

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ГАШЕНИЯ ВАКУУМНОЙ ДУГИ. II. ВЛИЯНИЕ МЕДЛЕННЫХ ИОНОВ НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ И ПОВТОРНОЕ ЗАЖИГАНИЕ ДУГИ

Теоретически исследован процесс деионизации разрядного промежутка вакуумной дуги после нуля тока при приложении к нему обратного напряжения двух разных форм: ступенчатого с заданным сдвигом по времени и линейно нарастающего. Показано, что накопленные в промежутке в активной фазе горения дуги медленные ионы при приложении обратного напряжения способствуют усилению на поверхности экс-анода электрического поля, которое в ряде случаев может достигать величины, достаточной для взрывной эмиссии, образования на экс-аноде катодного пятна и повторного зажигания вакуумной дуги. Приведены результаты расчетов динамики деионизации плазмы в зависимости от тепловой нагрузки на анод в активной фазе горения дуги и от длительности полупериода горения дуги, иллюстрирующие особенности восстановления электрической прочности.

1. В данной работе, являющейся продолжением [1], полученные в [1] результаты использовались для расчета динамики деионизации межэлектродного промежутка вакуумной дуги при приложении к нему после нуля тока обратного напряжения заданной формы. Следует отметить, что медленные "анодные" ионы, находящиеся в низкоэнергетичной части функции распределения, могут накапливаться в промежутке и способствовать значительному усилению электрического поля на поверхности экс-анода при приложении обратного напряжения. При достижении электрическим полем на экс-аноде критического значения $E_{кр}$, составляющего по данным разных авторов для различных материалов величину $2 \cdot 10^5 - 10^6$ В/см, возможно возникновение взрывной эмиссии с последующим образованием катодных пятен и повторным зажиганием дуги. Альтернативные механизмы повторного зажигания дуги, в частности пробой промежутка в левой ветви кривой Пашена, возможность которого обусловлена наличием в промежутке нейтрального компонента пара, в данной работе рассматриваться не будет.

Полученные в [1] распределения медленных "анодных" ионов могут быть использованы для определения тока в промежутке и динамики восстановления электрической прочности после нуля тока. Естественно, что такая задача должна, вообще говоря, учитывать параметры внешней цепи. После прохождения тока через нуль новым катодом становится бывший анод, и для расчета скорости восстановления электрической прочности весьма существенным становится распределение ионов в окрестности экс-анода, определяющее в значительной мере величину электрического поля на его поверхности. Необходимым условием полного восстановления электрической прочности промежутка в процессе разлета плазмы является выполнение неравенства

$$E_{\max} < E_{кр}. \quad (1)$$

Здесь E_{\max} — максимальная величина электрического поля на экс-аноде в процессе деионизации промежутка.

Динамика восстановления электрической прочности рассчитывалась для двух разных форм напряжения, прикладываемого к промежутку после нуля тока. В одном случае предполагалось, что в различные моменты времени после нуля тока к промежутку прикладывается напряжение, пропорциональное единичной функции Хевисайда (ступенчатое напряжение). В этом случае для нахождения распределения электрического поля и потенциала в слое объемного заряда у экс-анода можно воспользоваться моделью ионной матрицы [2, 3], согласно которой электроны плазмы считаются безынерционными и мгновенно покидают слой, а ионы, напротив, считаются весьма инерционными и за время скачка напряжения не сдвигаются с места.

Во втором случае предполагалось, что к промежутку в момент нуля тока прикладывается линейно нарастающее напряжение. На коротком начальном участке роста напря-

жения можно использовать модель ионной матрицы, а на следующих стадиях распределение электрического поля и потенциала должно определяться с помощью закона Чайлда—Ленгмюра [2, 3], с учетом того, что ионный ток в слое обусловлен разностью скорости границы слой-плазма и скорости медленных ионов.

Следует отметить, что вблизи нуля тока после погасания последнего катодного пятна прекращается поступление с катода в промежуток быстрых ионов. Однако в промежутке имеется плазма, образованная в предшествующие моменты времени. Она состоит из быстрого компонента (с направленной скоростью $v_i \approx 10^6$ см/с, соответствующей кинетической энергии ионов 30–50 эВ) и медленного (теплого) компонента — максвелловских ионов со средней энергией 0,2–0,3 эВ. За характерное время $L/v_i \approx 10^{-6}$ с происходит разлет быстрого компонента плазмы, после чего гораздо дольше происходит разлет медленного компонента, определяющего динамику восстановления электрической прочности. Поэтому в дальнейшем будем пренебрегать конечным временем разлета быстрого компонента и считать, что этот разлет происходит мгновенно. Будем рассматривать только динамику разлета медленных ионов.

В [1] для режима свободного разлета (т.е. при отсутствии обратного напряжения) медленных ионов получено выражение, описывающее концентрацию ионов в произвольной точке промежутка в момент времени $t > T/2$ (в [1] предполагалось, что поток мощности на анод в активной фазе дуги описывается синусоидальной зависимостью $Q(t) = Q_0 \sin 2\pi t/T$, где Q_0 — амплитудное значение потока мощности, T — период синусоиды). Это выражение имеет вид

$$n_i(x; t) = \int_0^{T/2} q(T_a) \frac{M}{kT_a(t')} \frac{x}{(t-t')^2} \exp\left[-\frac{M}{2kT_a} \left(\frac{x}{t-t'}\right)^2\right] \times \\ \times \left\{ 1 - \exp[-\langle \sigma_n v_e \rangle \int_{t'}^{T/2} (n_e^* \sin 2\pi \frac{t}{T} + n_i(x \frac{t-t'}{t-t'}, t_n)) dt_n] \right\} dt'. \quad (2)$$

Здесь $T_a(t)$ — температура анода в момент времени t ; $q(T_a)$ — полный поток испарения при температуре анода T_a ; M — масса атома или иона; k — постоянная Больцмана; $\langle \sigma_n v_e \rangle$ — константа скорости ионизации, усредненная по функции распределения электронов, предполагаемой максвелловской; $n_e^* = f Q_0 Z (e \varphi_{эф} \sqrt{2\epsilon_i M})^{-1}$; f — доля ионного тока; e — заряд электрона; Z — средний заряд "катодных" ионов; $\varphi_{эф}$ — эффективная величина анодного падения потенциала; ϵ_i — энергия "катодных" ионов. Зависимость температуры анода T_a от времени при синусоидальной зависимости потока мощности вычислялась по формулам из [4].

Выражение (2) представляет собой интегральное уравнение относительно $n_i(x; t)$, которое в [1] решалось численно методом последовательных приближений. В качестве начального приближения использовалось значение $n_i(x; t) = 0$.

2. Приложенное напряжение пропорционально единичной функции Хевисайда. После нуля тока через определенное время задержки t_3 к промежутку прикладывается ступенчатое напряжение амплитудой U , которое практически полностью сосредоточено около экс-анода на прикатодном слое объемного заряда медленных ионов. Распределение ионов $n_i(x; t_3)$ описывается формулой (2). Задача состоит в том, чтобы для произвольного значения t_3 определить максимальную амплитуду напряжения $U_{\max c}$, при приложении которого к промежутку электрическое поле на экс-аноде достигнет критической величины $E_{кр}$. Для вычисления $U_{\max c}$ следует проинтегрировать уравнение Пуассона от экс-анода ($x = 0, E = E_{кр}$) до границы слой-плазма, на которой электрическое поле предполагается равным нулю. Однократное интегрирование уравнения Пуассона позволяет получить уравнение для определения координаты $x_0(t_3)$ границы слой-плазма. Это уравнение имеет вид

$$\int_0^{x_0} n_i(x; t_3) dx = \frac{\epsilon_0}{e} E_{кр}. \quad (3)$$

Здесь ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Принимая экс-анод за нуль

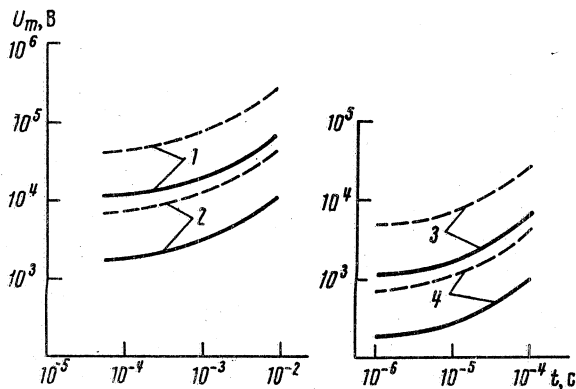


Рис. 1. Зависимость $U_{\text{макс}}$ от времени задержки t_3 : 1 — $Q_0 = 8 \cdot 10^4$ Вт/см², $T = 2 \cdot 10^{-2}$ с; 2 — $1 \cdot 10^5$, $2 \cdot 10^{-2}$; 3 — $8 \cdot 10^5$, $2 \cdot 10^{-4}$; 4 — $1 \cdot 10^6$, $T = 2 \cdot 10^{-4}$; сплошные линии — $E_{\text{кр}} = 2 \cdot 10^5$ В/см, штриховые — $5 \cdot 10^5$

потенциала и повторно интегрируя уравнение Пуассона, найдем

$$U_{\text{макс}}(t_3) = \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{x_0} dx \left[\int_x^{x_0} n_i(x'; t_3) dx' \right]. \quad (4)$$

Используя в (4) интегрирование по частям, сведем вычисление $U_{\text{макс}}$ к однократному интегрированию. В результате получим

$$U_{\text{макс}}(t_3) = \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{x_0} x n_i(x; t_3) dx. \quad (5)$$

Следует отметить, что по мере увеличения t_3 граница слой-плазма в момент приложения ступенчатого напряжения устанавливается все ближе и ближе к экс-катоде (т.е. $x_0 \rightarrow 1$), и при некотором значении t_3^* возможна ситуация, когда условие (3) выполняется при $x_0 = 1$. В этом случае весь межэлектродный промежуток занят слоем объемного заряда и квазинейтральной плазмы нет. В силу монотонно падающей зависимости n_i от t из (3) следует, что это условие не может выполняться при $t_3 > t_3^*$, т.е. критическое поле на экс-аноде достигнуто не будет, и повторного зажигания по рассматриваемому механизму не произойдет.

При расчетах зависимости $U_{\text{макс}}(t_3)$ по формулам (2), (3) и (5) использовались те же численные значения параметров, что и в [1]: $f = 0,1$; $Z = 1$; $\epsilon_i = 30$ эВ; $\varphi_{\text{эф}} = 20$ В; $\langle \sigma_{\text{и}} v_e \rangle = 5,5 \cdot 10^{-9}$ см³/с; $T_e = 3$ эВ; размер промежутка 1 см. Результаты расчетов зависимости $U_{\text{макс}}(t_3)$ для двух значений $E_{\text{кр}}$ и при различных значениях Q_0 и T приведены на рис. 1. Отметим, что t_3 отсчитывается от момента нуля тока, т.е. от $t = T/2$. На рис. 1 отчетливо видна сильная зависимость $U_{\text{макс}}$ при фиксированной величине t_3 от тепловой нагрузки на анод. Так, например, уменьшение Q_0 на 20% (от 10^5 до $8 \cdot 10^4$ Вт/см² при $T = 2 \cdot 10^{-2}$ с или от 10^6 до $8 \cdot 10^5$ Вт/см² при $T = 2 \cdot 10^{-4}$ с) приводит к увеличению $U_{\text{макс}}$ в несколько раз. Этот эффект безусловно связан с весьма резкой зависимостью скорости испарения от температуры поверхности анода. Влияние динамики разлета медленных ионов сказывается также в сильном различии зависимостей $U_{\text{макс}}(t_3)$, построенных для таких пар значений Q_0 и T , для которых температура анода в каждой фазе полупериода горения дуги одинакова (т.е. в соответствии с формулой, приведенной в [4] для вычисления $T_a(t)$, для таких пар $Q_0 \sqrt{T} = \text{const}$).

3. Линейно нарастающее напряжение прикладывается к промежутку в момент нуля тока. На начальном участке роста напряжения до некоторого момента времени t^* можно пользоваться моделью ионной матрицы, критерий применимости которой

имеет вид [3]

$$v_{\text{гp}} = \frac{dx_0}{dt} \gg \sqrt{\frac{2eU(t)}{M}}. \quad (6)$$

Здесь $v_{\text{гp}}$ — скорость движения границы слой–плазма, $U(t)$ — мгновенное значение напряжения. Если же скорость $v_{\text{гp}}$ и величина $U(t)$ таковы, что неравенство (6) имеет обратный знак, т.е. $v_{\text{гp}}$ много меньше скорости, приобретаемой ионом в слое, то в этом случае следует использовать закон Чайлда–Ленгмюра [3]. В промежуточном слое имеет место переходная область, математическое описание которой достаточно сложное и выполнено в [3] только для частного случая $v_{\text{гp}} = \text{const}$.

Для вакуумных коммутационных аппаратов типичные значения максимальной величины напряжения, возникающего на промежутке после нуля тока, достигают 10^4 В и более. При этом, как показывают оценки, наиболее существенная часть процесса нарастания напряжения происходит в условиях, когда выполняется неравенство, обратное неравенству (6), т.е. в условиях применимости закона Чайлда–Ленгмюра. Поэтому в данной работе пренебрегается существованием переходной области, а на небольшом начальном участке роста напряжения используется модель ионной матрицы. Переход к закону Чайлда–Ленгмюра будем проводить при условии $v_{\text{гp}} = \sqrt{2eU(t^*)/M}$.

В модели ионной матрицы падение напряжения на слое "замороженных" ионов может быть найдено с помощью выражения (5), в котором размер слоя x_0 уже не определяется из (3), а является неизвестной функцией времени. Кроме того, распределение ионов $n_i(x; t)$ берется в момент нуля тока, т.е. при $t = T/2$. Таким образом можно записать

$$U(t) = \frac{e}{\epsilon_0} \int_0^{x_0(t)} x n_i(x; \frac{T}{2}) dx. \quad (7)$$

При заданной форме приложенного напряжения (или известном уравнении внешней цепи) выражение (7) можно рассматривать как уравнение для определения $x_0(t)$. Продифференцировав обе части (7) по t , получим для определения $x_0(t)$ обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{dU}{dt} = \frac{e}{\epsilon_0} n_i(x_0; \frac{T}{2}) x_0 \frac{dx_0}{dt} \quad (8)$$

с начальным условием $x_0(T/2) = 0$. Из (8) следует, что при любом конечном dU/dt скорость движения границы слой–плазма $v_{\text{гp}} = dx_0/dt$ должна стремиться к ∞ при $t \rightarrow T/2$. Уравнение (8) решалось численно до тех пор, пока в некоторый момент времени t^* не выполнялось условие "сшивки": $v_{\text{гp}}(t^*) = \sqrt{2eU(t^*)/M}$. Полученные при этом значения $v_{\text{гp}}(t^*)$ и $x_0(t^*)$ использовались в качестве начальных условий для расчета зависимостей $v_{\text{гp}}(t)$, $x_0(t)$ и $E_{\text{за}}(t)$ ($E_{\text{за}}$ — величина электрического поля на экс-аноде) с помощью закона Чайлда–Ленгмюра, согласно которому связь между ионным током в слое $j_i(t)$ и приложенным к слою напряжением $U(t)$ дается известной формулой Чайлда–Ленгмюра

$$j_i(t) = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U^{3/2}(t)}{x_0^2}. \quad (9)$$

Следует отметить, что в слой могут попасть только те ионы, скорость движения которых меньше скорости движения границы слой–плазма, т.е. для ионов, попадающих в слой в момент времени t , должно выполняться соотношение

$$v_i = \frac{x_0}{t - t'} \ll \frac{dx_0}{dt}. \quad (10)$$

¹ Напомним, что движение границы слой–плазма начинается в момент нуля тока, а время t отсчитывается от начала полупериода тока.

Здесь t' — момент времени, в который произошло испарение атома, впоследствии ставшего ионом. Очевидно, что для атомов или ионов, находящихся в момент времени t в точке x_0 , минимальная возможная скорость равна x_0/t . Что касается максимальной возможной скорости $v_{i\text{макс}}$, то можно показать (см. Приложение), что она равна $x_0/(t - T/2)$ при монотонно растущей зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t , равна $v_{\text{ГР}}$ при монотонно падающей зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t и должна определяться из отдельного уравнения при немонотонной зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t . С учетом сказанного для полной плотности ионного тока, втекающего в слой, можно записать

$$j_i(t) = e \int_{x_0/t}^{v_{i\text{макс}}} n_i(x_0; v_i) \left(\frac{dx_0}{dt} - v_i \right) dv_i. \quad (11)$$

Приравнявая (9) и (11), получим дифференциальное уравнение для определения зависимости толщины слоя x_0 и скорости движения границы слой-плазма от времени

$$\frac{dx_0}{dt} \int_{x_0/t}^{v_{i\text{макс}}} n_i(x_0; v_i) dv_i = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0}{e} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U^{3/2}(t)}{x_0^2} + \int_{x_0/t}^{v_{i\text{макс}}} n_i(x_0; v_i) v_i dv_i. \quad (12)$$

Перейдем в (12) к интегрированию по t' . Из (10) следует, что при фиксированном t $dv_i = x_0 dt' / (t - t')^2$. С учетом (2) уравнение (12) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{dx_0}{dt} \int_0^{t_{\text{макс}}} q(T_a) \frac{M}{kT_a(t')} \frac{x_0}{(t-t')^2} \exp\left[-\frac{M}{2kT_a} \left(\frac{x_0}{t-t'}\right)^2\right] \times \\ & \times \left\{ 1 - \exp\left[-\langle \sigma_{\text{и}} v_e \rangle \int_{t'}^{T/2} \left(n_e^* \sin 2\pi \frac{t'}{T} + n_i \left(x \frac{t_{\text{и}} - t'}{t-t'} ; t_{\text{и}} \right) \right) dt_{\text{и}} \right] \right\} dt' = \\ & = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0}{e} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U^{3/2}(t)}{x_0^2} + \int_0^{t_{\text{макс}}} q(T_a) \frac{M}{kT_a(t')} \frac{x_0^2}{(t-t')^3} \exp\left[-\frac{M}{2kT_a} \left(\frac{x_0}{t-t'}\right)^2\right] \times \\ & \times \left\{ 1 - \exp\left[-\langle \sigma_{\text{и}} v_e \rangle \int_{t'}^{T/2} \left(n_e^* \sin 2\pi \frac{t'}{T} + n_i \left(x \frac{t_{\text{и}} - t'}{t-t'} ; t_{\text{и}} \right) \right) dt_{\text{и}} \right] \right\} dt'. \quad (13) \end{aligned}$$

Здесь $t_{\text{макс}}$ выражается через $v_{i\text{макс}}$ с помощью (10) и равно $T/2$ при монотонно растущей зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t ; равно $t - x_0/v_{\text{ГР}}$ при монотонно падающей зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t и определяется из решения отдельного уравнения при немонотонной зависимости $v_{\text{ГР}}$ от t .

После определения зависимости $x_0(t)$ в результате решения уравнения (13) можно вычислить электрическое поле на экс-аноде. В соответствии с законом Чайлда-Ленгмюра можно записать

$$E_{\text{эа}}(t) = \frac{4}{3} \frac{U(t)}{x_0(t)}. \quad (14)$$

Уравнение (13) решалось численно для разных значений Q_0 и T при линейно растущем приложенном напряжении с различными значениями крутизны нарастания. В расчетах использовались те же численные значения входящих в (13) параметров, что и в предыдущем разделе. Далее по формуле (14) определялась зависимость от времени величины электрического поля на экс-аноде. Полученные результаты представлены на рис. 2, 3. На рис. 2, а приведена зависимость от времени скорость движения границы слой-плазма для различных значений dU/dt . Соответствующие зависимости размера слоя $x_0(t)$ представлены на рис. 2, б. На рис. 2, в изображена зависимость от времени напряженности электрического поля на экс-аноде $E_{\text{эа}}(t)$. Увеличение напряженности поля связано, в основном, с ростом напряжения. Однако и зависимость $n_i(x; t)$ также существенно влияет на величину $E_{\text{эа}}(t)$. Если $dn_i/dx > 0$, то с ростом x_0 поле дополнительно возрастает, если $dn_i/dx < 0$ — то убывает. Уменьшение во времени концентрации ионов в плазме приводит к увеличению скорости движения границы и уменьшает

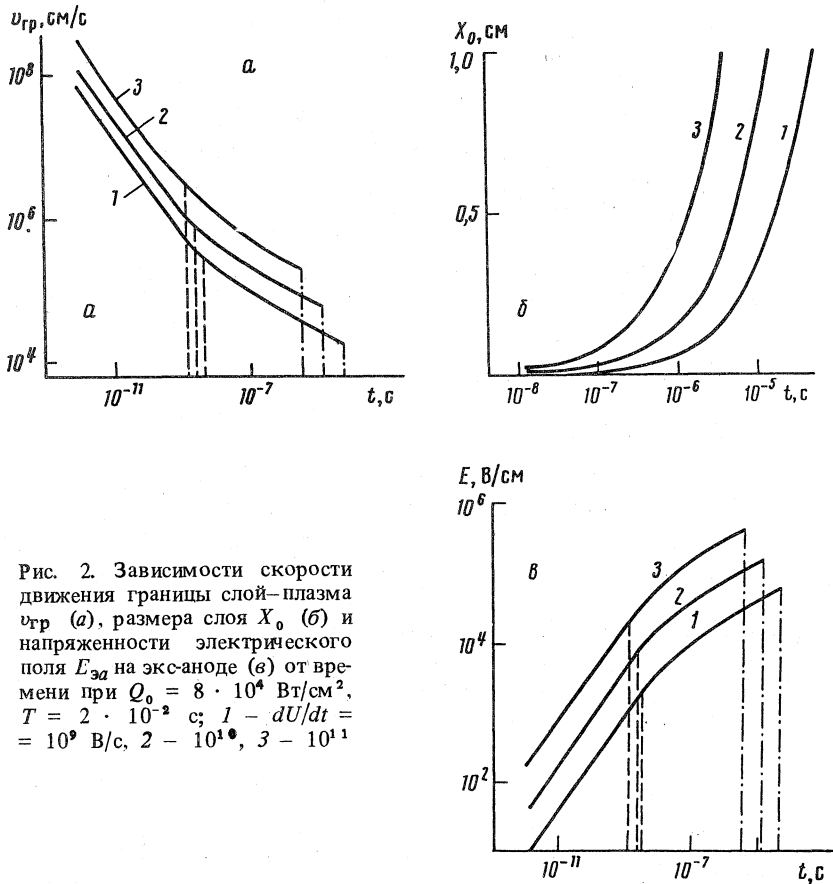


Рис. 2. Зависимости скорости движения границы слой-плазма $v_{гр}$ (а), размера слоя X_0 (б) и напряженности электрического поля $E_{эа}$ на экс-аноде (в) от времени при $Q_0 = 8 \cdot 10^4$ Вт/см², $T = 2 \cdot 10^{-2}$ с; 1 - $dU/dt = 10^9$ В/с, 2 - 10^{10} , 3 - 10^{11}

скорость роста поля. В некоторых случаях поле на экс-аноде в зависимости от времени может пройти через максимум и даже уменьшаться.

Зависимость $E_{эа}(t)$ позволяет определить время $t_{п}$, при котором $E_{эа} = E_{кр}$, т.е. время возникновения катодного пятна по механизму взрывной эмиссии. Заметим, что если поле на экс-аноде в максимуме зависимости $E_{эа}(t)$ меньше $E_{кр}$, то произойдет полное восстановление напряжения на промежутке. Аналогичная ситуация имеет место и при монотонном возрастании поля, если при достижении границей слоя экс-катода величина $E_{эа}$ будет меньше $E_{кр}$. Во всех остальных случаях на экс-аноде образуется катодное пятно и происходит повторное зажигание вакуумной дуги.

На рис. 3 представлены зависимости момента времени повторного зажигания $t_{п}$ от скорости нарастания напряжения dU/dt для двух пар значений Q_0 и T при двух значениях $E_{кр}$. С помощью рис. 3 можно определить величину напряжения на промежутке в момент образования катодного пятна на экс-аноде. Для этого достаточно перемножить выбранное значение dU/dt и найденное с помощью одной из кривых соответствующее значение $t_{п}$.

Следует отметить, что наличие в промежутке медленных "анодных" ионов оказывает значительное влияние на скорость деионизации промежутка и восстановление электрической прочности. Развитая теория позволяет определить предельные нагрузки на анод в активной фазе дуги в зависимости от скорости нарастания напряжения после нуля тока для различных значений периода тока и различных материалов электродов. Предложенный подход позволяет провести обобщение на случай, когда форма восстанавливающегося напряжения определяется динамикой деионизации совместно с уравнением для внешней цепи.

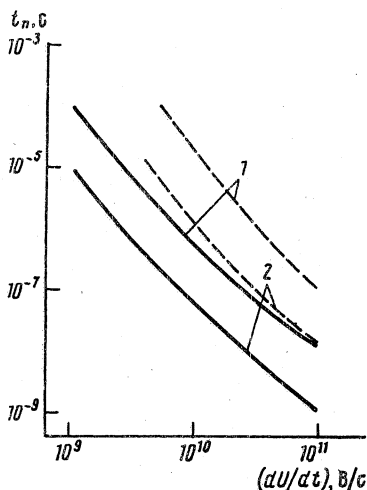


Рис. 3. Зависимость времени повторного зажигания $t_{п}$ от скорости нарастания напряжения dU/dt : 1 - $Q_0 = 1 \cdot 10^5$ Вт/см², $T = 2 \cdot 10^{-2}$ с; 2 - $1 \cdot 10^6$, $2 \cdot 10^{-4}$, сплошные линии ($E_{кр} = 2 \cdot 10^5$ В/см, штриховые - $5 \cdot 10^5$)

Необходимо отметить, что время образования катодного пятна на экс-аноде сильно зависит от плотности мощности на аноде в активной фазе дуги. Поэтому приближенно можно считать, что для каждого периода тока существует свое значение плотности тока (мощности) дуги, которое не следует превышать в вакуумных коммутационных аппаратах. Развитая теория позволяет определить это предельное значение плотности тока, которое должно учитываться при проектировании вакуумных аппаратов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение максимальной скорости ионов $v_{i\max}$ на границе слой-плазма при различной зависимости скорости движения границы от времени. 1. Монотонно растущая зависимость $v_{гр}$ от t . Очевидно, что площадь под кривой $v_{гр}(t)$ представляет собой пройденный границей путь, т.е. толщину слоя $x_0(t)$. Для того, чтобы частица, испаренная в момент времени t' , оказалась на границе слой-плазма в момент времени t , необходимо, чтобы ее скорость v_i удовлетворяла соотношению: $x_0(t) = v_i(t - t')$. Из рис. 4 (кривая 1) ясно, что при монотонно растущей зависимости $v_{гр}$ от t на границе всегда будут присутствовать ионы, испаренные в момент $t' = T/2$, причем они будут иметь максимальную скорость по сравнению со скоростями других ионов, захватываемых границей в данный момент времени. Очевидно, что эта максимальная скорость $v_{i\max}$ определяется выражением: $v_{i\max} = x_0(t)/(t - T/2)$.

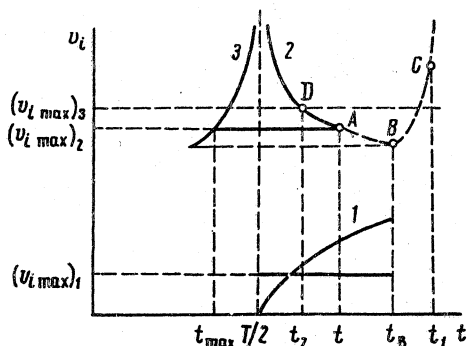


Рис. 4

2. Монотонно падающая зависимость $v_{гр}$ от t . Как отмечалось выше, из модели ионной матрицы следует, что в момент начала движения скорость границы слой-плазма $v_{гр} \rightarrow \infty$ (при линейно нарастающем напряжении). Поэтому все частицы, даже самые быстрые, испаренные в момент времени $T/2$, будут захвачены границей слой-плазма и вернуться на экс-анод. Из рис. 4 (точка А на кривой 2) понятно, что максимальная скорость ионов на границе слой-плазма равна скорости самой

границы $v_{гр}$, а момент времени $t' = t_{\max}$, в который произошло испарение этих ионов (еще в виде атомов), удовлетворяет соотношению

$$x_0(t) = v_{гр}(t)(t - t_{\max}). \quad (\text{П.1})$$

Действительно, на границе не может быть ионов с $v_i > v_{гр}$, поскольку такие ионы являются догоняющими границу и непосредственно перед моментом времени t должны были бы находиться между границей и экс-анодом. Однако в этой области могут находиться только ионы, уже захваченные границей и движущиеся к экс-аноду. Поэтому все ионы, испаренные при $t' > t_{\max}$, либо находятся впереди границы, либо уже захвачены ею.

3. Падающая зависимость $v_{гр}$ от t сменяется растущей. До точки минимума (точка B на рис. 4) справедливо изложенное в п. 2. Следует отметить, что геометрическое место всех точек t_{\max} удовлетворяющих соотношению (П.1), представляет собой на плоскости t, v_i некоторую кривую (кривая 3), характеризующуюся тем, что все ионы, испаренные в моменты времени, лежащие справа от кривой 3, уже захвачены границей, а испаренные в моменты времени, лежащие слева, — движутся впереди нее. После достижения минимальной скорости граница начнет ускоряться и догонять ионы, испаренные в моменты времени, лежащие слева от кривой 3. Отсюда следует, что и для растущего участка зависимости $v_{гр}$ от t точка с координатами $v_{i\max}$ и t_{\max} должна располагаться на кривой 3, в отличие от П.1 Приложения, когда независимо от $v_{i\max}$ $t_{\max} = T/2$. Следовательно, в некоторый момент времени t_1 при скорости границы $v_{гр}(t_1)$ (точка C на кривой 2) можно записать

$$x_0(t_1) = \int_{T/2}^{t_1} v_{гр}(t) dt = v_{i\max}(t_1 - t_{\max}). \quad (\text{П.2})$$

С другой стороны, на падающем участке зависимости $v_{гр}$ от t существует точка с координатами $v_{гр} = v_{i\max}$ и t_2 (точка D на кривой 2), для которой справедливо уравнение (П.1), т.е.

$$x_0(t_2) = v_{гр}(t_2)(t_2 - t_{\max}). \quad (\text{П.3})$$

Вычитая (П.3) из (П.2) и учитывая, что $v_{i\max} = v_{гр}(t_2)$, получим

$$x_0(t_1) - x_0(t_2) = v_{гр}(t_2)(t_1 - t_2). \quad (\text{П.4})$$

При известных зависимостях $x_0(t)$ и $v_{гр}(t)$ и заданном моменте времени t_1 уравнение (П.4) является неявным уравнением относительно t_2 . На растущем участке зависимости $v_{гр}(t)$ уравнение (П.4) решалось численно. Найденное в результате решения значение t_2 подставлялось в (П.3) и определялось значение t_{\max} , которое затем использовалось в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (13).

4. Растущая зависимость $v_{гр}$ от t сменяется падающей. Не останавливаясь детально на анализе этого случая, отметим; что на падающем участке зависимости $v_{гр}$ от t существует точка, достигаемая в некоторый момент времени t_3 и характеризующаяся тем, что при $T/2 < t < t_3$ среди ионов, захватываемых границей слой-плазма, присутствуют ионы, испаренные (еще в виде атомов) в момент времени $t' = T/2$. Именно эти ионы и определяют величину $v_{i\max} = x_0(t)/(t - T/2)$. Таким образом до момента времени t_3 справедливо изложенное в П.1 Приложения. При $t \geq t_3$ выполняется соотношение $v_{i\max} = v_{гр}(t)$, т.е. справедливо изложенное в П.2 Приложения. Значение t_3 может быть найдено из следующего неявного относительно t_3 уравнения:

$$x_0(t_3) = v_{гр}(t_3)(t_3 - T/2). \quad (\text{П.5})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лондер Я.И., Пятицкая О.В., Ульянов К.Н. // ТВТ. 1992. Т. 39, № 4, С.
2. Varey R.H., Sander K.F. // Brit. J. Appl. Phys. 1969. V. 2. N 4. P. 541.
3. Andrews J.G., Varey R.H. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. N 2. P. 339.
4. Rich J.A., Prescott L.B., Cobine J.D. // J. Appl. Phys. 1971. V. 42. N 2. P. 587.

ВЭИ

Поступила в редакцию
14.03.91