

A. V. Latyshev, A. A. Yushkanov, Nondegenerate plasma with a diffusive boundary condition in a high-frequency electric field near resonance, *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.*, 2007, Volume 47, Number 1, 121–128

<https://www.mathnet.ru/eng/zvmmf351>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.91

April 25, 2025, 19:16:31



УДК 519.634

НЕВЫРОЖДЕННАЯ ПЛАЗМА С ДИФFUЗНЫМ УСЛОВИЕМ НА ГРАНИЦЕ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСА

© 2007 г. А. В. Латышев, А. А. Юшканов

(105005 Москва, ул. Радио, 10а, Моск. гос. обл. пед. ун-т)

e-mail: avlatyshev@mail.ru

Поступила в редакцию 17.05.2006 г.

Получено аналитическое решение линеаризованной задачи о поведении столкновительной невырожденной плазмы в полупространстве, находящейся во внешнем электрическом поле. Предполагается, что электроны диффузно рассеиваются на границе плазмы. Полученное решение используется для определения экранирующего поля. Исследован случай, когда внешнее поле является высокочастотным, а частота внешнего поля близка к плазменной (вблизи плазменного резонанса). Библ. 8. Фиг. 5.

Ключевые слова: аналитическое решение, столкновительная невырожденная плазма, диффузное рассеяние электронов, плазменный резонанс.

ВВЕДЕНИЕ

Задача о колебаниях бесстолкновительной газовой плазмы (см. [1]) в полупространстве, находящемся во внешнем продольном (перпендикулярно поверхности) электрическом поле для случая чисто зеркального отражения электронов от границы, впервые была рассмотрена в [2].

В [3] дан анализ электрического поля вдали от границы и указано на особое значение анализа поля вблизи резонанса.

В настоящей работе задача о колебаниях невырожденной плазмы решена аналитически и получены точные формулы для функции распределения электронов и экранированного электрического поля. Здесь продолжены результаты из [4], где было рассмотрено зеркальное отражение электронов от границы плазмы. Цель данной работы – исследование отклика электронов в полупространстве на продольное электрическое поле $E_0 \exp(-i\omega t)$, приложенное перпендикулярно поверхности, в случае диффузного рассеяния электронов на поверхности плазмы. Требуется найти отклик электронов внутри плазмы на внешнее поле и провести его исследование, в том числе и вблизи резонанса.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения задачи в безразмерных переменных

$$x = x'v\left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{1/2}, \quad \mu = v_x\left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{1/2}, \quad e(x) = \frac{E(x)}{E_0}$$

записываются в виде (см. [4])

$$\mu \frac{\partial h}{\partial x} + z_0 h(x, \mu) = \mu e(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\mu'^2) h(x, \mu') d\mu', \quad z_0 = 1 - i\frac{\omega}{v}, \quad (1.1)$$

$$\frac{de(x)}{dx} = \frac{2}{\varepsilon^2 \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\mu'^2) h(x, \mu') d\mu', \quad \varepsilon = \frac{v}{\omega_p}. \quad (1.2)$$

Здесь ω – частота колебаний внешнего поля, v – эффективная частота столкновений электронов с частицами плазмы, ω_p – собственная (плазменная) частота колебаний, $\omega_p^2 = 4\pi e_0^2 n/m$, e_0 – заряд

электрона, n – концентрация электронов, m – масса электрона, k_B – постоянная Больцмана, T – температура плазмы, x' – размерная координата.

Диффузное рассеяние электронов на границе плазмы означает, что

$$h(0, \mu) = A, \quad \mu > 0, \quad (1.3)$$

причем величина A находится из условия непротекания

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\mu^2) \mu d\mu = 0. \quad (1.4)$$

Условие (1.4) означает, что ток через границу плазмы отсутствует. Условие на электрическое поле имеет вид

$$e(0) = 1. \quad (1.5)$$

2. СОБСТВЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

В [4] построены собственные решения уравнений (1.1) и (1.2) в виде

$$h_\eta(x, \mu) = \frac{1}{z_0} \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta}\right) F(\eta, \mu) E(\eta), \quad (2.1)$$

$$e_\eta(x) = \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta}\right) E(\eta). \quad (2.2)$$

Здесь Px^{-1} – символ главного значения интеграла от x^{-1} ,

$$F(\eta, \mu) = P \frac{\mu \eta - \eta_1^2}{\eta - \mu} - \sqrt{\pi} z_0 \eta_1^2 \frac{\lambda(\eta) \delta(\eta - \mu)}{\eta \exp(-\eta^2)}, \quad \eta_1^2 = \frac{z_0 \varepsilon^2}{2},$$

$\lambda(z)$ – дисперсионная функция задачи, $\lambda(z) = \lambda_1 + z_0^{-1} (1 - \eta_1^{-2} z^2) \lambda_c(z)$, $\lambda_1 = 1 - z_0^{-1}$, $\lambda_c(z)$ – дисперсионная функция Ван-Кампена (см. [5]),

$$\lambda_c(z) = 1 + \frac{z}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\tau^2) d\tau}{\tau - z}.$$

В [4] показано, что на плоскости параметров задачи (γ, ε) , $\gamma = \omega/\omega_p - 1$, существуют области D^\pm с общей границей, такие, что если $(\gamma, \varepsilon) \in D^+$, то дисперсионная функция имеет два конечных комплексных нуля $\pm \eta_0$ ($\text{Re} \eta_0 > 0$), а если $(\gamma, \varepsilon) \in D^-$, то дисперсионная функция нулей не имеет. Нулю η_0 отвечает собственное решение (мода Дебая)

$$h_{\eta_0}(x, \mu) = \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta_0}\right) \frac{\eta_0 \mu - \eta_1^2}{z_0 (\eta_0 - \mu)}, \quad e_{\eta_0}(x) = \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta_0}\right).$$

Независимо от параметров (γ, ε) дисперсионное уравнение $\lambda(z)/z = 0$ имеет простой (кратности единица) нуль в точке $z = \infty$. Этому нулю отвечает решение Друде $h_\infty(x, \mu) = \mu/z_0$, $e(x) = 1$.

3. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Покажем, что задача (1.1)–(1.5) имеет решение, представляющее собой разложение по собственным решениям дискретного и непрерывного спектров

$$z_0 h(x, \mu) = E_\infty h_\infty(x, \mu) + E_0 h_{\eta_0}(x, \mu) + \int_0^\infty h_\eta(x, \mu) E(\eta) d\eta, \quad (3.1)$$

$$e(x) = E_\infty e_\infty(x) + E_0 e_{\eta_0}(x) + \int_0^\infty e_\eta(x) E(\eta) d\eta. \quad (3.2)$$

Здесь E_0, E_∞ – неизвестные коэффициенты дискретного спектра (амплитуды Дебая и Друде), $E(\eta)$ – неизвестная функция (коэффициент непрерывного спектра). При $(\gamma, \epsilon) \in D^-$ в разложениях (3.1) и (3.2) следует положить $E_0 = 0$. Будем рассматривать наиболее общий случай, когда $(\gamma, \epsilon) \in D^+$.

Подставим (3.1) и (3.2) в граничные условия (1.3) и (1.5). Получаем следующие уравнения:

$$\varphi(\mu) + \int_0^\infty \frac{\eta\mu - \eta_1^2}{\eta - \mu} E(\eta) d\eta - \sqrt{\pi} z_0 \eta_1^2 \frac{\lambda(\mu) E(\mu)}{\mu \exp(-\mu^2)} = 0, \quad \mu > 0, \tag{3.3}$$

$$E_\infty + E_0 + K_0 = 0. \tag{3.4}$$

В уравнениях (3.3) и (3.4)

$$\varphi(\mu) = -Az_0 + E_\infty \mu + E_0 \frac{\eta_0 \mu - \eta_1^2}{\eta_0 - \mu}, \quad K_0 = \int_0^\infty E(\eta) d\eta.$$

Введем вспомогательную функцию

$$N(z) = \int_0^\infty \frac{\eta z - \eta_1^2}{\eta - z} E(\eta) d\eta,$$

для граничных значений которой сверху и снизу на действительной положительной полуоси выполняется равенство

$$N^+(\mu) - N^-(\mu) = 2\pi i (\mu^2 - \eta_1^2) E(\mu), \quad \mu > 0. \tag{3.5}$$

С помощью граничных значений функций $\lambda(z)$ и $N(z)$ сведем уравнение (3.3) к неоднородной краевой задаче Римана (см. [6])

$$\lambda^+(\mu) [N^+(\mu) + \varphi(\mu)] = \lambda^-(\mu) [N^-(\mu) + \varphi(\mu)], \quad \mu > 0.$$

Рассмотрим соответствующую однородную краевую задачу

$$X^+(\mu) = G(\mu) X^-(\mu), \quad \mu > 0, \quad G(\mu) = \frac{\lambda^+(\mu)}{\lambda^-(\mu)}.$$

Учитывая, что индекс этой задачи равен единице (см. [4]), ее каноническое решение имеет вид

$$X(z) = \frac{1}{z} \exp V(z), \quad V(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty [\ln G(\tau) - 2\pi i] \frac{d\tau}{\tau - z},$$

где под $\ln G(\tau)$ понимается регулярная ветвь логарифма, фиксированная в нуле условием $\ln G(0) = 0$; в этом случае, как нетрудно видеть, $\ln G(+\infty) = 2\pi i$. Теперь с помощью этого решения преобразуем неоднородную задачу Римана к задаче определения аналитической функции по ее скачку:

$$X^+(\mu) [N^+(\mu) + \varphi(\mu)] = X^-(\mu) [N^-(\mu) + \varphi(\mu)], \quad \mu > 0.$$

Решение этой задачи содержит две произвольные постоянные C_0, C_{-1} и имеет следующий вид:

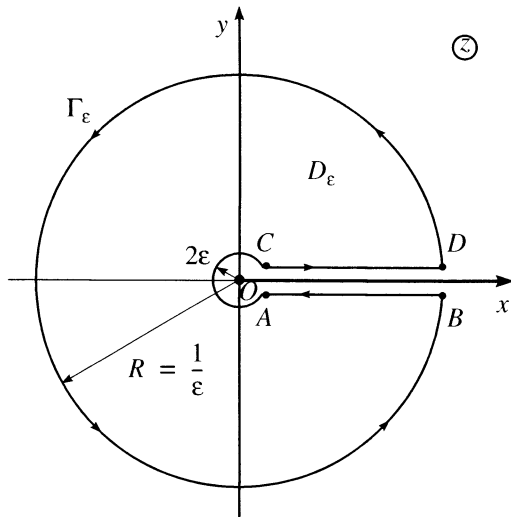
$$N(z) = -\varphi(z) + \frac{1}{X(z)} \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{z - z_0} \right). \tag{3.6}$$

Постоянные C_0, C_{-1} находятся из условий разрешимости

$$C_0 = E_\infty, \quad C_{-1} = -E_0 (\eta_0^2 - \eta_1^2) X(\eta_0).$$

Неизвестная функция $E(\eta)$ находится из условия (3.5), если в левую часть (3.5) подставить решение (3.6). Получаем

$$2\pi i (\eta^2 - \eta_1^2) E(\eta) = \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{\eta - \eta_0} \right) \gamma(\eta), \tag{3.7}$$



Фиг. 1.

где

$$\gamma(\eta) = \frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)}.$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов E_0 и E_∞ воспользуемся условием непротекания (1.4). Подставляя разложение (3.1) в (1.4), имеем

$$E_\infty + 2\eta_1^2(1 - z_0)(E_0 + K_0) = 0. \tag{3.8}$$

Вычислим интеграл $K_0 = C_0 J_0 + C_{-1} J_1$, где

$$J_0 = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma(\eta) d\eta}{\eta^2 - \eta_1^2}, \quad J_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma(\eta) d\eta}{(\eta^2 - \eta_1^2)(\eta - \eta_0)}.$$

Возьмем контур Γ_ϵ , изображенный на фиг. 1. Радиус большой окружности равен $R = 1/\epsilon$, радиус малой окружности равен $r = 2\epsilon$, отрезки AB и CD отстоят от действительной оси на расстоянии ϵ , $\epsilon > 0$. С помощью интегральной формулы Коши для всех $z \in D_\epsilon$ имеем

$$\frac{1}{X(z)} - z + V_1 = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma_\epsilon} \left[\frac{1}{X(\tau)} - \tau + V_1 \right] \frac{d\tau}{\tau - z}, \tag{3.9}$$

где

$$V_1 = -\frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty [\ln G(\tau) - 2\pi i] d\tau.$$

Перейдем к пределу при $\epsilon \rightarrow 0$ в этом равенстве. Заметим, что для функции $\phi(z) = X^{-1}(z) - z + V_1$ при $z \rightarrow \infty$ имеет место следующая асимптотика: $\phi(z) = O(1/z)(z \rightarrow \infty)$. В силу этой асимптотики значение интеграла (3.9) на окружности $\Gamma_R = \{\tau: |\tau| = R, R = 1/\epsilon\}$ исчезает в пределе при $\epsilon \rightarrow 0$. Из определения функции $X(z)$ вытекает ее ограниченность в окрестности начала координат. Поэтому интеграл (3.9) по малой окружности $\gamma_\epsilon = \{\tau: |\tau| = 2\epsilon\}$ в пределе при $\epsilon \rightarrow 0$ также исчезает. Таким образом, в пределе при $\epsilon \rightarrow 0$ из равенства (3.9) получаем следующее интегральное представление

$$\frac{1}{X(z)} - z + V_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma(\eta) d\eta}{\eta - z}.$$

С помощью интегрального представления (3.10) имеем

$$J_0 = -1 - \frac{\eta_0^2 - \eta_1^2}{\eta_1 E_\infty} \alpha^-, \quad \alpha^\pm = \frac{X(\eta_1) \pm X(-\eta_1)}{2}.$$

При выводе этого равенства была использована факторизация дисперсионной функции (см. [7]) $\lambda(z) = \lambda_\infty(\eta_0^2 - z^2)X(z)X(-z)$. Интеграл J_1 вычислим с помощью контурного интегрирования и теории вычетов:

$$J_1 = [\text{Res}_{\eta_0} + \text{Res}_{-\eta_1} + \text{Res}_{\eta_1}] \frac{1}{X(z)(z^2 - \eta_1^2)(z - \eta_0)} = \frac{1}{X(\eta_0)(\eta_0^2 - \eta_1^2)} + \frac{1}{2\eta_1} \left[\frac{1}{(\eta_1 - \eta_0)X(\eta_1)} + \frac{1}{(\eta_1 + \eta_0)X(-\eta_1)} \right] = -\frac{E_0}{C_{-1}} - \frac{\eta_1 \alpha^+ - \eta_0 \alpha^-}{\eta_1 E_\infty}.$$

Теперь подставим J_0 и J_1 в выражение для K_0 , а K_0 – в (3.8) и (3.4). Придем к системе уравнений,

из которых найдем, что

$$E_\infty = \frac{\lambda_1}{\lambda_\infty}, \quad E_0 = \frac{E_\infty}{X(\eta_0)} \frac{\eta_1/(\eta_0^2 - \eta_1^2) + \alpha^-}{\eta_1 E_\infty}.$$

Разложения (3.1) и (3.2) доказаны. Для полного завершения задачи требуется найти постоянную A из граничного условия (1.3). Для этого вычислим пределы в точке $z = \infty$ в левой и правой частях (3.6). Из полученного равенства находим, что

$$Az_0 = -K_1 - \eta_0 E_0 - C_{-1} + C_0 V_1, \quad K_1 = \int_0^\infty \eta E(\eta) d\eta. \tag{3.10}$$

С помощью (3.7) имеем $K_1 = C_0 J'_0 + C_{-1} J'_1$, где

$$J'_0 = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma(\eta)\eta d\eta}{\eta^2 - \eta_1^2}, \quad J'_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma(\eta)\eta d\eta}{(\eta^2 - \eta_1^2)(\eta - \eta_0)}.$$

С помощью интегрального представления для $1/X(z)$ получаем, что

$$J'_0 = V_1 + \frac{(\eta_0^2 - \eta_1^2)\alpha^+}{E_\infty}.$$

Второй интеграл вычислим с помощью теории вычетов и контурного интегрирования:

$$J'_1 = [\text{Res}_\infty + \text{Res}_{\eta_0} + \text{Res}_{-\eta_1} + \text{Res}_{\eta_1}] \frac{z}{X(z)(z^2 - \eta_1^2)(z - \eta_0)} = -1 - \eta_0 \frac{E_0}{C_{-1}} - \frac{\eta_0 \alpha^+ - \eta_1 \alpha^-}{E_\infty}.$$

На основании (3.10) теперь находим

$$Az_0 = \eta_1 \frac{E_\infty + \eta_0 \alpha^+ - \eta_1 \alpha^-}{\eta_0 \alpha^- - \eta_1 \alpha^+}.$$

Аналитическое решение задачи полностью закончено.

4. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

Электрическое поле (3.2) представим в виде суммы двух слагаемых $e(x) = e_d(x) + e_c(x)$, где

$$e_d(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda_\infty} \left[1 + \frac{\eta_1/(\eta_0^2 - \eta_1^2) + \alpha^-}{X(\eta_0)(\eta_1 \alpha^+ - \eta_0 \alpha^-)} \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta_0}\right) \right], \tag{4.1}$$

$$e_c(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \left(C_0 + \frac{C_{-1}}{\eta - \eta_0} \right) \frac{\gamma(\eta)}{\eta^2 - \eta_1^2} \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta}\right) d\eta. \tag{4.2}$$

Будем считать параметры ε и γ малыми: $0 < \varepsilon \ll 1$, $|\gamma| \ll 1$. При $\omega \sim \omega_p$ ($\gamma \sim 0$) и $\varepsilon \sim 0$, т.е. вблизи резонанса $\eta_0(\gamma, \varepsilon) \sim \infty$. В самом деле, разложим дисперсионную функцию в асимптотический ряд в окрестности бесконечно удаленной точки:

$$\lambda(z) = \lambda_\infty + \frac{\lambda_2}{z^2} + \frac{\lambda_4}{z^4} + \dots, \quad z \rightarrow \infty,$$

где

$$\lambda_\infty = \lambda(\infty) = 1 - \frac{1}{z_0} + \frac{1}{\varepsilon^2 z_0^2}, \quad \lambda_2 = \frac{3 - \varepsilon^2 z_0}{2\varepsilon^2 z_0^2}, \quad \lambda_4 = \frac{15 - 3\varepsilon^2 z_0}{4\varepsilon^2 z_0^2}.$$

В линейном по γ и ε приближении находим

$$\eta_0^2 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_\infty} + \frac{\lambda_4}{\lambda_2} = \frac{3 + i\varepsilon - \varepsilon(\varepsilon - i\gamma)}{2[2\gamma + i\varepsilon + \gamma(\gamma + i\varepsilon)]} + \frac{15 + i\varepsilon(1 + \gamma + i\varepsilon)}{6 + 2i\varepsilon(1 + \gamma + i\varepsilon)}. \tag{4.3}$$

Из выражения (4.3) видно, что $|\eta_0|$ быстро возрастает, но остается конечной величиной даже при $\gamma = 0$, ибо $\varepsilon > 0$ для рассматриваемой столкновительной плазмы.

Представим основные параметры решения как функции двух малых параметров:

$$\lambda_\infty = \frac{2\gamma + i\varepsilon + \gamma(\gamma - i\varepsilon)}{(1 + \gamma + i\varepsilon)^2}, \quad z_0 = -i \frac{1 + \gamma + i\varepsilon}{\varepsilon}, \quad \eta_1^2 = -\frac{i\varepsilon}{2}(1 + \gamma + i\varepsilon).$$

Оценим величины z_0/η_0 и z_0 при $\gamma = 0$ и $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\frac{z_0}{\eta_0} = (1 - i) \sqrt{\frac{2}{3\varepsilon}}, \quad z_0 = -\frac{i}{\varepsilon} \quad (\gamma = 0, \varepsilon \rightarrow 0). \quad (4.4)$$

Из выражений (4.1) и (4.2) с учетом соответствующей асимптотики из (4.4) видно, что для дискретного спектра соответствующая часть электрического поля имеет коэффициент убывания по x , пропорциональный $(\sqrt{\varepsilon})^{-1}$. Для непрерывного спектра соответствующая часть поля имеет коэффициент убывания, пропорциональный величине ε^{-1} . Это означает, что существуют два слоя $0 \leq x \leq \varepsilon$ и $\varepsilon \leq x \leq \sqrt{\varepsilon}$, в первом из которых следует учитывать вклад в электрическое поле, обусловленный и непрерывным и дискретным спектрами. Во втором слое решающий вклад в электрическое поле вносит второе слагаемое из (4.1) – мода Дебая. Второй слой при $x \sim \sqrt{\varepsilon}$ переходит в область сплошной среды, где определяющий вклад в поле вносит первое слагаемое – мода Друде.

Переходя к размерным координатам, получаем, что первый слой соответствует области $0 \leq x \leq l\varepsilon$, l – длина свободного пробега электронов, а второй слой – области $l\varepsilon \leq x \leq l\sqrt{\varepsilon}$. Учтя определение величины ε , эти области выразим через дебаевский радиус экранирования поля r_D ($r_D \sim v_T/\omega_p$), v_T – тепловая скорость электронов: $0 \leq x \leq r_D$ – первая область, и $r_D \leq x \leq \sqrt{l}r_D$ – вторая область. Третий слой соответствует области $\sqrt{l}r_D \leq x < +\infty$. В этой области мода Дебая и вклад непрерывного спектра (волны Ван-Кампена, см. [5], [8]) затухают и доминирует объемное расширение Друде; следовательно, третий слой – это область, где справедлива электродинамика сплошной среды.

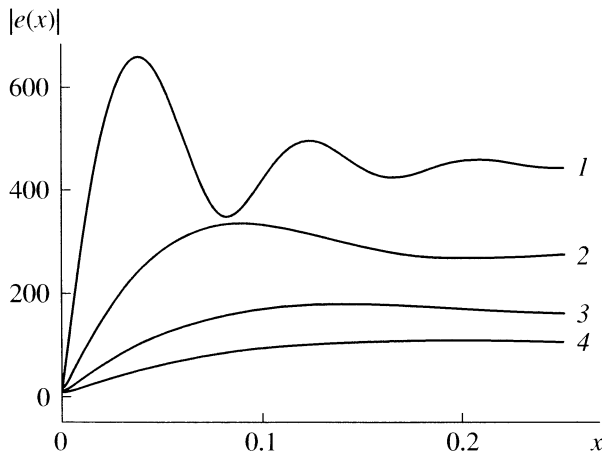
Особо отметим, что вклад непрерывного спектра в электрическое поле при больших $|\eta_0|$ в первом слое имеет тот же порядок, что и вклад дискретного спектра, а на границе плазмы (при $x = 0$) эти вклады совпадают в пределе при $\eta_0 \rightarrow \infty$. При этом оба составляющих электрического поля $e_d(0)$ и $e_c(0)$ на границе невырожденной плазмы по отдельности являются неограниченными, в отличие от случая зеркальных граничных условий (см. [4]), в котором $e_d(0)$ и $e_c(0)$ при всех значениях параметров γ ($|\gamma| \ll 1$) и ε ($0 < \varepsilon \ll 1$) являются конечными.

Итак, вне первого слоя поведение электрического поля определяется в основном дискретным спектром. Из приведенных графиков видно, что затухание волн Ван-Кампена сопровождается осцилляциями.

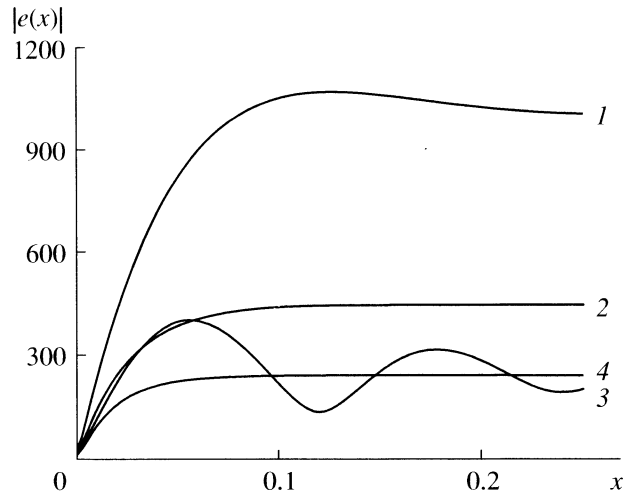
Приведем графики (фиг. 2–5) зависимостей модуля электрического поля (фиг. 2, 3) и действительной части электрического поля от расстояния до границы плазмы (точнее, до границы первого слоя).

На фиг. 2 изображен профиль модуля электрического поля в полупространстве в случае $\gamma = 0.001$. Кривые 1, 2, 3, 4 отвечают следующим значениям параметра: $\varepsilon = 0.001, 0.003, 0.006, 0.01$. На фиг. 3 изображены графики модуля электрического поля в случае $\varepsilon = 0.001$. Кривые 1, 2, 3, 4 отвечают значениям $\gamma = 0, -0.001, 0.002, -0.002$. На фиг. 4 и 5 изображены графики действительной части электрического поля в случае $\varepsilon = 0.001$. Кривые 1, 2, 3 на фиг. 4 отвечают значениям $\gamma = 0; 0.001; -0.001$, а на фиг. 5 – значениям $\gamma = 0; 0.01; -0.01$. Из фиг. 2–5 видно, что при положительных значениях γ наблюдается убывающий осцилляционный режим, т.е. электрическое поле осциллирует, амплитуды осцилляций убывают, приближаясь к своему асимптотическому значению при $x \rightarrow +\infty$, т.е. к значению $e_d(+\infty) = E_\infty = \lambda_1/\lambda_\infty$. Этот осцилляционный режим становится все более выраженным по мере роста величины γ . При $\gamma = 0$ и $\gamma < 0$ осцилляции не наблюдаются. При этом величина поля в объеме плазмы при малых значениях γ и ε значительно превышает величину поля на поверхности $e(0) = 1$ ($\text{Im}e(0) = 0$), что естественно для рассматриваемого резонансного случая.

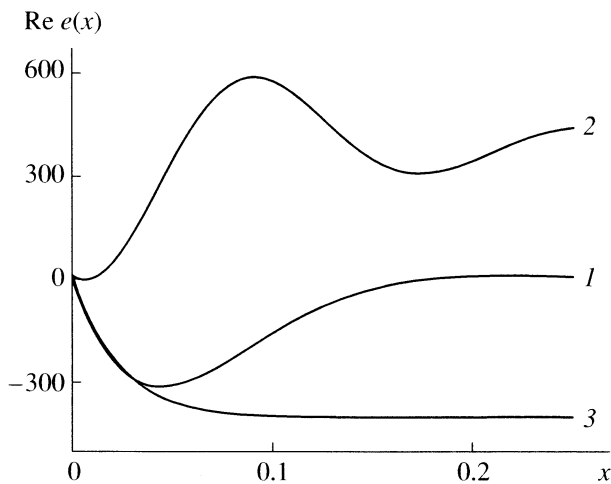
Продольная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{||}$ вблизи плазменного резонанса согласно Ландау (см. [2]) связана с ω и ω_p соотношением $\varepsilon_{||} = 2(1 - \omega_p/\omega) = 2\gamma/(1 + \gamma)$. При малых γ отсюда имеем:



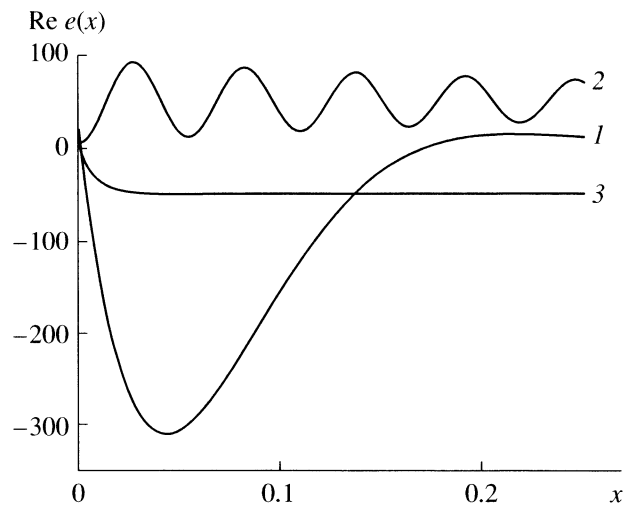
Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.



Фиг. 5.

$\epsilon_{\parallel} = 2\gamma$. Вдали от границы плазмы (при больших x) для зеркальных граничных условий Ландау получил при малых $\epsilon_{\parallel} < 0$ (т.е. вблизи резонанса) следующее выражение для электрического поля:

$$e(x) = \frac{1}{\epsilon_{\parallel}} \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{r_D} \sqrt{\frac{|\epsilon_{\parallel}|}{3}}\right) \right].$$

Из этой формулы видно, что электрическое поле монотонно возрастает с ростом x до амплитуды Друде $1/\epsilon_{\parallel}$; этот факт совпадает с результатом данной работы для случая диффузного рассеяния электронов и столкновительной плазмы.

Убывающая часть дискретной моды (мода Дебая) для резонансного случая $\omega = \omega_p(\gamma = 0)$ согласно (4.1) может быть представлена в виде:

$$e_D(x) = \frac{i}{\epsilon} \exp\left(-\gamma_0 \frac{1-i}{\sqrt{\epsilon}} x\right),$$

где $\gamma_0 = \sqrt{2/3}$. Точно такой же вид имеет $e_D(x)$ и в случае зеркальных граничных условий (см. [4]), но с $\gamma_0 = 1/\sqrt{3}$. Для сравнения отметим, что наблюдается согласие с работой [3] для вырожденной плазмы, где была получена такая же формула, но с коэффициентом $\gamma_0 = \sqrt{5/6}$.

В [3] было отмечено, что решение этой задачи с диффузным граничным условием значительно отличается от решения этой задачи с зеркальным граничным условием. Имея точные аналитические решения – формулу (3.2) данной работы и формулу (4.16) из [4], этот вопрос можно исследовать подробнее. В общем случае эти формулы действительно различны. Однако, в высокочастотном пределе ($\eta_0 \rightarrow \infty$) выражения для дискретной части электрического поля в обоих случаях переходят в одно и то же выражение

$$e_d(x) = E_\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{z_0 x}{\eta_0}\right) \right].$$

Так что в тех случаях, когда вклад непрерывного спектра в электрическое поле мал, можно утверждать, что в этих случаях стирается различие в поведении электрического поля, вызванное различием зеркальных и диффузных граничных условий.

Особо отметим, что вклад непрерывного спектра в электрическое поле при переходе из первого слоя во второй становится близким к нулю. Этот факт объясняется тем обстоятельством, что подынтегральная функция из (4.2) начинает быстро осциллировать с ростом x ; а интеграл от быстро осциллирующей функции начинает исчезать с ростом частоты осцилляции.

Интересно, что взаимное расположение и характерные размеры слоев для рассматриваемого резонансного случая существенно отличаются от низкочастотного случая, когда $\omega \ll \omega_p$, $\omega \ll \nu$.

Анализ общего выражения для электрического поля (3.2) показывает, что и в этом случае первый слой имеет размер порядка r_D . Второй же слой в этом случае соответствует области $r_D \leq x \leq l$. Таким образом, второй слой в этом случае существенно (в $\sqrt{l/r_D}$ раз) шире, чем в резонансном случае. При этом во втором слое влияние моды Дебая в низкочастотном случае пренебрежимо мало, в отличие от резонансного случая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Власов А.А. О вибрационных свойствах электронного газа // Ж. эксперим. и теор. физ. 1938. Т. 8. Вып. 3. С. 291–318.
2. Ландау Л.Д. О колебаниях электронной плазмы // Собр. трудов. М.: Наука, 1969. Т. 2. С. 7–25. (См. также: Ж. эксперим. и теор. физ. 1946. Т. 26. Вып. 7. С. 547–586.)
3. Гохфельд В.М., Гулянский М.А., Каганов М.И., Плявенек А.Г. Неэкспоненциальное затухание электромагнитного поля в нормальных металлах // Ж. эксперим. и теор. физ. 1985. Т. 89. № 3(9). С. 985–1001.
4. Латышев А.В., Юшканов А.А. Плазма в высокочастотном электрическом поле с зеркальным условием на границе // Изв. РАН. Сер. Механ. жидкости и газа. 2006. № 1. С. 165–177.
5. Ван-Кампен. Дисперсионное уравнение для волн в плазме // М.: Изд-во иностр. лит., 1961. С. 57–70.
6. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). М.: ТОО “Янус”, 1995.
7. Латышев А.В., Юшканов А.А. Электронная плазма в полупространстве металла в переменном электрическом поле // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. № 8. С. 1229–1241.
8. Кадомицев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988.