E. S. Platunov, V. A. Rykov, Choice of optimum specimen size in thermal-diffusivity measurement by the laser-flash method,
TVT, 1982, Volume 20, Issue 3, 543–548

https://www.mathnet.ru/eng/tvt6382

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

Том 20 1982 № 3

УДК 536.08

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ОБРАЗЦОВ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

Платунов Е.С., Рыков В.А.

На основе анализа температурного поля цилиндра, возникающего при воздействии на одну из его торцевых поверхностей тепловым импульсом с произвольным распределением энергии в пространстве и во времени, определены оптимальные размеры образцов, используемых при определении теплофизических свойств с применением лазерного импульса. Показано, что если геометрические размеры образцов удовлетворяют найденным соотношениям, можно корректно учесть влияние на точность измерения коэффициента температуропроводности теплообмена образца с окружающей средой и конечной длительности теплового импульса с произвольным пространственным распределением энергии.

В теплофизических измерениях широко используется импульсный метод комплексного определения теплоемкости C и температуропроводности a материалов [1]. Метод заключается в том, что передний торец плоского образца нагревается коротким однородным тепловым импульсом, величина a находится по времени достижения половины максимального изменения температуры заднего торца $\tau_{0,5}$. Теплоемкость определяется сравнительным способом по известной энергии теплового импульса, поглощенной на переднем торце, имеющем эталонное покрытие, и максимальному подъему температуры заднего торца [2]. Погрешность измерения температуропроводности в основном определяется следующими факторами: теплообменом образца с окружающей средой, конечной длительностью теплового импульса, его пространственной неоднородностью.

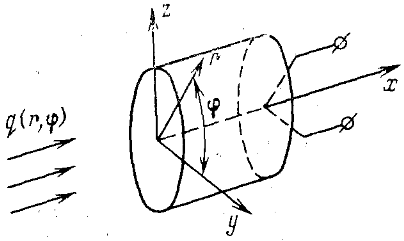
Влияние тепловых потерь и конечной длительности теплового импульса на точность измерения температуропроводности подробно рассмотрено в [3—5]. Анализ совместного влияния этих факторов приведен в [6]. В [7—9] показано, что погрешность измерения температуропроводности из-за пространственной неоднородности теплового импульса может достигать 15—20%. Этот вывод особенно актуален для лазерного импульсного метода, так как распределение энергии по сечению светового импульса, который генерируется многомодовым лазером, имеет сложный и нестабильный характер. Если в качестве источника светового импульса используется одномодовый лазер, имеется принципиальная возможность учесть влияние пространственной неоднородности лазерного излучения на точность измерений, поскольку в этом случае, например при работе на TEM_{00}-моде, распределение энергии в импульсе с хорошей точностью описывается функцией Гаусса [10].

В [9] предложен метод, который позволяет избавиться от влияния пространственной неоднородности мгновенного теплового импульса на точность измерения температуропроводности. Сущность его заключается в том, что достаточно коротким лазерным импульсом нагревают передний торец цилиндрического образца и рассматривают отношение температур $t(x_1, r, \varphi, \tau)$ и $t(x_2, r, \varphi, \tau)$, измеренных в двух точках, лежащих на одной прямой, параллельной образующей цилиндра. Это отношение, как показано в [9], не зависит от закона пространственного распределения энергии в лазерном импульсе. Расчетная формула для коэффициента температуропроводности имеет вид

$$a=\frac{x_1^2-x_2^2}{4\tau}\left[\ln\frac{t(x_2,r,\varphi,\tau)}{t(x_1,r,\varphi,\tau)}\right]^{-1}. \tag{1}$$

Следовательно, пространственная неоднородность лазерного импульса не сказывается на точности определения температуропроводности. Отметим, что формула (1) справедлива, если выполняются неравенства $x_{1,2} \ll L$, где L — длина образца и $\mathrm{Fo} \leqslant 1$.

Этот метод имеет ряд недостатков. Во-первых, он позволяет проводить измерения a только на образцах, длина L которых много больше радиуса R, так как образец описывается моделью полубесконечного цилиндра. Во-вторых, реализация метода требует, чтобы длительность импульса χ была много меньше времени измерения $\tau_и$ ($\tau_и \geqslant 50\chi$). Последнее имеет большое значение, так как использование импульса конечной длительности позволяет снизить перегрев переднего торца.



Тепловая схема измерения температуропроводности методом [1]

Как показано в [9], от влияния пространственной неоднородности светового потока на точность измерения a импульсным методом можно также избавиться, если измерять среднеинтегральную температуру заднего торца [11]. На взгляд авторов, и это решение задачи имеет ряд недостатков, поскольку оно технически просто реализуется только при достаточно высоких температурах ($t \geqslant 900°$ С) и не позволяет учесть влияние конечной длительности светового импульса и теплообмена образца с окружающей средой на точность измерения температуропроводности.

В данной работе предпринята попытка получить условия реализации традиционной схемы импульсного метода (температура измеряется только в одной точке на поверхности образца), позволяющие избавиться от указанных выше недостатков. С этой целью рассмотрим следующую тепловую модель (рисунок). На передний торец образца в виде цилиндра радиуса R подается тепловой импульс конечной длительности, временная форма которого описывается функцией $f(\tau)$, с произвольным пространственным распределением энергии, задаваемым функцией $q(r, \varphi)$. Для учета влияния теплообмена вводятся коэффициенты теплообмена α_x и α_R на торцевых и боковой поверхностях цилиндра соответственно.

Температурное поле в образце описывается уравнением Фурье

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial t}{\partial \tau} \tag{2}$$

с граничными условиями

$$\begin{gathered} t|_{\varphi=0} = t|_{\varphi=2\pi}, \qquad \lambda\frac{\partial t}{\partial r} + \alpha_R t|_{r=R} = 0, \qquad t|_{r=0} < \infty \\ \lambda\frac{\partial t}{\partial x} + \alpha_x t|_{x=0} = -q(r, \varphi) f(\tau), \qquad \lambda\frac{\partial t}{\partial x} - \alpha_x t|_{x=L} = 0 \end{gathered} \tag{3}$$

и начальным условием

$$t|_{\tau=0} = 0. \tag{4}$$

Решение задачи, полученное методом конечных интегральных преобразований, имеет вид

$$t(x, r, \varphi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} I_m\left(\mu_{nm}\frac{r}{R}\right)[\bar{t}_{2m,n}\bar{K}_{2m} + \bar{t}_{2m-1,n}K_{2m-1}], \tag{5}$$

где

$$\bar{t}_{\gamma n}=C_{\gamma nm}L(\tau)\int\limits_0^R\int\limits_0^{2\pi} q(r,\varphi)rI_m\left(\mu_{nm}\frac{r}{R}\right)\bar{K}_\gamma dr d\varphi,$$

$$C_{\gamma nm}=\frac{2\mu_{nm}^2 l_\gamma R^{-2}[I_m(\mu_{nm})]^{-2}}{R^2\alpha_R^2/\lambda^2+\mu_{nm}^2-m^2},\qquad L(\tau)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{b-i\infty}^{b+i\infty}\bar{f}\Gamma_{nm}e^{S\tau}dS,$$

$$\Gamma_{nm}=\frac{(\alpha_x+\lambda\psi_{nm})\exp[\psi_{nm}(x-L)]-(\alpha_x-\lambda\psi_{nm})\exp[\psi_{nm}(L-x)]}{(\lambda\psi_{nm}-\alpha_x)^2\exp(\psi_{nm}L)-(\lambda\psi_{nm}+\alpha_x)^2\exp(-\psi_{nm}L)},$$

$$\bar{K}_{2m}=\frac{1}{\pi}\cos m\varphi,\qquad \bar{K}_{2m-1}=\frac{1}{\pi}\sin m\varphi,\qquad \gamma=0,1,2,\ldots,$$

$$\mu_{mn}\text{ — корни уравнения }\mu_{nm}I_m'(\mu_{mn})+\frac{\alpha_R R}{\lambda}I_m(\mu_{nm})=0,$$

$$\psi_{nm}=\sqrt{(\mu_{nm}^2/R^2+S/a)},\qquad i=\sqrt{-1},$$

$$l_\gamma=\begin{cases}1/2, & \gamma=0\\ 1, & \gamma\neq 0\end{cases},\qquad \bar{f}=\int\limits_0^\infty f(\tau)\exp(-S\tau)d\tau.$$

Выражение (5) дает возможность, как будет показано ниже, обоснованно выбрать образцы оптимальных размеров, обеспечивающие уменьшение погрешности измерения, связанной с существенной неоднородностью лазерного излучения (по крайней мере до 0,5—1%), и одновременно минимизацию погрешностей, связанных с тепловыми потерями и перегревом переднего торца. Из выражения (5) также можно найти такие условия реализации эксперимента, при которых удается учесть погрешности, вызванные эффектом конечной длительности теплового импульса.

Если длительность импульса χ много меньше характерного времени $\tau_c=L^2/\pi^2 a$, функцию $f(\tau)$ можно аппроксимировать δ-функцией. В этом случае выражение (5) может быть представлено в виде произведения двух функций

$$t(x,\ r,\ \varphi,\ \tau)=\theta_1(x,\ \tau)\theta_2(r,\ \varphi,\ \tau). \tag{6}$$

Здесь

$$\theta_2(r,\varphi,\tau)=\sum_{n=1}^\infty\sum_{m=0}^\infty I_m\left(\mu_{nm}\frac{r}{R}\right)\exp\left(-\frac{\mu_{nm}^2}{\pi^2}\beta^2\omega\right)[f_{2m,n}\bar{K}_{2m}+f_{2m-1,n}\bar{K}_{2m-1}],$$

$$f_{\gamma,n}=C_{\gamma nm}\int\limits_0^R\int\limits_0^{2\pi} q(r,\varphi)r\bar{K}_\gamma I_m\left(\mu_{nm}\frac{r}{R}\right)dr d\varphi, \tag{7}$$

$$\beta=L/R,\ \omega=\pi^2 a\tau/L^2.$$

В частном случае, при отсутствии теплообмена на боковой поверхности ($\alpha_R=0$), из выражения (7) получим для $r=0$ (температура измеряется в центре заднего торца)

$$\theta_2(0,\varphi,\tau)=\frac{Q}{\pi R^2}\left\{1+\sum_{n=1}^\infty A_{0n}[I_0(\eta_{0n})]^{-2}\exp\left(-\frac{\eta_{0n}^2}{\pi^2}\beta^2\omega\right)\right\}, \tag{8}$$

где η_{0n} — корни уравнения $I_1(\eta_{0n})=0$;

$$Q=\int_0^R\int_0^{2\pi} q(r,\varphi)\,rdrd\varphi, \qquad A_{0n}=Q^{-1}\int_0^R\int_0^{2\pi} q(r,\varphi)\,rI_0\left(\eta_{0n}\frac{r}{R}\right)drd\varphi.$$

Поскольку весовая функция $I_0(\eta_{0n}r/R)$ в подынтегральном выражении числителя удовлетворяет неравенству

$$\left|I_0\left(\eta_{0n}\frac{r}{R}\right)\right|\leqslant 1,$$

то, очевидно, $A_{0n}<1$.

Теперь выражение (6) примет следующий вид (при дополнительном условии $\alpha_x=0$):

$$t(L,0,\varphi,\tau)=(c\rho L)^{-1}\theta_2(0,\varphi,\tau)\left(\sum_{n=1}^{\infty}B_n+1\right), \tag{9}$$

$$B_n=(-1)^n\exp(-n^2\omega).$$

Анализ выражения (9) показывает, что при $\beta^2\geqslant 4$ и $\omega\geqslant 1$ температурное поле образца в точке $x=L$, $r=0$ с расчетной погрешностью менее 1% описывается выражением

$$t(L,0,\varphi,\tau)=\frac{Q}{\pi c\rho LR^2}\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}B_n\right) \tag{10}$$

и коэффициент температуропроводности может быть рассчитан в этом случае по формуле [1]

$$a=1{,}38L^2/\pi^2\tau_{0,5}. \tag{11}$$

Если используются длинные цилиндрические образцы ($L\gg R$), то при $\mathrm{Fo}\leqslant 1$ функция $\theta_1(x,\tau)$ в выражении (6) аппроксимируется зависимостью [9]

$$\theta_1(x,\tau)=\frac{1}{c\rho\sqrt{\pi a\tau}}\exp\left[-\frac{x^2}{4a\tau}\right]. \tag{12}$$

Подставляя (7) и (12) в (6) и анализируя полученное выражение (при условии $r=R$, $\alpha_R=0$), можно установить, что если координата точки $x=X_1$, в которой измеряется температура, удовлетворяет неравенству $(X_1/R)^2\geqslant 2{,}9$, то при вычислении a может использоваться методика [12]. В этом случае расчетная формула имеет вид

$$a=X_1^2/2\tau_m, \tag{13}$$

где τ_m — время достижения максимального подъема температуры в точке измерения (X_1, R, φ).

Погрешность, связанная с пространственной неоднородностью светового потока, составит при этом не более 0,7%.

Обычно используются образцы диаметром 4—15 мм. Если, например, радиус цилиндрического образца $R=2$ мм, то формулы (11) и (13) можно использовать для расчета a при $L\geqslant 4$ мм и $X_1\geqslant 3{,}4$ мм.

Рассмотрим, каким образом может быть учтена погрешность определения a, обусловленная наличием теплообмена образца с окружающей средой ($\alpha_x\neq 0$, $\alpha_R\neq 0$). Если выполняется неравенство $\beta^2\geqslant 4$, то выражение (7) при $\omega \geqslant 1$ с расчетной погрешностью менее 1% аппроксимируется функцией

$$\theta_2(r, \varphi, \tau) = I_0\left(\mu_{01}\frac{r}{R}\right)\exp[-\mu_{01}^2\pi^{-2}\beta^2\omega]f_{01}(\alpha_R). \tag{14}$$

Отсюда видно, что при реализации общей методики не требуется знать вид функции $f_{01}(\alpha_R)$, так как она не зависит от времени и входит в выражение для температуры в качестве сомножителя. Следовательно, методики, в которых a определяется из соотношения температур или равенства нулю первой или второй производных по времени [12, 13], автоматически исключают функцию $f_{01}(\alpha_R)$ из выражения для расчета поправок на теплообмен. Таким образом, если выполняются неравенства $\beta^2 \geqslant 4$ или $(X_1/R)^2 \geqslant 2{,}9$, то погрешности, связанные с теплообменом, учитываются в импульсном методе обычным образом [3—6] при произвольном пространственном распределении энергии в световом импульсе.

Если $\beta^2 < 4$, то методом подгонки параметров A_{0n} можно добиться совпадения теоретической и экспериментальной кривых и через найденное значение $\tau_{0,5}$ определить температуропроводность. При этом, основываясь на известных соотношениях геометрических размеров образцов, удается ограничить число подгоночных параметров A_{0n}. Например, если используется методика [1] и $\beta^2 \simeq 1$, то достаточно ограничиться одним подгоночным параметром A_{01} в (8).

Покажем теперь, что при исследовании образцов, геометрические размеры которых удовлетворяют неравенству $\beta^2 \geqslant 4$, можно использовать импульсы конечной длительности с различной временной формой, и расчет коэффициента температуропроводности проводить по формуле [4]

$$a = L^2/\pi^2\tau_0, \tag{15}$$

а учет погрешности в оценке a, связанный с эффектом конечной длительности, проводить по [4—6].

Здесь τ_0 — характерное время, которое можно рассчитать по формуле

$$\tau_0 = (\tau_{0,5} - \chi\xi)/1{,}38, \tag{16}$$

где ξ — коэффициент, учитывающий временную форму импульса и в общем случае зависящий от отношения $\chi/\tau_{0,5}$. Как следует из [4, 5, 14], для импульсов, генерируемых лазерами и лампой-вспышкой, имеет место неравенство $\xi < 1$.

Если в опытах используется неоднородный световой импульс конечной длительности и выполняется неравенство $\beta^2 \geqslant 4$, то из совместного анализа выражений (5) и (8) следует, что для времен, удовлетворяющих соотношению

$$\frac{L^2}{\pi^2(\tau - \chi)a} \geqslant \frac{1}{1{,}38}, \tag{17}$$

температурное поле с погрешностью менее 1% не зависит от вида пространственного распределения энергии в импульсе. Подставляя (16) в (15), получим

$$\frac{L^2}{\pi^2(\tau_{0,5} - \chi\xi)a} = \frac{1}{1{,}38}. \tag{18}$$

Из (17) и (18) имеем

$$\frac{\tau_{0,5} - \chi\xi}{\tau - \chi} \geqslant 1. \tag{19}$$

Так как $\xi < 1$, то для времен, удовлетворяющих (19), температурное поле в образце с хорошей точностью аппроксимируется выражением (5), в котором $q(r, \varphi) = \mathrm{const}$. Таким образом, поскольку время измерения $\tau = \tau_{0,5}$ всегда удовлетворяет неравенству (19), при определении a лазерным импульсным методом с существенно неоднородным потоком энергии (если размеры образца удовлетворяют неравенству $\beta^2 \geqslant 4$) погрешность измерения, связанную с эффектом конечной длительности импульса, можно учесть по методике, изложенной в работах [4, 13, 14], а коэффициент температуропроводности рассчитать по формуле (15).

Итак, образцы, размеры которых удовлетворяют соотношению $\beta^2 \simeq 4$, являются оптимальными в том смысле, что при измерении на них температуропроводности лазерным импульсным методом можно избавиться от погрешности, вызванной пространственной неоднородностью светового импульса, а поправки на теплообмен образца с окружающей средой и конечную длительность импульса минимизировать и учесть обычным образом [2–6].

Если же a измеряют на длинных цилиндрических образцах ($L \gg R$), то оптимальной точкой измерения температуры является точка, координата X_1 которой удовлетворяет соотношению $(X_1/R)^2 \simeq 2{,}9$.

Ленинградский технологический институт
холодильной промышленности

Поступила в редакцию
16.II.1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Parker W. J., Jenkins R. J., Butler C. P., Abbott G. L.* Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity.– J. Appl. Phys., 1961, v. 32, No. 9, p. 1649.
2. *Di Novi R. A.* Application of the pulse method to a specific heat and density – independent measurement of thermal conductivity: extension of the method to very small specimens.– J. Sci., Instr. (J. Phys.), 1968, v. 1, No. 4, p. 379.
3. *Taylor R. E., Cape J. A.* Finite pulse – time effects in the flash diffusivity technique.– Appl. Phys. Lett., 1964, No. 10, p. 212.
4. *Cape J. A., Lehman G. W.* Temperature and Finite Pulse – Time Effects in the flash Method for Measuring Thermal Diffusivity.– J. Appl. Phys., 1963, v. 34, No. 7, p. 1909.
5. *Larson K. B., Koyama K.* Correction for Finite Pulse – Time Effects in Very Thin Samples using the Flash Method of Measuring Thermal Diffusivity.– J. Appl. Phys., 1967, v. 38, No. 2, p. 465.
6. *Heckman R. C.* Finite pulse – time and heat – loss effects in pulse thermal diffusivity measurements.– J. Appl. Phys., 1973, v. 44, No. 4, p. 1455.
7. *Schriempf J. T.* Finite pulse – time effects in the flash diffusity technique.– Rev. Sci. Instr., 1972, v. 43, No. 5, p. 781.
8. *Taylor R. E.* Temperature and Finite Pulse – Time Effects in the flash Method for Measuring Thermal Diffusivity.– Rev. Int. Hauts Temp. et Refract., 1975, v. 12, No. 12, p. 141.
9. *Клименко М. М., Кржижановский Р. Е., Шерман В. Е.* Импульсный метод определения температуропроводности.– ТВТ, 1979, т. 17, № 6, с. 1216.
10. *Платунов Е. С., Буровой С. Е. и др.* Принципы проектирования промышленных теплофизических приборов и обобщение импульсных методов измерения теплофизических свойств.– В кн.: Тепломассообмен – VI, Киев: Наукова думка, 1980, с. 132.
11. *Maglic K. D., Marsicanin B. S.* Factors affecting the accuracy of transient response of intrinsic thermocouples in thermal diffusivity measurement.– High Temp.– High Press., 1973, v. 5, No. 1, p. 105.
12. *Keleman F.* Metoda impulsului de caldura aplicata la masurarea difuzivitalii termice a probelor scurte.– Studii si cercetari, 1964, v. 7, No. 16, p. 809.
13. *Краснов В. П., Петров Н. А., Харламов А. Г., Юкович В. Н.* Новый метод регистрации теплофизических характеристик в импульсном эксперименте.– ТВТ, 1978, т. 16, № 1, с. 82.
14. *Tada V., Harada M., Tanigaki M., Egushi W.* Laser Flash Method of Liquids – Application to Low Thermal Conductivity Liquids.– Rev. Sci. Instrum., 1978, v. 49, No. 9, p. 1305.