оказалось равным $\hat{J}_c(u^*) = 0,1614361$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И. Алгоритм оптимизации в режиме реального времени не полностью определенной линейной системы управления. I. Неопределенное начальное состояние // *АиТ*. 1993. № 4. С. 34 – 43.
2. Лэннинг Дж.Х., Бэттин Р.Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
3. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М.: Гостехиздат, 1957.
4. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973.
5. Schweppe F.C. Recursive state estimation: unknown but bounded errors and systems inputs // *IEEE Trans. Automat. Control*. 1968. V. AC-13. № 1. P. 22–28.
6. Witsenhausen H.S. A minimax control problem for sampled linear systems // *IEEE Trans. Automat. Control*. 1968. V. AC-13. № 1. P. 5–21.
7. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
8. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
9. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. М.: Наука, 1988.
10. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961.
11. Gabasov R., Kirilova F.M. Optimization of dynamical systems with identification of input perturbations // *Problems of Control and Information Theory*. 1991. V. 20(3). P. 233–246.
12. Габасов Р., Кириллова Ф.М. и др. Конструктивные методы оптимизации. Ч. I–IV. Минск: Изд-во "Университетское", 1984, 1986, 1988.
13. Костюкова О.И. Субоптимальные планы линейной экстремальной задачи с континуумом ограничений // *Докл. АН БССР*. 1986. Т. 33. № 9. С. 687–689.

Поступила в редакцию 28.05.92

УДК 517.977

© 1993 г. Х.Г. ГУСЕЙНОВ, канд. физ.-мат. наук
(Бакинский государственный университет)

О СВОЙСТВАХ СТАБИЛЬНЫХ МОСТОВ В ЗАДАЧЕ СБЛИЖЕНИЯ

В работе исследуются свойства u -стабильных мостов, когда поверхность моста описывается кусочно-гладкими функциями. Получены необходимые и достаточные условия u -стабильности. Эти условия имеют форму неравенств, в которые входят нормали к гладким кускам границы моста и правая часть управляемой системы. Приведено условие стабильности множества программного поглощения в линейной задаче сближения.

1. Введение

Рассматривается задача сближения (см., например, [1–3]), в которой требуется гарантировать приведение управляемой системы на заданное целевое множество. Согласно подходу, описанному в [2], решение этой задачи можно определить в форме стратегии, экстремальной к u -стабильному мосту, который определяется как множество в пространстве позиций, соединяющее начальную позицию с целевым множеством и обладающее специальным свойством, называемым u -стабильностью. Если подходящий u -стабильный мост построен, то относительно просто можно определить стратегию, экстремальную к мосту, и тем самым получить решение задачи сближения.