Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

К. Г. Клименко, Массивная модель Гросса–Невье в главном порядке $1/N$-разложения. Учет температуры и химического потенциала,
ТМФ, 1988, том 75, номер 2, 226–233

https://www.mathnet.ru/tmf4776

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.173
20 января 2026 г., 21:39:04

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 75, № 2
май, 1988

МАССИВНАЯ МОДЕЛЬ ГРОССА — НЕВЬЕ В ГЛАВНОМ ПОРЯДКЕ $1/N$-РАЗЛОЖЕНИЯ УЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Клименко К. Г.

Самосогласованным образом рассмотрена массивная модель Гросса — Невье в главном порядке $1/N$-разложения. Изучены свойства модели при включенных температуре и химическом потенциале. Показано, что существует критическое значение химического потенциала, при котором эффективная масса фермиона скачком меняет свою величину.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что двумерные модели являются хорошей базой для изучения свойств, которые могут иметь теории в четырех измерениях. Одной из наиболее популярных двумерных моделей является $O(N)$-инвариантная четырехфермионная теория Гросса — Невье (ГН). В главном порядке $1/N$-разложения эта модель асимптотически свободна, в ней происходит динамическое нарушение киральной инвариантности [1], она обладает довольно богатым спектром масс [2]. Кроме того, исследовались критические свойства этой теории с учетом температуры, химического потенциала и внешнего электрического поля [3, 4]. В главном порядке по $1/N$ удается обобщить безмассовую модель ГН на случай нескольких спинорных мультиплетов и констант связи [5, 6].

В последнее время, особенно в рамках конструктивного подхода к квантовой теории поля, большое внимание стала привлекать массивная модель ГН (см. работы [7], где рассматривались свойства перенормируемости и сходимости рядов обычной теории возмущений этой модели), лагранжиан которой запишем в виде

$$L_\psi=\bar\psi i\hat\partial\psi+\frac{g}{2N}[\bar\psi\psi+Nm]^2, \tag{1}$$

где ψ — вектор относительно $O(N)$-группы, каждая компонента которого — двумерный спинор. Вводя вспомогательное скалярное поле σ (как в работе [1]), перейдем к эквивалентной теории с лагранжианом

$$L_{0\sigma}=\bar\psi i\hat\partial\psi-\frac{N}{2g}\sigma^2+\sigma\bar\psi\psi+Nm\sigma. \tag{2}$$

В предлагаемой работе самосогласованным образом исследуется модель (1)—(2) в главном порядке $1/N$-разложения. Кроме того, здесь найдены свойства модели при включенных температуре и химическом потенциале.

2. САМОСОГЛАСОВАННЫЙ ПОДХОД К МАССИВНОЙ МОДЕЛИ ГН

Сначала отметим, что безмассовые модели типа ГН самосогласованным образом исследовались в работах [5, 6, 8]. Основное преимущество этого подхода состоит в том, что можно сразу работать в терминах физических ренорминвариантных параметров. В силу этого массивную модель ГН мы будем также изучать самосогласованным образом.

Давайте смотреть на два первых слагаемых в (2) как на свободный лагранжиан, по которому строится обычная теория возмущений (здесь фермионы не имеют массы). В главном порядке по $1/N$ в модели (2) будет расходиться только однопетлевая диаграмма с двумя σ-концами. Поэтому перенормированный лагранжиан L_σ получается из (2) следующим образом:

$$L_\sigma = L_{0\sigma} - {}^1/_2 Z\sigma^2, \tag{3}$$

т. е. в лидирующем порядке по $1/N$ перенормируется, причем аддитивно, лишь константа связи g. Следовательно, можно считать, что размерный параметр m, входящий в (2), не зависит от точки нормировки. Константа Z определяется без особого труда:

$$Z = \frac{N}{\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu}. \tag{4}$$

Здесь и далее Λ — параметр ультрафиолетового обрезания, μ — точка нормировки. Предположим, что вакуумное среднее поля σ отлично от нуля, т. е. $\langle\sigma\rangle = M \neq 0$. Сделаем в (3) сдвижку $\sigma \to \sigma + M$, т. е. перейдем от L_σ к лагранжиану L, в котором фермионы имеют массу M:

$$L = \bar\psi i\hat\partial\psi - {}^1/_2(N/g + Z)(\sigma + M)^2 + (\sigma + M)\bar\psi\psi + Nm(\sigma + M). \tag{5}$$

Мы хотим, чтобы теории (2) и (5) были эквивалентны между собой. Однако в лагранжиане (5) по сравнению с (2) присутствует один лишний параметр. Следовательно, необходимо найти связь между M, m и g. Это легко сделать, учитывая, что в теории с лагранжианом (5) выполняется равенство $\langle\sigma\rangle = 0$, которое в главном порядке по $1/N$ имеет вид

$$\frac{Nm}{M} = \frac{N}{g(\mu)} + Z + \frac{N}{2\pi} \ln \frac{M^2}{\Lambda^2}. \tag{6}$$

Так как вакуумное среднее σ-поля равно нулю в теории с лагранжианом (5), то лидирующий вклад по $1/N$ в фермионную массу есть M. Естественно поэтому предположить, что M не зависит от точки нормировки. Таким образом, левая часть (6) не зависит от μ. В правой части величина $(Z + N/g(\mu))$ есть «голая» константа связи, которая также не зависит от μ, т. е. равенство (6) не противоречиво.

Из соотношения (6) непосредственно следует свойство асимптотической свободы исходной модели. Подействуем на обе его части оператором $\mu\partial/\partial\mu$ (зависимость константы Z от μ приведена в (4)) и учтем определение функции Каллана — Симанзика $\beta(g) = \mu(\partial/\partial\mu)g(\mu)$. Тогда получим

$$\beta(g) = -g^2/\pi. \tag{7}$$

Следовательно, «бегущая» константа связи $\bar{g}(t)$, удовлетворяющая уравнению $\beta(\bar{g})=(d/dt)\bar{g}(t)$, обращается в нуль при $t\to\infty$, т. е. теория асимптотически свободна.

Соотношение (6) предоставляет нам возможность, которую мы будем использовать во всех нижеследующих вычислениях, исследовать исходную модель в терминах ренорминвариантных величин m и M. Для этого нужно выразить $Z+N/g(\mu)$ из (6), подставить в (5) и все расчеты проводить, используя полученный таким образом лагранжиан (если бы мы хотели иметь в качестве независимых параметров величины m и g, следовало бы работать с лагранжианом (3) или (1)). Пусть для определенности $M>0$. Чтобы исследовать фазовую структуру модели, рассмотрим эффективный потенциал (он нам понадобится и в следующих разделах, где будет учтено влияние температуры и химического потенциала), ренорминвариантное выражение для которого получается из лагранжиана (5). Можно показать, что в главном порядке по $1/N$ он имеет вид

$$V_{\text{eff}}(\sigma)=\frac{1}{2}(\sigma+M)^2\left(\frac{N}{g}+Z\right)-Nm(\sigma+M)+ \tag{8}$$
$$+\frac{iN}{(2\pi)^2}\int d^2p\ln[(\sigma+M)^2-p^2].$$

Сделав сдвижку $\sigma+M\to\sigma$ и учтя равенство (6), имеем

$$N^{-1}V_{\text{eff}}\equiv v_0(\sigma)=\frac{\sigma^2}{2}\left(\frac{m}{M}-\frac{1}{2\pi}\right)-m\sigma+\frac{\sigma^2}{4\pi}\ln\frac{\sigma^2}{M^2} \tag{9}$$

(детальный вывод выражений (8)—(9) осуществляется так же, как и получение V_{eff} в обобщенной модели ГН [5, 6]). Отметим, что $v_0(\sigma)$ при $m=0$ совпадает с эффективным потенциалом безмассовой модели ГН. Нетрудно убедиться в том, что при $m>0$ функция (9) имеет абсолютный минимум в точке $\sigma=M$. При $m<0$, $|m|\ll M$ вакуум модели будет такой, что $\langle\sigma\rangle\cong-M+2\pi m$. Таким образом, при $m=0$ вакуумное среднее σ-поля скачком меняет свое значение, и в теории происходит фазовый переход первого рода.

Рассмотрим, наконец, двухточечную функцию Грина σ-поля в главном порядке $1/N$-разложения, которую легко получить с помощью лагранжиана (5):

$$iD^{-1}(p^2)=\frac{N}{g}+Z-\frac{2iN}{(2\pi)^2}\int d^2q\,\frac{[(q,q-p)+M^2]}{(q^2-M^2)((q-p)^2-M^2)}.$$

Здесь последнее слагаемое есть однопетлевой вклад в массовый оператор σ-поля. Вычисляя этот интеграл с помощью ультрафиолетового Λ-обрезания области интегрирования и учитывая (4), получим

$$iD^{-1}(p^2)=\frac{m}{M}-\frac{1}{2\pi}\sqrt{1-\frac{4M^2}{p^2}}\ln\left[\frac{\sqrt{1-4M^2/p^2}-1}{\sqrt{1-4M^2/p^2}+1}\right]. \tag{10}$$

Отсюда видно, что пропагатор $D(p^2)$ не имеет тахионных полюсов при условии $\pi m+M>0$. Предположим, что мы находимся в состоянии $|+\rangle$, в котором среднее значение оператора $\sigma(x)$ равно M. При $m>0$ это состояние является вакуумным состоянием теории. Если $0>m>-M/\pi$, то более

низкую плотность энергии имеет уже состояние $|-\rangle$, в котором $\langle -|\sigma|-\rangle \leqslant \leqslant -M<0$ (это видно из анализа эффективного потенциала). Однако при указанных ограничениях на параметр m тахионы отсутствуют, следовательно, $|+\rangle$ будет метастабильным состоянием, переход из которого в состояние $|-\rangle$ будет фазовым переходом первого рода. При $m<-M/\pi$ в теории появляются тахионы, в этом случае состояние $|+\rangle$ не может существовать.

Отметим также, что при $m>0$ пропагатор (10) не имеет полюсов на физическом листе переменной p^2.

3. ВКЛЮЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Учет квантовых поправок к эффективному потенциалу взаимодействия модели (1)–(2) в главном порядке $1/N$-разложения при не равных нулю температуре T и химическом потенциале α мы будем проводить в формализме мнимого времени. Для этого необходимо в (8) произвести следующую замену:

$$\int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \to \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{dp_1}{2\pi}; \quad p_0 \to (2n+1)\frac{i\pi}{\beta} + \alpha,$$

где $\beta=1/T$; $n=0, \pm1, \pm2, \ldots$. После этого, сделав предварительно сдвижку $\sigma+M\to\sigma$, имеем

$$V_{T,\alpha} = {}^1/_2(N/g+Z)\sigma^2 - Nm\sigma - \tag{11}$$
$$-\frac{N}{\beta}\sum_n \int \frac{dp_1}{2\pi} \ln\left[\sigma^2+p_1^2+\frac{\pi^2}{\beta^2}(2n+1)^2-\alpha^2-\frac{2i\alpha\pi}{\beta}(2n+1)\right].$$

Сделаем ультрафиолетовое Λ-обрезание области интегрирования в (11), учтем (4) и просуммируем по n (более подробно эта процедура изложена в [6]). В результате получим

$$N^{-1}V_{T,\alpha}(\sigma) \equiv v_{T,\alpha}(\sigma) = v_0(\sigma) - \frac{1}{\beta\pi}\int_0^\infty dx \ln[\exp(-\beta(\sqrt{x^2+\sigma^2}+\alpha))+1] - \tag{12}$$
$$-\frac{1}{\beta\pi}\int_0^\infty dx \ln[1+\exp(-\beta(\sqrt{x^2+\sigma^2}-\alpha))].$$

Напомним, что $v_0(\sigma)$ дается формулой (9). В дальнейшем мы будем исследовать свойства абсолютного минимума функции (12), который является эффективной массой фермиона, в двух частных случаях: $T\neq0$, $\alpha=0$ и $T=0$, $\alpha\neq0$.

А. Случай $T\neq0$, $\alpha=0$. Пусть $m>0$. Приравняем α нулю в выражении (12). В результате будет

$$v_{T,0}(\sigma) \equiv v_T(\sigma) = v_0(\sigma) - \frac{2}{\beta^2\pi}\mathscr{K}_1(\beta\sigma), \tag{13}$$

где

$$\mathscr{K}_1(x) = \int_0^\infty dy \ln[1+\exp(-\sqrt{x^2+y^2})].$$

Уравнение стационарности для функции $v_T(\sigma)$ имеет вид

$$4f(\beta\sigma)=2\gamma+\ln\frac{\beta^2M^2}{\pi^2}+\frac{2\pi m}{\sigma}-\frac{2\pi m}{M} \tag{14}$$

где

$$f(x)-\frac{1}{2}\gamma-\frac{1}{4}\ln\frac{x^2}{\pi^2}\equiv\mathscr{K}_0(x)=-\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\mathscr{K}_1(x),$$

$\gamma=0{,}577\ldots$ — постоянная Эйлера. $f(x)$ является четной по x функцией, монотонно возрастающей при $x>0$, причем $f(0)=f'(0)=0$ [3]. Построив графики функций, стоящих в левой и правой частях уравнения (14), легко заметить, что возможно существование не более трех точек пересечения этих графиков. Пусть σ_i ($i=1, 2, 3$) — возможные решения уравнения (14). Графический анализ этого уравнения показывает, что всегда существует решение $\sigma_1>0$ (напомним, что $m>0$). Если же уравнение (14) допускает еще два решения $\sigma_{2,3}$, то $\sigma_{2,3}<0$ и, кроме того, $\sigma_1>|\sigma_{2,3}|$.

Нетрудно видеть, что в экстремальных точках потенциал принимает значения

$$v_T(\sigma_i)=-\frac{m\sigma_i}{2}-\frac{1}{4\pi}\left\{\sigma_i^2+4\sigma_i^2\mathscr{K}_0(\beta\sigma_i)+\frac{8}{\beta^2}\mathscr{K}_1(\beta\sigma_i)\right\}. \tag{15}$$

В работе [6] было доказано, что выражение, стоящее в фигурных скобках (15), есть монотонно возрастающая функция модуля σ_i. Таким образом, из (15) видно, что абсолютный минимум потенциала (13) находится в точке $\sigma_1>0$. Очевидно, что эффективная фермионная масса $M_{\text{eff}}(T)$, зависящая от температуры, равна σ_1. Методами работы [3] можно показать, что

$$M_{\text{eff}}(T)\underset{T\to 0}{\sim}M;\quad M_{\text{eff}}(T)\underset{T\to\infty}{\sim}2\pi m\Big/\ln\left(\frac{\pi^2T^2}{M^2}\right),$$

т. е. в массивной модели ГН масса фермиона обращается в нуль только в пределе $T\to\infty$. В противоположность этому в безмассовой модели ГН, где $m=0$, существует конечная критическая температура $T_c=\frac{M}{\pi}\exp(\gamma)$, начиная с которой $M_{\text{eff}}(T\geqslant T_c)=0$, и где в модели происходит фазовый переход второго рода [3, 4].

Аналогично можно найти свойства глобального минимума потенциала (13) при $m<0$. Таким образом, эффективная масса фермиона как функция двух величин T и m непрерывна всюду в полуплоскости $T>0$, $-\infty<m<\infty$, кроме точек интервала $m=0$, $0<T<T_c$.

Б. Случай $T=0$, $\alpha\neq 0$. Пусть $m>0$. Приравняем T нулю в выражении (12). В результате получим

$$v_{0,\alpha}(\sigma)\equiv v_\alpha(\sigma)=v_0(\sigma)+\frac{1}{4\pi}\theta(\alpha^2-\sigma^2)\left\{\sigma^2\ln\left[\frac{(\alpha+\sqrt{\alpha^2-\sigma^2})^2}{\sigma^2}\right]-\right.$$
$$\left.-2\alpha\sqrt{\alpha^2-\sigma^2}\right\}. \tag{16}$$

Здесь мы покажем, что существует критическое значение химического потенциала α_c такое, что при $\alpha<\alpha_c$ эффективная масса фермиона равна M. При $\alpha=\alpha_c$ она скачком изменяет свое значение и становится меньше M,

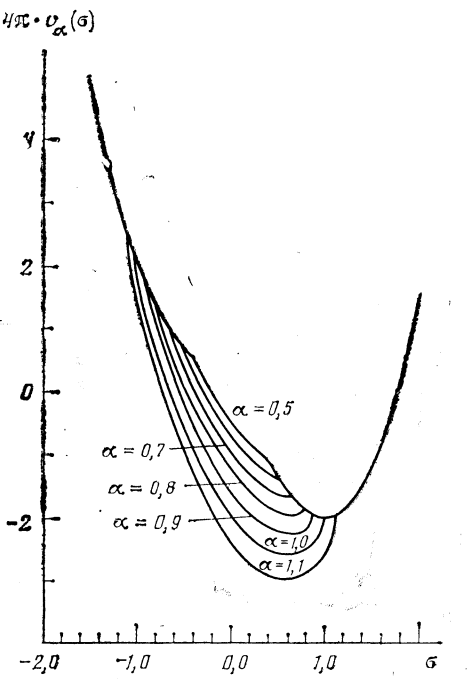
т. е. в модели происходит фазовый переход первого рода. Величина α_c удовлетворяет неравенству $M/2 \leqslant \alpha_c \leqslant M$.

Так как эффективная масса фермиона совпадает с координатой абсолютного минимума потенциала (16), необходимо рассмотреть уравнение $\partial v_\alpha/\partial\sigma=0$, которое имеет вид

$$\theta(\sigma^2-\alpha^2)\ln\frac{\sigma^2}{M^2}+\theta(\alpha^2-\sigma^2)\ln\left[\frac{(\alpha+\sqrt{\alpha^2-\sigma^2})^2}{M^2}\right]=2\pi m\left(\frac{1}{\sigma}-\frac{1}{M}\right). \tag{17}$$

Это уравнение стационарности, как и в предыдущем случае, удобно анализировать графическим методом, изображая графики функций, стоящих в левой и правой частях (17), и рассматривая точки их пересечения. Пусть сначала $\alpha<M/2$. В этом случае уравнение (17) может иметь не более трех решений, одно из которых существует при любых соотношениях между положительными параметрами α, m и M и равно $\sigma_0=M$. Два других σ_1 и σ_2, если существуют, отрицательны и лежат между $-M$ и нулем. Значения потенциала (16) в экстремальных точках σ_i равны

$$v_\alpha(\sigma_i)=-\frac{m\sigma_i}{2}-\theta(\sigma_i^2-\alpha^2)\frac{\sigma_i^2}{4\pi}-\frac{\theta(\alpha^2-\sigma_i^2)}{4\pi}\left[\sigma_i^2+2\alpha\sqrt{\alpha^2-\sigma_i^2}\right]. \tag{18}$$



Отсюда видно, что при $\alpha<M/2$ точка $\sigma_0=M$ является точкой глобального минимума функции (16).

Пусть теперь $\alpha>M/2$. Графический анализ уравнения (17) показывает, что существует значение α^* химического потенциала ($M/2<\alpha^*<M$) такое, что при $\alpha^*<\alpha<M$ уравнение (17) имеет два дополнительных решения $\sigma_3(\alpha)$ и $\sigma_4(\alpha)$. Они обладают следующими очевидными свойствами: $0<\sigma_3(\alpha)<\sigma_3(\alpha^*)=\sigma_4(\alpha^*)<\sigma_4(\alpha)<\alpha<M$ (кроме них обязательно существует σ_0 и, возможно, $\sigma_{1,2}<0$). На отрезке $\alpha^*\leqslant\alpha\leqslant M$ $\sigma_4(\alpha)$ является монотонно возрастающей функцией, причем $\sigma_4(M)=M$. При $\alpha>M$ у уравнения (17) остается лишь одно решение $\sigma_3(\alpha)$, которое монотонно стремится к нулю при $\alpha\to\infty$.

При $M/2<\alpha<M$ нам не удалось установить соотношение между $v_\alpha(\sigma_0)$ и $v_\alpha(\sigma_i)$ ($i=1,\ldots,4$). Предположим, однако, что существует α_c ($M/2\leqslant\alpha_c<M$) такое, что при $\alpha<\alpha_c$ глобальный минимум функции $v_\alpha(\sigma)$ находится в точке $\sigma_0=M$, а при $\alpha\geqslant\alpha_c$ он располагается в одной из точек σ_i ($i=1,\ldots,4$). Тогда утверждение, сделанное после формулы (16), справедливо. (Легко показать, что функция $\partial^2 v_\alpha/\partial\sigma^2$ в точке $\sigma_0=M$ положительна для всех $0<\alpha<M$, т. е. σ_0 является по крайней мере локальным минимумом. Поэтому, когда абсолютный минимум потенциала $v_\alpha(\sigma)$ переходит

из σ_0 в одну из точек σ_i, $i\neq 0$, при $\alpha=\alpha_c$, происходит это скачком, и в модели наблюдается фазовый переход первого рода.)

Если же для всех $\alpha<M$ эффективная масса фермиона по-прежнему равна M, то $\alpha_c=M$. Это справедливо в силу того, что при $\alpha>M$ уравнение стационарности (17) имеет только одно решение $\sigma_3(\alpha)$, в котором и будет находиться глобальный минимум функции $v_\alpha(\sigma)$. Так как для всех $\alpha>\alpha^*$ выполнены очевидные неравенства $0<\sigma_3(\alpha)<\alpha^*<M=\sigma_0$, то при $\alpha=M$ в этом случае происходит скачкообразное изменение координаты абсолютного минимума потенциала (16).

Таким образом, мы показали, что при $m>0$ существует значение α_c химического потенциала ($M/2\leqslant\alpha_c\leqslant M$), при котором в массивной модели ГН эффективная масса фермиона скачком изменяет свою величину (это утверждение справедливо и для отрицательных m).

Вообще говоря, α_c является функцией величин m и M. Ради простоты в предыдущих формулах эта зависимость нами не указывалась.

Из уравнения (17) легко получить поведение массы фермиона при больших α:

$$M_{\text{eff}}(\alpha)=\sigma_3(\alpha)\underset{\alpha\to\infty}{\sim}\pi m/\ln(2\alpha/M).$$

В безмассовой модели ГН также существует критическое значение химического потенциала, равное $M/\sqrt{2}$, при котором в теории происходит фазовый переход первого рода. При этом масса фермиона скачком изменяется от величины M до нуля, и восстанавливается киральная инвариантность модели. Очевидно, что $\alpha_c(m, M)|_{m=0}=M/\sqrt{2}$.

В качестве иллюстрации к проведенному доказательству на рисунке приведены графики функций $v_\alpha(\sigma)$ при следующих значениях химического потенциала: $\alpha=0{,}5$; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1. Здесь параметры m и M равны соответственно $1/2\pi$ и единице. Отсюда легко заметить, что для $\alpha\leqslant 0{,}8$ абсолютный минимум функции $v_\alpha(\sigma)$ находится в точке $\sigma=1$. Для $\alpha\geqslant 0{,}9$ он уже находится в другой точке, меньшей единицы. Очевидно, что координата глобального минимума изменяется скачкообразно при некотором значении химического потенциала α_c, лежащем между 0,8 и 0,9. Кроме того, из рисунка следует, что $\alpha^*\approx 0{,}7$. На этом примере легко убедиться в том, что α_c зависит от значения величины m. Так, при $m=0$ (безмассовая модель ГН) $\alpha_c(0, 1)=1/\sqrt{2}$. В нашем случае $\alpha_c(1/2\pi, 1)>0{,}8>\alpha_c(0, 1)$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В предлагаемой работе в главном порядке $1/N$-разложения была рассмотрена массивная модель ГН. Для ее изучения мы применили метод самосогласованного подхода, который позволяет вместо константы связи $g(\mu)$ использовать для параметризации теории ренорминвариантную величину M — массу ферми-поля. Кроме того, в рамках этого подхода можно единым образом описывать как массивную, так и безмассовую теории ГН (это означает, что во всех полученных нами формулах можно перейти к пределу $m=0$).

При нулевых температуре и химическом потенциале эта модель обладает следующими свойствами.

1. Она асимптотически свободна.

2. При $m>0$ вакуумом теории является состояние $|+\rangle$, в котором $\langle+|\sigma|+\rangle=M>0$. При $m<0$ состоянием с более низкой плотностью энергии является $|-\rangle$, где $\langle-|\sigma|-\rangle=-M+O(m)$. Если $0>m>-M/\pi$, то состояние $|+\rangle$ метастабильно, и переход из $|+\rangle$ в $|-\rangle$ является фазовым переходом первого рода.

3. Пропагатор σ-поля в главном порядке по $1/N$ не имеет полюсов, соответствующих стабильным связанным состояниям двух фермионов. Отметим, что в классическом варианте массивной теории ГН [9] существует решение уравнений движения, соответствующее связанному состоянию N фермионов (N — размерность мультиплета фермионов $O(N)$-группы симметрии теории).

Пусть $T\neq0$, $\alpha=0$. Известно, что в этом случае в безмассовой модели ГН [3] существует критическое значение температуры T_c (см. раздел 3, случай А), при которой происходит фазовый переход второго рода из состояния с массивными фермионами в состояние с безмассовыми частицами. Мы исследовали случай $m>0$ и показали, что в массивной модели ГН киральная инвариантность восстанавливается только в пределе $T\to\infty$. Нетрудно увидеть, что эффективная масса фермиона как функция двух величин $T>0$ и $-\infty<m<\infty$ непрерывна всюду, кроме отрезка $m=0$, $0<T<T_c$.

Пусть $T=0$, $\alpha\neq0$. Мы подробно рассмотрели случай $m>0$. В работе доказано, что существует конечное значение химического потенциала $\alpha_c(m, M)$, при котором система из состояния с фермионами массы M переходит в состояние с фермионами массы $<M$. При этом в критической точке изменение массы ферми-полей происходит скачкообразно.

Автор признателен О. П. Ющенко за изображение графиков с помощью ЭВМ.

Литература

[1] *Gross D. J., Neveu A.* // Phys. Rev. 1974. V. D10. № 10. P. 3235–3253.
[2] *Dashen R. F., Hasslacher B., Neveu A.* // Phys. Rev. 1975. V. D12. № 8. P. 2443–2458.
[3] *Jacobs L.* // Phys. Rev. 1974. V. D10. № 12. P. 3956–3961.
[4] *Dashen R. F., Ma S., Rajarman R.* // Phys. Rev. 1975. V. D11. № 6. P. 1499–1508. *Harrington B. I., Yildiz A.* // Phys. Rev. 1975. V. D11. № 6. P. 1705–1707. *Dittrich W., Englert B.-G.* // Nucl. Phys. 1981. V. B179. № 1. P. 85–105. *Kawati S., Konisi G., Miyata H.* // Phys. Rev. 1983. V. D28. № 6. P. 1537–1541. *Fedyanin V. K., Osipov V. A.* // The effects due to finite temperature and chemical potential in two-dimensional field theory models and polyacetylene: Preprint E 17-85-629. Dubna: JINR, 1985.
[5] *Клименко К. Г.* // $1/N$-разложение в одной модели с несколькими константами связи: Препринт ИФВЭ 85-29. Серпухов: ИФВЭ, 1985; ТМФ. 1986. Т. 66. № 3. С. 381–391.
[6] *Клименко К. Г.* Фазовые переходы в $O(N)$-модели с несколькими константами связи. Препринт ИФВЭ 86-51. Серпухов: ИФВЭ, 1986.
[7] *Feldman J., Magnen J., Rivassean V., Sénéor R.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. № 20. P. 1479–1481; Commun. Math. Phys. 1986. V. 103. № 1. P. 67–103.
[8] *Abarbanel H. D. I.* // Nucl. Phys. 1977. V. B130. № 1. P. 29–37.
[9] *Lee S. Y., Kuo T. K., Gavrielides A.* // Phys. Rev. 1975. V. D12. № 8. P. 2249–2253.

Институт физики
высоких энергий

Поступила в редакцию
29.X.1986 г.

MASSIVE GROSS — NEVEU MODEL IN THE LEADING ORDER OF THE $1/N$ EXPANSION. THE EFFECTS DUE TO TEMPERATURE AND CHEMICAL POTENTIAL

Klimenko K. G.

Massive Gross – Neveu model is considered in a self-consistent way in the leading order of the $1/N$ expansion. Properties of the model due to finite temperature and chemical potential are studied. It is shown that a critical value α_c of the chemical potential exists at which there is a jump in the behaviour of the fermion effective mass.